Шалак В.И.

В поисках совершенного языка

(Текст выступления на конференции «Горизонты логического плюрализма» 24 ноября 2018 г. https://llfp.hse.ru/news/228960294.html)

Название выступления не случайно перекликается с названием книги Умберто Эко «*Поиск совершенного языка в европейской культуре*», и в качестве устного эпиграфа я бы хотел взять первые два предложения из этой книги – «*Утопия совершенного языка была наваждением не только для европейской культуры. Тема смешения языков и попытка положить ему предел, открыв и придумав язык, общий для всего человеческого рода, проходит через историю всех культур*».

Общую идею поиска совершенного языка легко поймут и оценят гуманитарии, но вряд ли естественники, для которых она выглядит слишком расплывчатой и далекой от их интересов и потребностей. Суть ее заключается в том, что вавилонское смешение языков привело к тому, что, как пишет Эко, «*слова перестали быть онтологически реальными знаками, непосредственно выражающими сущность вещей*». Поэтому, если бы удалось восстановить утраченный язык Адама, мы получили бы возможность называть вещи своими именами и тем самым адекватно описывать и познавать окружающий нас мир.

С этой точки зрения и плюрализм логик – не благо, а наказание. Бог наказывает нас не только смешением языков, но и смешением логик.

Не буду пересказывать книгу Эко, а лишь скажу, что в ней очень подробно описывается вклад Лейбница в попытку решения этой проблемы, упоминаются Буль, Рассел и Витгенштейн.

Заслуги Лейбница очевидны. Ему принадлежит идея универсального языка «*Characteristica Universalis*», идея универсальной энциклопедии, алфавита мысли и бинарного исчисления В этом же русле лежит арифметическая интерпретация силлогистики. Не случайно Рассел назвал его «*наилучшим примером философа, использующего логику как ключ к метафизике*».

Итак, если люди были наказаны смешением языков и плюрализмом логик, то искупить вину можно попытаться путем очищения языка от всего лишнего и наносного без потери уже имеющихся выразительных возможностей. Я постараюсь показать, что это не совсем безнадежное дело и даже более того – на этом пути можно обнаружить много интересного.

Системы счисления, а проще – алфавиты языков послужат первым таким примером.

- 0, 1, 2,…, 9, а, б, в,…,я, А, Б, В,..., Я
- 0, 1, 2,…, 9
- . . .
- 0, 1

Для представления информации мы можем использовать языки с разными наборами символов, но они не дают дополнительных теоретических преимуществ в сравнении с языком, состоящим всего из двух символов, например, 0 и 1. Внутреннее функционирование современных компьютеров – это преобразования цепочек, состоящих из нулей и единиц. Не может не удивлять то, что все многообразие и многоцветие явлений окружающего мира мы сводим к представлению бинарными цепочками. Философ может задаться вопросом, таковы характеристики самой онтологии или только используемых нами познавательных механизмов? Оказывается, что ни двоичная, ни троичная, ни десятеричная и т.д. системы кодирования не являются оптимальными. Самой оптимальной была бы система по основанию натурального логарифма $e\approx 2{,}7$.

Если модифицировать и распространить на информацию принцип наименьшего действия, то информация в природе должна быть закодирована именно по основанию e, а наши методы ее представления в этом случае не являются адекватными. Отсюда сразу возникают дополнительные вопросы. Насколько адекватна двузначная логика для рассуждений об окружающем мире? Насколько адекватны своим предметам различные классификации? Они ведь тоже производятся вовсе не по основанию e, а по целочисленным разбиениям.

Теория вычислимости. Замечательным открытием Тьюринга в 1936 году стало то, что нет необходимости в построении различных вычислительных устройств для каждой отдельной вычислительной задачи, так как существует модель универсального вычислительного устройства, способного производить любые вычисления. Позже она была названа *универсальной машиной Тьюринга* и может быть представлена посредством трехместного предиката $\boldsymbol{U}(e,\boldsymbol{x},v)$, где e –

код, или гёделев номер, машины Тьюринга, ***x*** – набор входных данных, представленный одним словом, *v* – результат вычисления. Универсальная машина Тьюринга по коду любой другой машины восстанавливает ее инструкции и применяет их ко входным данным ***x***. На языке современных компьютеров код машины – это программа, которая запускается для выполнения.

Как видим, в случае теории вычислимости сведение бесконечного многообразия вычислительных устройств к отдельной универсальной машине стало величайшим открытием XX века, буквально перевернувшим нашу жизнь. Таким образом, поиски совершенного языка Адама вовсе не бессмысленное занятие.

Логические связки. Связки помогают нам точнее выражать свои мысли в языке. Казалось бы, чем их больше, тем более тонкие оттенки мысли мы можем выразить. Оказывается, достаточно одной двухместной связки – *штриха Шеффера* (антиконъюнкции) $A|B =_{def} \neg(A\&B)$ или *стрелки Пирса* (антидизъюнкции) $A{\downarrow}B =_{def} \neg(A\vee B)$, чтобы с их помощью выразить то же самое.

Удивительно, что если мы добавим в язык кванторы, то и в этом случае можно заменить их и все логические связки на единственную связку «*штрих Шейнфинкеля*» $A|^{x}B =_{def} \forall x(A|B)$, чтобы выразить то же самое. Штрих Шейнфинкеля совмещает в себе свойства обычных логических связок и свойства кванторов и в этом смысле обладает фундаментальным значением для более глубокого понимания логики, хотя работы на эту тему встречаются очень редко.

Комбинаторная логика. Шейнфинкель, показал, что для представления всех возможных комбинаторов достаточно двух **K**xy=x и **S**xyz=xz(yz). Но он также показал, что эти два комбинатора можно заменить одним комбинатором **JJ=S, J(JJ)=K.** Учитывая, что средствами комбинаторной логики представимы все эффективно вычислимые функции, получаем удивительный результат.

Окружающий мир и наши эффективные действия в нем кодируются и представимы средствами всего лишь бинарного алфавита 0, 1 и единственной операции **J**.

Как и положено по жанру, если докладчик взялся за какую-то тему, то должен сказать и о своем вкладе в нее. Не буду отступать от этой традиции.

Протологика. Шейнфинкель постулирует существование конкретных комбинаторов. В докторской диссертации я показал, что ничего постулировать не нужно, если принять достаточно очевидное допущение о способности логического субъекта вводить в языке определения-сокращения и, в случае необходимости, раскрывать их. При этом никакие онтологические допущения не требуются. У себя я эту способность обнаруживаю и думаю, что присутствующие тоже ею обладают. Логический субъект просто оперирует атомами языка, комбинирует их и вводит определения-сокращения.

$$\mathbf{D}x_1..x_n =_{def} T$$

$$\frac{\mathbf{D}x_1..x_n =_{def} T,\ X\{\mathbf{D}Y_1..Y_n\}}{X\{T[Y_1/x_1\ldots Y_n/x_n]\}}$$

Также было показано, что вместо обычных определений можно воспользоваться одними лишь определениями через неподвижную точку, которые сводимы к обычным определениям.

$$\mathbf{D}x_1\ldots x_n =_{dfp} T[\mathbf{D}/y]$$

Условно говоря, это определения через «порочный круг», когда он ни к чему плохому не приводит. Исключительно важное значение этих определений заключается в том, что они избавляют нас от необходимости оперирования неопределяемыми понятиями. Все без исключения понятия могут быть введены посредством определений, поскольку они определяются контекстами использования. Множественные определения через неподвижные точки позволяют вводит одновременно несколько понятий, задаваемых контекстом их совместного использования.

$$\begin{cases} \mathbf{D_1}x_1\ldots x_n =_{dmp} T_1[\mathbf{D_1}/y_1,\ldots,\mathbf{D_m}/y_m] \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathbf{D_m}x_1\ldots x_n =_{dmp} T_m[\mathbf{D_1}/y_1,\ldots,\mathbf{D_m}/y_m] \end{cases}$$

С философской точки зрения, это очень интересный результат, так как традиционно считается, что избавиться от неопределяемых понятий невозможно. Те же категории философии понимаются как наиболее общие неопределяемые понятия, хотя на практике они достаточно подробно разъясняются во множестве контекстов. Теперь же получено строгое обоснование такого подхода.

Теория знаков. Опустившись до столь низкого уровня представления комбинаторной логики мы обнаруживаем любопытные параллели с теорией знаков Пирса.

Протологика		**Теория знаков**
Константы: C, D, G, I, Z,…	$\leftrightarrow$	Индексы
Сложные термы: (GK)(S(YZ))	$\leftrightarrow$	Сложные знаки
Термы с переменными: Cx(yZ)	$\leftrightarrow$	Иконические знаки
Введение определений: $\mathbf{D}x_1..x_n =_{def} T$	$\leftrightarrow$	Введение знаков-символов

Константы протологики можно соотнести со знаками-индексами. Сложные термы – со сложными знаками, термы с переменными – с иконическими знаками, а операцию введения определений – с расширением языка новыми знаками символами, которые вводятся посредством определений через уже существующие знаки. Такая параллель представляется неслучайной.

Отступление о погружающих операциях. Мы часто сталкиваемся с результатами о погружении одних теорий в другие. Хотелось бы немного подробнее остановиться на этом отношении между теориями. Формально оно определяется следующим образом.

Есть две теории T_1 и T_2 в языках L_{T1} и L_{T2}. Функция $\varphi:L_{T1}\rightarrow L_{T2}$ называется погружающей операцией, если и только если она удовлетворяет следующему условию:

$$\forall A\in L_{T1}\ (\ \vdash_{T1}A \Leftrightarrow \vdash_{T2}\varphi(A)).$$

Вспомним формулировки теорем о непротиворечивости и полноте, которые нам приходилось не раз доказывать. Метаязыковому синтаксическому предикату доказуемости $\vdash A$ мы сопоставляем семантический предикат общезначимости $\forall M(M\models A)$ и доказываем теорему:

$$\vdash A \Leftrightarrow \forall M(M\models A)$$

Сначала доказываем непротиворечивость $|\!-A \Rightarrow \forall M(M|\!=A)$. Затем доказываем $\forall M(M|\!=A) \Rightarrow |\!-A$. Но это и есть теорема о погружении.

Таким образом, теорема о погружении T_1 в T_2 – это аналог теоремы о полноте T_1 относительно T_2.

Гипотеза Пирса. Как известно, Ч.С. Пирс развивал довольно экзотическую философию троичности, которую и положил в основание своей теории знаков. Им была высказана гипотеза, что все отношения сводимы к трехместным.

В принципе, все отношения сводимы к единственному двухместному отношению принадлежности из теории множеств, но это решение, как писал В.А. Смирнов, неудовлетворительно, поскольку вместе с языком теории множеств оно требует принятия аксиом этой теории, задающих весьма специфическую онтологию, в которой наряду с предметами существуют их множества, множества множеств и т.д.

Этой осенью мне удалось доказать ряд теорем в подтверждение и уточнение гипотезы Пирса.

1. Пусть T – теория первого порядка. L_{Tf} – язык первого порядка с логическим предикатом равенства и одноместными функциональными символами.

Существует такая функция $\varphi: L_T \rightarrow L_{Tf}$, что $Ax(T^f)=\varphi(Ax(T))$ и

$$\forall A \in L_T \ (|\!-_T A \Leftrightarrow |\!-_{Tf} \varphi(A))$$

Иными словами, всякая теория T полна относительно онтологии индивидов и функциональных связей между ними. С утилитарной точки зрения, эта теорема служит теоретическим обоснованием представления знаний в системах ИИ в виде семантических сетей. Отдельные индивиды – это узлы сетей, а функциональные связи – направленные ребра между ними.

2. Пусть T – теория первого порядка. L_{TU} – язык первого порядка с логическим предикатом равенства, индивидными константами и единственным трехместным предикатным символом **U**.

Существует такая функция $\psi: L_T \rightarrow L_{TU}$, что $Ax(T^U)= \psi(Ax(T))$ и

$$\forall A \in L_T \ (|\!-_T A \Leftrightarrow |\!-_{TU} \psi(A))$$

Всякая теория T полна относительно онтологии с единственным трехместным отношением. С ***философской*** точки зрения, это является подтверждением гипотезы Пирса и его философии троичности.

Сейчас меня занимает следующий вопрос. Я не являюсь специалистом-физиком, но, насколько мне известно, одной из базовых структур общей теории относительности является четырехмерное пространство-время Минковского, которое может быть представлено четырехместным предикатом **S(x,y,z,t)**. Из теоремы о редукции к трехместному предикату **U** следует, что это пространство-время Минковского не может быть базовой не сводимой ни к чему структурой.

На этой оптимистической ноте я бы и хотел завершить свое выступление.