Шалак В.И. «Против апорий» // Противоположности и парадоксы. М.: "Канон+" РООИ "Реабилитация", 2008. С.189-204.

Шалак В.И.

П Р О Т И В   А П О Р И Й

Об апориях Зенона мы узнали из труда Аристотеля «Физика» и комментариев к нему. Среди комментаторов Аристотеля следует особо выделить живших на тысячу лет позже него Симпликия и Филопона. Высказывают предположение, что Симпликий мог располагать трудами самого Зенона и потому сумел так хорошо изложить его апории.

Основной вопрос, на который мы хотели получить ответ, приступая к настоящей работе, можно сформулировать следующим образом:

Действительно ли рассуждения Зенона настолько безупречны, что фиксируют реальное противоречие между нашим понятийным аппаратом и нашим же чувственным опытом?

Коль скоро первоисточники до нас не дошли, примем допущение, что наиболее близко к ним содержание апорий было передано Аристотелем и его комментаторами – Симпликием и Филопоном. Именно поэтому мы будем полагаться лишь на их формулировки, а не на пересказы апорий устами современных исследователей, корни которых все равно, так или иначе, уходят к «Физике» Аристотеля.

Что такое апории?

Цель настоящей работы - логический анализ апорий. Поэтому в первую очередь необходимо уточнить их логическую форму. В чем различие между апориями и парадоксами? В парадоксе «Лжеца» или парадоксе Рассела мы имеем дело с логическим выводом в языке из некоторого множества посылок Σ двух взаимно противоречивых высказываний A и ¬A.

$$\Sigma \mid\!- A \quad \text{и} \quad \Sigma \mid\!- \neg A$$

В случае с апориями все выглядит иначе. Их можно назвать парадоксальными в обыденном смысле этого слова, но с логической точки зрения структура апорий отличается от структуры упомянутых выше парадоксов. Ситуации, приводящие к возникновению апорий, могут быть описаны следующим образом.

Имеется некоторая область реальности, и относящийся к ней наш чувственный опыт. Его природа такова, что усомниться в нем мы не можем. Также имеется некоторая система понятий и связей между ними, предназначенных для описания этой области реальности.

Апория возникает, когда в конкретной системе понятий мы дедуцируем некоторое заключение ¬A, вступающее в противоречие с нашим чувственным опытом, который можно выразить посредством предложения A.

$$A \text{ - чувственный опыт}$$
$$\Sigma \mid\!- \neg A \text{ – логический вывод}$$

Т.е. с логической точки зрения, имеется множество предложений Σ, безусловная истинность которых обосновывается путем апелляции к нашему предшествующему чувственному опыту. Затем чисто логическими средствами демонстрируется выводимость из множества Σ некоторого предложения ¬A. Это предложение вступает в противоречие с другим предложением A, в истинности которого мы уверены на основании нашего чувственного опыта. В результате мы получаем, что Σ и A согласуются с нашим чувственным опытом, но друг с другом логически не совместимы. Отсюда делается вывод, что система понятий, с помощью которых мы формулируем наш чувственный опыт, не является адекватной для представления свойств описываемого ею фрагмента реальности.

Эта ситуация логически очень похожа на опровержение следствий теорий путем их эмпирической проверки. Отличительной особенностью апорий является фундаментальность вовлеченных в них понятий. Например, каждому человеку присущ богатый чувственный опыт, связанный с пространственными и временными характеристиками реальности. Также каждый имеет представление о том, что такое движение. Вывод, к которому приходят на основании одной из апорий Зенона, гласит, что движение невозможно, и летящая стрела находится в покое. Ни о какой логической противоречивости используемой системы понятий речь не идет. Мы просто не можем принять этот вывод, так как он противоречит нашему опыту. Природа этого опыта такова, что никакая ссылка на возможное несовершенство органов чувств неуместна. Чем более фундаментальны вовлеченные в апорию понятия, тем большее впечатление она производит.

Итак, структурно апория состоит из:

- множества посылок Σ;
- логического вывода $\Sigma \vdash \neg A$;
- предложения A.

Апория имеет место, если мы убеждены в

- истинности посылок Σ;
- логической корректности вывода $\Sigma \vdash \neg A$;
- истинности предложения A.

Понятно, что существование апорий является негативным фактом, и потому так важно их разрешить.

Но что значит решить апории?

Решим ли мы, например, апорию «Стрела», если при тех же допущениях построим вывод предложения, утверждающего, что стрела движется? Нет, не решим, а переведем ее из разряда апорий в разряд парадоксов. Действительно, если у нас есть первоначальный вывод из множества посылок Σ предложения A (стрела покоится), и мы построили еще один вывод из того же множества посылок Σ другого предложения $\neg A$ (стрела не покоится), то все вместе это означает, что чисто логически мы можем построить вывод противоречия $\Sigma \vdash A\&\neg A$. Речь в этом случае должна идти уже о внутренней противоречивости самой системы используемых понятий.

Решим ли мы апорию, если просто из другого множества посылок Ω логически выведем заключение A? Нет, не решим. Мы всего лишь докажем очевидный факт, который известен и без этого доказательства. Проблема же останется, так логический статус исходного доказательства останется неизменным. До тех пор, пока мы не найдем ошибок в рассуждениях Зенона, апории решены быть не могут.

Решение апорий заключается в демонстрации того, что хотя бы одно из трех приведенных выше условий их существования не выполняется.

Лишь в этом случае апории не будут служить основанием для сомнений в адекватности используемой нами системы понятий.

«Дихотомия»

Эта апория дает хороший пример того, насколько сильно могут разниться современные и древние формулировки. Как мы уже говорили, в настоящей работе предпочтение будет отдано Аристотелю, Симпликию и Филопону как авторам, труды которых заслуживают наибольшего доверия.

Симпликий излагает «Дихотомию» следующим образом:

«*Первый [аргумент] гласит: если движение есть, то движущееся [тело] по необходимости должно в конечное [время] пройти бесконечность, но это невозможно. Следовательно, движения нет. Большую посылку [этого доказательства] он доказывал так: движущееся [тело] движется на некоторое расстояние. Но поскольку всякое расстояние делимо до бесконечности, то движущееся [тело] по необходимости должно сначала пройти половину того расстояния, на которое оно движется, и [лишь] затем все [расстояние]. Однако до половины всего [расстояния оно должно пройти] половину половины и опять-таки половину этого [последнего расстояния]. Стало быть, половины [расстояния] бесконечны [по числу], так как в любом данном [расстоянии] можно взять половину, а бесконечные [по числу величины] невозможно пройти в конечное время, - этот постулат Зенон принимал как очевидный (этот аргумент Аристотель упоминает раньше, когда он говорит, что невозможно в конечное [время] пройти бесконечное число [величин] и коснуться бесконечного числа [точек]). Между тем всякая величина содержит бесконечное число делений. Следовательно, невозможно в конечное время пройти какую-либо величину* »[1].

Эта же апория в формулировке Филопона выглядит следующим образом.

«*Если нечто, говорит он, движется вдоль данной конечной прямой, то, прежде чем оно пройдет ее всю, оно по необходимости должной пройти половину прямой, а прежде чем пройдет половину всей, по необходимости должно сначала пройти четверть, а до четверти – восьмую часть и т.д. до бесконечности, так как непрерывное делимо до бесконечности. Следовательно, если нечто движется вдоль конечной прямой, оно должно прежде пройти бесконечное число величин, но если так, а всякое движение совершается в конечное время (поскольку ничто не движется в бесконечное время), то, следовательно, окажется возможным пройти бесконечное число величин в конечное время, что невозможно, так как бесконечное вообще нельзя пройти из начала в конец*»[2].

Наконец, приведем мнение Аристотеля об апории «Дихотомия» вместе с решением, которое он ей дает.

«*Есть четыре аргумента (λογοι) Зенона о движении, которые доставляют трудности тем, кто пытается их решить [~опровергнуть]. Первый – о невозможности движения, так как перемещающееся [тело] прежде должно дойти до половины, нежели до конца. Этот аргумент мы разобрали выше*» [3].

«*Поэтому аргумент Зенона исходит из ложного постулата о том, что невозможно в конечное время пройти [собств. ‘пройти-из-начала-в-конец’] бесконечное число [протяженных величин] или коснуться бесконечного числа [точек] одну за другой. И длина, и время, и вообще всякий континуум называются ‘бесконечными’ в двух смыслах: либо по делению, либо по экстремальной протяженности. Стало быть, коснуться в конечное время ‘бесконечных по количеству’ [=’по протяжености’] [величин] невозможно, а ‘бесконечных по делению’ – можно, так как само время [=’отрезок времени’] ‘бесконечно’ в этом смысле. Поэтому оказывается, что [движущиеся тела] проходят бесконечность и касаются бесконечного числа [точек] в бесконечное, а не в конечное время и [сами при этом] ‘бесконечны’, а не конечны*»[4].

Аристотель, Симпликий и Филопон излагают апорию Зенона в терминах невозможности за ограниченный отрезок времени пересчитать все элементы актуально бесконечного множества, получающегося в результате последовательного дихотомического деления отрезка прямой.

Наша реконструкция данной апории будет иметь следующий вид.

---

[1] Симпликий. Комм. к «Физике», 1013, 4 (к 239 b 10). Цит. по Фрагменты ранних греческих философов. Часть I, Изд-во «Наука», 1989. С.307.
[2] Филопон. Комм. к «Физике», 81, 7 (к 187 a 1). Там же. С.308.
[3] Аристотель. Физика, Z 9. 239 b 9. Там же. С.307.
[4] Аристотель. Физика, Z 2. 2339 a 21. Там же. С.307.

Множество посылок Σ состоит из двух предложений:

- *Движение есть. (Существуют движущиеся тела).*
- *Всякая величина делима до бесконечности*.

В качестве самоочевидного предложения А, которое обосновано предшествующим опытом, Зенон принимает:

- *Невозможно пройти [сосчитать] бесконечное число величин в конечное время.*

Если представить попытку пересчитать из начала в конец натуральный ряд чисел, то вышеприведенное предложение кажется истинным.

Вывод из множества посылок Σ предложения ¬А, противоречащего нашему чувственному опыту, можно реконструировать следующим образом.

Возьмем некоторое движущееся тело b. В данном контексте движение понимается именно как перемещение тела b за время Δt на расстояние ΔL. Зенон формулирует правило, посредством которого расстояние ΔL можно представить в виде последовательного разбиения на бесконечное число интервалов таким образом, что каждому члену этой последовательности также предшествует актуально бесконечное разбиение:

$$\ldots \Delta L/2^n + \ldots + \Delta L/2^3 + \Delta L/2^2 + \Delta L/2^1$$

Если взять множество этих интервалов, или взять по одной точке из каждого интервала, и из них составить множество, то в любом случае получится, что конечному (в смысле ограниченности) интервалу времени поставлено в соответствие бесконечное множество - произведен пересчет актуально бесконечного числа величин. Что противоречит принятому нами самоочевидному предложению А.

Получив противоречие с опытом, Зенон приходит к отрицанию движения.

Совершенно корректное и вполне современное решение апории «Дихотомия» дал Аристотель. Он упрекает Зенона в том, что тот смешивает два разных способа понимания бесконечного – бесконечного по делению и бесконечного по протяженности. Отрезок времени Δt, конечный по протяженности, т.е. имеющий нижнюю и верхнюю границы, по делению является бесконечным. Так же, как и в случае расстояния ΔL, мы можем построить его последовательное бесконечное разбиение:

$$\ldots \Delta t/2^n + \ldots + \Delta t/2^3 + \Delta t/2^2 + \Delta t/2^1$$

Правило, которое сопоставляет конечному по протяженности, но бесконечному по делению отрезку времени бесконечное по делению расстояние, очевидно:

$$\Delta L/2^n \leftrightarrow \Delta t/2^n$$

Это просто установление взаимнооднозначного соответствия между двумя множествами. Именно так и понимается счет в наше время. Пересчитать элементы некоторого множества – означает поставить их во взаимнооднозначное соответствие с элементами другого множества, количество элементов которого нам уже известно. (Пять бананов и пять пальцев на руке, множество четных чисел и множество всех натуральных чисел.)

Таким образом, мы вслед за Аристотелем показали, что в случае «Дихотомии» не выполняется третье из трех условий существования апорий.

Представляется маловероятным, что сам Зенон не знал или не видел разницы между двояким пониманием бесконечного. Но тогда мы должны признать, что в философских спорах ему не были чужды софистические приемы, и известный упрек со стороны Аристотеля был им заслужен.

Некоторые авторы толкуют апорию «Дихотомия» совершенно иначе. В качестве примера приведем формулировку из книги А.М. Анисова.

«*Рассуждение очень простое. Для того, чтобы пройти весь путь, движущееся тело сначала должно пройти половину пути, но чтобы преодолеть эту половину, надо пройти половину половины и т.д., до бесконечности. Иными словами, при тех же условиях, что и в предыдущем случае, мы будем иметь дело с перевернутым рядом точек … $(1/2)^n$, …, $(1|2)^3$, $(1/2)^2$, $(1|2)^1$. Если в случае апории Ахилл и черепаха соответствующий ряд не имел последней точки, то в Дихотомии этот ряд не имеет первой точки. Следовательно, заключает Зенон, движение не может начаться*»[5].

Основную проблему А.М. Анисов видит в отсутствии первого элемента в ряду точек … $(1/2)^n$, …, $(1|2)^3$, $(1/2)^2$, $(1|2)^1$, и считает, что именно это послужило Зенону основанием для заключения о невозможности движения. Согласно С.А. Яновской, этой же точки зрения на «Дихотомию» придерживался и Г.В.Ф. Гегель.

«В “лекциях по истории философии” Гегель излагает эту апорию как опровергающую для движения возможность начаться, поскольку раньше, чем дойти до половины пути, нужно дойти до половины этой половины, и т.д.»[6]

Ко всему, что высказывал Г.В.Ф Гегель, необходимо относиться с большой осторожностью, тем более логикам. Ни в каких из доступных нам фрагментов Аристотеля, Симпликия и Филопона речь не идет о невозможности начать движение. Говорится лишь о невозможности сосчитать бесконечное число величин (актуальную бесконечность) за конечное (ограниченное) время. Поэтому закономерно поставить вопрос, насколько правомерна столь далекая от первоисточников трактовка апории «Дихотомия»? Не является ли это искажением исторических фактов и взглядов Зенона Элейского?

«Ахиллес и черепаха»

Обратимся к анализу апории Зенона «Ахиллес и черепаха». Вот как ее сформулировал Аристотель:

«*Второй [аргумент] – так называемый “Ахиллес”. Он гласит, что самый быстрый бегун никогда не догонит самого медленного, так как необходимо, чтобы догоняющий прежде достиг [той точки], откуда стартовал убегающий, поэтому более медленный [бегун] по необходимости всегда должен быть чуть впереди*».[7]

Симпликий в комментариях к Аристотелю пишет:

«Этот аргумент также основан на делении до бесконечности, но иначе формулирован. Его можно изложить так: если есть движение, самый быстрый бегун никогда не догонит самого медленного. Но это невозможно. Следовательно, движения нет».[8]

---

[5] Анисов А.М. Темпоральный универсум и его познание. – М., 2000. С.31

[6] Яновская С.А. Преодолены ли в современной науке трудности, известные под названием «апорий Зенона»? – Методологические проблемы науки. М., «Мысль», 1972. – С. 222.

[7] Аристотель. Физика, Z 9. 239 b 14. Цит. по Фрагменты ранних греческих философов. Часть I, Изд-во «Наука», 1989. С.309.

[8] Симпликий. Комм. к «Физике», 1013, 31. Там же. С.309.

Итак, апория заключается в доказательстве утверждения, что «*... быстрый бегун никогда не догонит ... медленного»* или, что то же самое, «*более медленный [бегун] по необходимости всегда должен быть чуть впереди*». Это явным образом противоречит нашему чувственному опыту. Мы знаем, что если два объекта с разными скоростями движутся в одном направлении вдоль одной прямой, то рано или поздно более быстрый объект окажется впереди. При этом начальное расстояние между объектами и конкретные скорости могут быть любыми.

Посылки Σ те же, что и в «Дихотомии»:

- *Движение есть. (Существуют движущиеся тела).*
- *Всякая величина делима до бесконечности*.

Самоочевидным предложением А, которое обосновано предшествующим опытом, для Зенона является следующее:

- *Если даны два тела, движущихся в одном направлении, то рано или поздно более быстрое окажется впереди.*

В качестве движущихся тел Зенон предлагает взять быстроногого Ахиллеса и медлительную черепаху, которые в нулевой момент времени находятся друг от друга на расстоянии ΔL_0, а затем начинают двигаться в одном направлении с равномерными скоростями. При этом Ахиллес бежит в α раз быстрее черепахи, где $\alpha>1$.

Пусть ΔL_t – это расстояние, которое отделяет Ахиллеса от черепахи в момент времени t. В формулировке апории содержится утверждение, что *Ахиллес никогда не догонит черепаху*.

(A1) $$\neg\exists t(t_0\leq t \ \&\ \Delta L_t\leq 0)$$

Наш чувственный опыт свидетельствует об обратном, что существует такой момент времени t, когда Ахиллес догонит черепаху и затем обгонит ее.

(A2) $$\exists t(t_0\leq t \ \&\ \Delta L_t\leq 0)$$

Посмотрим на доказательство апории.

В нулевой момент времени t_0 расстояние между Ахиллесом и черепахой составляет ΔL_0. В момент времени t_1, когда Ахиллес преодолевает это расстояние, черепаха успевает отползти немного дальше, и новое расстояние между ними составляет $\Delta L_1 = \Delta L_0/\alpha$, в момент t_2 расстояние составляет $\Delta L_2 = \Delta L_0/\alpha^2$ и т.д. Для наглядности запишем последовательность уменьшающихся расстояний в виде таблицы.

Моменты времени	t_0,	t_1,	t_2,	...	t_n,	...
Расстояние между Ахиллесом и черепахой	ΔL_0	$\Delta L_0/\alpha$	$\Delta L_0/\alpha^2$	...	$\Delta L_0/\alpha^n$	...

Это обычная геометрическая прогрессия с начальным членом ΔL_0, каждый последующий член которой получается путем умножения предыдущего на $1/\alpha$. Очевидно, что сколь долго ни продолжай эту последовательность чисел, ни один из ее членов не равен нулю.

Вспомним теперь о том, что помимо моментов времени, в которые Ахиллес и черепаха находятся в разных точках прямой, существуют еще интервалы времени, за которые Ахиллес преодолевает расстояние между этими точками.

Пусть Δt_0 – будет величиной временного интервала, который потратил Ахиллес на преодоление расстояния ΔL_0. Тогда величины последовательных интервалов времени, к которым относится рассуждение Зенона, можно представить в виде таблицы:

Интервалы времени	t_1-t_0	t_2-t_1	t_3-t_2,	...	t_{n+1}-t_n	...
Величина интервалов	Δt_0	$\Delta t_0/\alpha$	$\Delta t_0/\alpha^2$	...	$\Delta t_0/\alpha^n$	...

Из курса школьной алгебры известно, что геометрическая прогрессия задается формулой

(A3) $$a_n=a_0*q^n$$

а сумма ее первых n членов вычисляется посредством формулы

(A4) $$a_0 + a_1 + ... + a_{n-1} = (a_0-a_n)/(1-q)$$

В нашем случае $a_0=\Delta t_0$ и $q=1/\alpha$. Поэтому формула для суммы ее первых n членов может быть представлена как

(A5) $$a_0 + a_1 + ... + a_{n-1} = (\Delta t_0 - \Delta t_0/\alpha^n)/(1-1/\alpha) = (\Delta t_0 - \Delta t_0/\alpha^n)*\alpha/(\alpha-1).$$

Так как для любого n величина $(\Delta t_0-\Delta t_0/\alpha^n)$ строго меньше Δt_0, то $(\Delta t_0 - \Delta t_0/\alpha^n)*\alpha/(\alpha-1) < \Delta t_0*\alpha/(\alpha-1)$. Т.е. сумма любого начального отрезка этой последовательности строго меньше $\Delta t_0*\alpha/(\alpha-1)$. Но из этого следует, что все рассуждения апории относятся лишь к событиям, происходящим после старта в течение интервала времени величиной в $\Delta t_0*\alpha/(\alpha-1)$, и вместо «*Ахиллес никогда не догонит черепаху*» доказывается другое утверждение - «*После старта в течение интервала времени $\Delta t_0*\alpha/(\alpha-1)$ Ахиллес не догонит черепаху»*. Поэтому заключение, к которому приходят в результате доказательства апории, мы можем записать следующим образом

(A6) $$\forall t(t_0\leq t \& t<t_0+\Delta t_0*\alpha/(\alpha-1) \supset \Delta L_t>0)$$

или в эквивалентной форме

(A7) $$\neg\exists t(t_0\leq t \ \& \ t<t_0+\Delta t_0*\alpha/(\alpha-1) \ \& \ \Delta L_t\leq 0)$$

Но это не противоречит нашему чувственному опыту

(A8) $$\exists t(t_0\leq t \ \& \ \Delta L_t\leq 0)$$

Более того. Чувственный опыт вполне согласуется с выводами апории. Но тогда в чем же она заключается? Ни в чем. Апория «Ахиллес и черепаха» - это не апория. Произошла потеря тезиса. Доказывается более слабое утверждение, чем декларируемое в формулировке апории. Вместо неограниченного квантора *никогда*, доказанный тезис содержит ограниченный квантор *никогда в течение интервала времени $\Delta t_0*\alpha/(\alpha-1)$.*

Таким образом, мы показали, что второе из трех условий существования апории не выполняется.

Мы не доказали, что Ахиллес обгонит черепаху, и как он это сделает. Вместо этого мы показали, что традиционная формулировка «Ахиллеса и черепахи» апорией не является, никаких проблем не порождает и потому не может служить основанием для сомнений в адекватности используемой системы понятий.

«Летящая стрела»

Апорию «Летящая стрела» мы возьмем в формулировке Симпликия:

«*Летящая стрела покоится в полете, коль скоро все по необходимости либо движется, либо покоится, а движущееся всегда занимает равное себе пространство. Между тем, что занимает равное себе пространство, не движется. Следовательно, она покоится*».[9]

В апории используются понятия пространства, времени, покоя и движения. Попробуем выявить ее логическую структуру.

Пусть в нашем языке имеются три двухместных предиката:

- Move(t,b) – в момент времени t тело b движется.
- Rest(t,b) – в момент времени t тело b покоится.
- Place(t,b) – в момент времени t тело b занимает равное себе пространство.

Утверждение «*все по необходимости либо движется, либо покоится*» может быть записано в виде

(S1) $\forall t \forall b((\mathrm{Rest}(t,b) \vee \mathrm{Move}(t,b))\ \&\ \neg(\mathrm{Rest}(t,b) \& \mathrm{Move}(t,b))$

что, как известно, эквивалентно формуле

(S2) $\forall t \forall b(\mathrm{Move}(t,b) \equiv \neg\, \mathrm{Rest}(t,b))$

Утверждение «*движущееся всегда занимает равное себе пространство*» естественно записать в виде формулы

(S3) $\forall t \forall b(\mathrm{Move}(t,b) \supset \mathrm{Place}(t,b))$

Утверждение «*то, что занимает равное себе пространство, не движется*» может быть представлено формулой

(S4) $\forall t \forall b(\mathrm{Place}(t,b) \supset \neg \mathrm{Move}(t,b))$

Из формул S3 и S4 по транзитивности получаем

(S5) $\forall t \forall b(\mathrm{Move}(t,b) \supset \neg \mathrm{Move}(t,b))$

Из S5 и закона логики $\forall t \forall b((\mathrm{Move}(t,b) \supset \neg \mathrm{Move}(t,b)) \supset \neg \mathrm{Move}(t,b))$ выводим

(S6) $\forall t \forall b \neg \mathrm{Move}(t,b)$

Т.е. «*ничто не движется»*. В свою очередь из S6 и S2 получаем

(S7) $\forall t \forall b \neg \mathrm{Rest}(t,b)$

Именно к этому заключению, что «*все покоится*», и приходит Зенон. Очевидно, что данный вывод противоречит нашему чувственному опыту, но в то же время он логически корректен. Поэтому обратим более пристальное внимание на используемые посылки.

Так как понятие покоя интуитивно более прозрачно, воспользуемся эквивалентностью S2 и заменим везде, где нам понадобится, Move(t,b) на ¬Rest(t,b).

[9] Симпликий. Комм. к «Физике», 1015б 19 (к 239 b 30). Там же. С.310.

(S3’) $$\forall t\forall b(\neg Rest(t,b) \supset Place(t,b))$$

(S4’) $$\forall t\forall b(Place(t,b) \supset Rest(t,b))$$

Контрпозицией S3’ будет формула

(S3’’) $$\forall t\forall b(\neg Place(t,b) \supset Rest(t,b))$$

Из S4’, S3’’ и закона логики

$$\forall t\forall b((Place(t,b)\supset Rest(t,b))\&(\neg Place(t,b)\supset Rest(t,b))\supset Rest(t,b))$$

как и положено, получаем формулу $\forall t\forall b Rest(t,b)$.

Формулы S1 и S2, утверждающие дихотомию состояний покоя и движения, мы принимаем. Несколько менее очевидна формула S4’ - «*все что занимает равное себе пространство, то покоится*», но с определенными оговорками и ее тоже можно принять. Но вот для принятия формулы S3’’ – «*все что не занимает равное себе пространство, то покоится*» - требуется слишком богатое и смелое воображение. Более просто это предложение можно переформулировать как «*все что нельзя локализовать в пространстве, то покоится»*. Данное утверждение никоим образом не соответствует нашей интуиции. Без принятия же формулы S3’’ или логически ей эквивалентной S3 вывод $\forall t\forall b Rest(t,b)$ невозможен.

Вывод ложного заключения из ложных посылок апорией не является.

Таким образом, мы получили, что апория Стрела не является подлинной апорией в силу неочевидности одной из используемых посылок. Т.е. не выполнено первое из трех условий, необходимых для существования апории.

Может появиться искушение спасти апорию, допустив, что Зенон дополнительно в качестве истинного принимал предложение «*все тела занимают равное себе пространство*» - $\forall t\forall b Place(t,b)$. Тогда антецедент формулы S’’3 будет всегда ложным, а сама импликативная формула будет тривиальным образом истинна. Однако, поддавшись такому искушению, необходимо быть готовым ответить на ряд возражений.

Первое из них заключается в том, что в этом случае апория упростилась бы до тривиального однократного применения правила modus ponens.

«*Все тела занимают равное себе пространство. Все, что занимает равное себе пространство, покоится. Следовательно, все покоится».*

Т.е. из двух посылок $\forall t\forall b Place(t,b)$ и $\forall t\forall b(Place(t,b)\supset Rest(t,b))$ по правилу modus ponens получаем искомое заключение $\forall t\forall b Rest(t,b)$. Даже понятие движения в этой формулировке апории является лишним. Почему Зенон предпочел не эту, а более сложную формулировку?

Второе возражение заключается в том, что не нужно приписывать Зенону того, что он не принимал явным образом. Легко проверить, что утверждение «*все тела покоятся*» не следует из посылок апории. Т.е. из формул $\forall t\forall b(\neg Place(t,b)\supset Rest(t,b)$ и $\forall t\forall b(Place(t,b)\supset Rest(t,b)$ нельзя вывести $\forall t\forall b Place(t,b)$. Поэтому Зенон не принимал в качестве безусловно истинного утверждения о том, что «*все тела занимают равное себе пространство*». Занимаясь анализом апорий, мы имеем право усомниться в истинности посылок, в их соответствии нашему чувственному опыту, но не имеем права добавлять новые. В противном случае мы рискуем приписать Зенону любые небылицы.

Заключение

Часто можно услышать утверждения о том, что апории имеют дело с глубинными свойствами физического пространства и времени. Мы с этим не согласны, так как полагаем, что проблема апорий движения Зенона имеет чисто логические корни. В подтверждение этому напомним о популярных во время перестройки и в первые постперестроечные годы дискуссиях на различные экономические темы. В том числе на тему, как нам преодолеть экономический коллапс и догнать развитые страны запада. Не один и не два раза можно было услышать и увидеть, как ученые мужи с экранов телевизоров утверждали, что такая постановка задачи неправильна, так как пока мы будем догонять страны запада, они успеют уйти в своем развитии еще дальше, и мы обречены навсегда остаться в роли догоняющих. Эти ученые мужи вряд ли догадывались, что структурно их аргументация в точности повторяет аргументацию из апории Зенона Элейского «Ахиллес и черепаха». Но об этом не догадывались и оппоненты, послушно соглашаясь, что необходимо искать другие решения насущной проблемы. Понятно, что свойства физического пространства отличны от свойств математического пространства экономических показателей, но к обоим применима аргументация Зенона.

Логика располагает богатым и уникальным арсеналом методов решения проблем, относящихся к сфере человеческого знания. Имея дело с апориями, которые, согласно общепринятому мнению, обладают доказательной силой, логические методы получают приоритет использования. Чтобы понять, о чем идет речь в апориях, в чем заключается основная проблема, необходима их логическая реконструкция. Целью реконструкции является выявление используемых посылок, восстановление используемых способов рассуждений, уточнение доказываемого тезиса.

Кажется удивительным, как много усилий было потрачено на решение апорий путем обсуждения свойств пространства и времени, и как редко обращались к их логическому анализу, который просто по определению должен был быть первичным. Невольным виновником этого, возможно, стал сам Аристотель. Все четыре апории движения он излагает в IX главе VI книги своей «Физики», а в предыдущих и последующих главах долго и утомительно рассуждает о свойствах времени и пространства в терминах конечного и бесконечного, делимого и неделимого. Именно эти рассуждения и могли направить мысли комментаторов и будущих исследователей не в ту сторону. Решение стали искать в терминах конечного и бесконечного, делимого и неделимого, дискретного и непрерывного, совершенно игнорируя при этом вопрос о логически корректной формулировке самой проблемы.