Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 134–144
УДК 162.2

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 134–144

История логики
History of Logic

А.А. Ильин

Силлогистика Льюиса Кэрролла с отрицательными терминами

Ильин Алексей Алексеевич
Кафедра логики, философский факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова.
119991, Российская Федерация, Москва, ГСП-1,
Ломоносовский проспект, д. 27, корп. 4.
E-mail: alexeevich@inbox.ru

Льюисом Кэрроллом была построена оригинальная силлогистическая теория, отличная от традиционной силлогистики. Причем, он строил свою систему изначально как негативную, т.е. содержащую в списке логических символов ее алфавита терминное отрицание. Это позволило Л. Кэрроллу не рассматривать частноотрицательные высказывания ($S\mathrm{o}P$) как отдельный вид высказываний, так как они, по его представлению, эквивалентны частноутвердительным высказываниям с отрицательным предикатом ($S\mathrm{i}P'$). В предлагаемой статье осуществлена реконструкция силлогистики Льюиса Кэрролла, доказана погружаемость построенной системы в исчисление предикатов посредством «кэрролловской» интерпретации категорических высказываний. Доказательство основано на полученном нами ранее результате погружаемости системы Негативной фундаметнальной силлогистики в систему Обобщенной позитивной силлогистики а также на факте погружаемости последней в исчисление предикатов.

Ключевые слова: силлогистика, негативные термины, категорические высказывания, аксиоматизация, погружающая функция

В работе предлагается аксиоматизация негативной силлогистики Л. Кэрролла (НКС), и на основе доказательства погружаемости предложенной системы в систему негативной фундаментальной силлогистики (НФС) [1], для которой погружаемость в исчисление предикатов доказана, показывается погружаемость построенной системы в исчисление предикатов.

Л. Кэрроллом была предложена интерпретация категорических высказываний, отличная от фундаментальной — лейбницевской. Высказывание типа i, по его мнению, есть «утверждение о том, что *некоторые реально существующие предметы* являются *одновременно* элементами *обоих* терминов суждения. Отсюда следует, что и *каждый* термин такого суждения, взятый в отдельности, реален (непуст)» [2, с. 215]. Из высказывания типа e «нельзя вывести никакого заключения относительно реальности каждого из терминов в отдельности» [2, с. 216]. Высказывание типа a «содержит аналогичное суждение, начинающееся со слова "некоторые". Следовательно, его необходимо понимать как суждение, утверждающее *реальность каждого* из своих терминов в отдельности» [2, с. 216]. Высказывания типа o не рассматриваются Кэрроллом как особая форма. Он считает их эквивалентными высказываниям «Некоторый S есть не-P», следовательно, предполагается непустота их субъекта. Таким образом, система Кэрролла изначально строится как негативная силлогистика (допускающая терминные отрицания).

Кэрролловское понимание смыслов категорических высказываний выражается в языке логики предикатов следующим образом:

$$\begin{array}{lll} SaP & \rightarrow & \forall x(Sx \supset Px) \,\&\, \exists x Sx \\ SiP & \rightarrow & \exists x(Sx \,\&\, Px) \\ SeP & \rightarrow & \forall x(Sx \supset \neg Px) \end{array}$$

Силлогистическая теория, законами которой являются формулы, кэрролловские переводы которых доказуемы в исчислении предикатов, аксиоматизируется посредством системы НКС.

В язык НКС входят нелогические термины единственного типа — параметры для простых неотрицательных терминов. Для их обозначения используем символы $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{M}$, ... Кроме того, в язык силлогистики Кэрролла входят силлогистические константы a, i, e, пропозициональные связки $\&, \vee, \neg, \supset, \equiv$, знак терминного отрицания $'$ и скобки.

Любые параметры для неотрицательных общих терминов — $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{M}$, ... — есть термы, а также если S — неотрицательный общий термин, то S' — терм. Формулами являются выражения вида SaP, SiP, SeP, SoP, где S и P — произвольные термы. Сложные формулы образуются из простых с помощью пропозициональных связок. (Таким образом, при работе со схемами аксиом мы различаем обозначения для неотрицательных общих терминов — S, P, Q, M, ... и для общих терминов, если и содержащих, то не более одного отрицания, — S, P, Q, M,... Тем самым S, P, Q, M, ... есть соотвественно неотрицательные общие термины S, P, Q, M, ..., содержащие не более одного терминного отрицания или не содержащие такового.)

Схемами аксиом НКС являются:

K0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний.

K1. (MaP & SaM) ⊃ SaP
K2. SiP ⊃ PiS
K3. SiP ⊃ SaS
K4. SaP ⊃ SiP
K5. SeP ≡ ¬ SiP
K6. SaP ≡ (SeP' & SiS)
K7. SaP' ≡ (SeP & SiS)
K8. $SiS \vee S'iS'$
R1. *modus ponens.*

При доказательстве погружаемости системы негативной силлогистики Л. Кэрролла (НКС) в систему негативной фундаментальной силлогистики (НФС) будем использовать критерий, предложенный В.А. Смирновым [5]:

Исчисление S_1 погружается в исчисление S_2 посредством функции ψ_1 (из множества формул S_1 в множество формул S_2), если и только если:

(1) для каждой формулы A языка S_1 имеет место $S_1 \vdash A \Rightarrow S_2\psi_1(A)$; существует функция ψ_2 из множества формул S_2 в множество формул S_1, такая что

(2) для каждой формулы A языка S_2 имеет место $S_2 \vdash A \Rightarrow S_1 \vdash \psi_2(A)$,

(3) для каждой формулы A языка S_1 имеет место $S_1 \vdash (A \equiv \psi_2\ (\psi_1(A)))$.

Воспользуемся данным критерием применительно к случаю, когда S_1 есть система НКС, а S_2 — система НФС.

Язык негативной фундаментальной силлогистики отличается от языка негативной силлогистики Л. Кэрролла тем, что в нем допустимы общие термины с произвольным количеством отрицаний — $S, S', S'', S''', \ldots$ (Опять же различаем обозначения для неотрицательных общих терминов — $S, P, Q, M, \ldots$, и для общих терминов с произвольным количеством отрицаний — S, P, Q, M,...).

Постулатами исчисления НФС являются:

Ф0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний.
Ф1. (MaP & SaM) ⊃ SaP
Ф2. SiP ⊃ PiS
Ф3. SaS
Ф4. SiP ⊃ SiS
Ф5. SeP ≡ ¬ SiP
Ф6. SoP ≡ ¬ SaP
Ф7. SaP ≡ SeP′
Ф8. SiP ≡ SiP″
Ф9. SiS ∨ S′iS′
R1. *modus ponens.*

Определим перевод ψ_1 из НКС в НФС:

$\psi_1(\mathrm{S}a\mathrm{P}) = \mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}$
$\psi_1(\mathrm{S}i\mathrm{P}) = \mathrm{S}i\mathrm{P}$
$\psi_1(\mathrm{S}e\mathrm{P}) = \mathrm{S}e\mathrm{P}$
$\psi_1(\neg \mathrm{A}) = \neg\psi_1(\mathrm{A})$
$\psi_1(\mathrm{A}\bullet \mathrm{B}) = \psi_1(\mathrm{A})\bullet\psi_1(\mathrm{B})$, где $\bullet$ — любая бинарная связка.

Индукцией по длине доказательства формулы A в системе НКС покажем, что часть (1) критерия Смирнова выполняется:
$\dot\forall \mathrm{A}(\text{НКС} \vdash \mathrm{A} \Rightarrow \text{НФС} \vdash \psi_1(\mathrm{A}))$.

K0. Переводы аксиом K0 также являются аксиомами исчисления высказываний, поэтому они доказуемы в НФС.

ψ_1-переводы аксиом K2, K5, K8 системы НКС — суть аксиомы Ф2, Ф5, Ф8 системы НФС соответственно.

K1. $(\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}) \supset \mathrm{S}a\mathrm{P}$
$\psi_1((\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}) \supset \mathrm{S}a\mathrm{P}) = (\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{M}i\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset (\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$

1. $(\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}) \supset \mathrm{S}a\mathrm{P}$	Ф1
2. $(\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset (\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	1, ЛВ
3. $(\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{M}i\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset (\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	2, ЛВ

K3. $\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}$
$\psi_1(\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}) = \mathrm{S}i\mathrm{P} \supset (\mathrm{S}a\mathrm{S}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$

1. $\mathrm{S}a\mathrm{S}$	Ф3
2. $\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset \mathrm{S}i\mathrm{S}$	Ф4
3. $\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset (\mathrm{S}a\mathrm{S}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	1, 2, ЛВ

K4. $\mathrm{S}a\mathrm{P} \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$
$\psi_1(\mathrm{S}a\mathrm{P} \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}) = (\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$

1. $(\mathrm{P}a\mathrm{S}'\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{P}) \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}'$	Ф1
2. $(\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \neg\ \mathrm{S}a\mathrm{S}') \supset \neg\ \mathrm{P}a\mathrm{S}'$	1, ЛВ
3. $\mathrm{S}a\mathrm{S}' \equiv \mathrm{S}e\mathrm{S}''$	Ф7
4. $\mathrm{P}a\mathrm{S}' \equiv \mathrm{P}e\mathrm{S}''$	Ф7
5. $\mathrm{S}e\mathrm{S}'' \equiv \neg\ \mathrm{S}i\mathrm{S}''$	Ф5
6. $\mathrm{P}e\mathrm{S}'' \equiv \neg\ \mathrm{P}i\mathrm{S}''$	Ф5
7. $\mathrm{S}i\mathrm{S} \equiv \mathrm{S}i\mathrm{S}''$	Ф8
8. $\mathrm{P}i\mathrm{S} \equiv \mathrm{P}i\mathrm{S}''$	Ф8
9. $\mathrm{P}i\mathrm{S} \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$	Ф2
10. $(\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$	2–9, ЛВ

K6. $\mathrm{S}aP \equiv (\mathrm{S}eP' \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S})$

$\psi_1(\mathrm{S}aP \equiv (\mathrm{S}eP' \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S})) = (\mathrm{S}aP \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP' \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S})$

1. $\mathrm{S}aP \equiv \mathrm{S}eP'$	Ф7
2. $(\mathrm{S}aP \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP' \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	1, ЛВ

K7. $\mathrm{S}aP' \equiv (\mathrm{S}eP \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S})$

$\psi_1(\mathrm{S}aP' \equiv (\mathrm{S}eP \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S})) = (\mathrm{S}aP' \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S})$

1. $\mathrm{S}aP' \equiv \mathrm{S}eP''$	Ф7
2. $\mathrm{S}eP'' \equiv \neg \ \mathrm{S}iP''$	Ф5
3. $\mathrm{S}iP \equiv \mathrm{S}iP''$	Ф8
4. $\mathrm{S}eP \equiv \neg \ \mathrm{S}iP$	Ф5
5. $\mathrm{S}aP' \equiv \mathrm{S}eP$	1–4, ЛВ
6. $(\mathrm{S}aP' \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	5, ЛВ

Легко показать также справедливость следующего утверждения:

НФС $\vdash \psi_1(\mathrm{A} \supset \mathrm{B})$ и НФС $\vdash \psi_1(\mathrm{A}) \Rightarrow$ НФС $\vdash \psi_1(\mathrm{B})$.

Действительно, $\psi_1(\mathrm{A} \supset \mathrm{B}) = \psi_1(\mathrm{A}) \supset \psi_1(\mathrm{B})$, а правило *modus ponens* имеется в НФС. Таким образом, часть (1) критерия Смирнова выполняется.

Для доказательства частей (2) и (3) указанного критерия необходимо сформулировать обратный перевод из системы НФС в систему НКС. Для этого нам потребуется первоначально задать функцию υ, которая сопоставляет термам языка НФС термы языка НКС:
$\upsilon(\mathrm{S}) = S$, если число вхождений терминного отрицания в терм S четно или S не содержит отрицаний;
$\upsilon(\mathrm{S}) = S'$, если число вхождений терминного отрицания в терм S нечетно.

Тогда перевод ψ_2 из языка НФС в язык НКС с учетом наличия функции υ осуществляется следующим образом:

$\psi_2(\mathrm{SaP}) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})a\upsilon(\mathrm{P})) = \mathrm{S}a\mathrm{P} \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}$
$\psi_2(\mathrm{SiP}) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})i\upsilon(\mathrm{P})) = \mathrm{S}i\mathrm{P}$
$\psi_2(\mathrm{SeP}) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})e\upsilon(\mathrm{P})) = \mathrm{S}e\mathrm{P}$
$\psi_2(\mathrm{SoP}) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})o\upsilon(\mathrm{P})) = \neg \mathrm{S}a\mathrm{P} \ \& \ \mathrm{S}i\mathrm{S}$
$\psi_2(\neg \mathrm{A}) = \neg \psi_2(\mathrm{A})$
$\psi_2(\mathrm{A} \bullet \mathrm{B}) = \psi_2(\mathrm{A}) \bullet \psi_2(\mathrm{B})$

Покажем выполнение части (2) критерия Смирнова:
$\dot{\forall}\mathrm{A}$(НФС $\vdash$ A $\Rightarrow$ НКС $\vdash \psi_2(\mathrm{A})$). При этом используем тот же метод доказательства, что и в части (1). Главное показать, что ψ_2-переводы всех силлогистических аксиом системы НФС являются теоремами НКС.

Ф0. Переводы аксиом Ф0 также являются аксиомами исчисления высказываний, поэтому они доказуемы в НКС.

ψ_2-переводы аксиом Ф2, Ф5 системы НФС суть аксиомы К2, К5 системы НКС соответственно.

Ф1. (MaP & SaM) ⊃ SaP

ψ_2(Ф1) = ((MaP ∨ ¬MiM) & (SaM ∨ ¬SiS)) ⊃ (SaP ∨ ¬SiS)

1. (MaP & SaM) ⊃ SaP	К1
2. SaM ⊃ SiM	К4
3. SiM ⊃ MiS	К2
4. MiS ⊃ MaM	К3
5. MaM ⊃ MiM	К4
6. SaM ⊃ MiM	2, 3, 4, 5, ЛВ
7. ((MaP ∨ ¬MiM) & SaM) ⊃ SaP	1, 6, ЛВ
8. ((MaP ∨ ¬MiM) & (SaM ∨ ¬SiS) & SiS) ⊃ SaP	7, ЛВ
9. ((MaP ∨ ¬MiM) & (SaM ∨ ¬SiS)) ⊃ (SaP ∨ ¬SiS)	8, ЛВ

Ф3. SaS

ψ_2(Ф3) = SaS ∨ ¬SiS

1. SiS ⊃ SaS	К3
2. SaS ∨ ¬SiS	1, ЛВ

Ф4. SiP ⊃ SiS

ψ_2(Ф4) = SiP ⊃ SiS

1. SiP ⊃ SaS	К3
3. SaS ⊃ SiS	К4
2. SiP ⊃ SiS	1, ЛВ

Ф6. SoP ≡ ¬SaP

ψ_2(Ф6) = (¬SaP & SiS) ≡ ¬(SaP ∨ ¬SiS)

1. (¬SaP & SiS) ≡ (¬SaP & SiS)	закон ЛВ
2. (¬SaP & SiS) ≡ ¬(SaP ∨ ¬SiS)	1, ЛВ

Ф7. SaP ≡ SeP′

Если число вхождений терминного отрицания в терм P четно или P не содержит отрицаний, то

ψ_2(Ф7) = ψ_2((υ(S)$a\upsilon$(P) ∨ ¬υ(S)$i\upsilon$(S)) ≡ υ(S)$e\upsilon$(P′)) = (SaP ∨ ¬SiS) ≡ SeP'

1. $\mathrm{S}aP \equiv (\mathrm{S}eP' \;\&\; \mathrm{S}i\mathrm{S})$	K6
2. $(\mathrm{S}aP \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv ((\mathrm{S}eP' \;\&\; \mathrm{S}i\mathrm{S}) \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S})$	1, ЛВ
3. $(\mathrm{S}aP \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP' \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S})$	2, ЛВ
4. $\neg \mathrm{S}eP' \equiv \neg \mathrm{S}eP'$	закон ЛВ
5. $\mathrm{S}eP' \equiv \neg \mathrm{S}iP'$	K5
6. $\mathrm{S}iP' \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}$	K3
7. $\mathrm{S}a\mathrm{S} \supset \mathrm{S}i\mathrm{S}$	K4
8. $\neg \mathrm{S}eP' \equiv (\neg \mathrm{S}eP' \;\&\; \mathrm{S}i\mathrm{S})$	4-7, ЛВ
9. $(\mathrm{S}eP' \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv \mathrm{S}eP'$	8, ЛВ
10. $(\mathrm{S}aP \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv \mathrm{S}eP'$	3, 9, ЛВ

Если число вхождений терминного отрицания в терм P нечетно, то
$\psi_2(\Phi 7) = (\mathrm{S}aP' \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv \mathrm{S}eP$

1. $\mathrm{S}aP' \equiv (\mathrm{S}eP \;\&\; \mathrm{S}i\mathrm{S})$	K7
2. $(\mathrm{S}aP' \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv ((\mathrm{S}eP \;\&\; \mathrm{S}i\mathrm{S}) \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S})$	1, ЛВ
3. $(\mathrm{S}aP' \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S})$	2, ЛВ
4. $\neg \mathrm{S}eP \equiv \neg \mathrm{S}eP$	закон ЛВ
5. $\mathrm{S}eP \equiv \neg \mathrm{S}iP$	K5
6. $\mathrm{S}iP \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}$	K3
7. $\mathrm{S}a\mathrm{S} \supset \mathrm{S}i\mathrm{S}$	K4
8. $\neg \mathrm{S}eP \equiv (\neg \mathrm{S}eP \;\&\; \mathrm{S}i\mathrm{S})$	4-7, ЛВ
9. $(\mathrm{S}eP \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv \mathrm{S}eP$	8, ЛВ
10. $(\mathrm{S}aP' \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv \mathrm{S}eP$	3, 9, ЛВ

Ф8. $\mathrm{S}e\mathrm{P} \equiv \mathrm{S}e\mathrm{P}''$

$\psi_2(\Phi 8) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})e\upsilon(\mathrm{P}) \equiv \upsilon(\mathrm{S})e\upsilon(\mathrm{P}'')) = \mathrm{S}e\mathrm{P} \equiv \mathrm{S}e\mathrm{P}$

1. $\mathrm{S}e\mathrm{P} \equiv \mathrm{S}e\mathrm{P}$ закон ЛВ

Ф9. $\mathrm{S}i\mathrm{S} \vee \mathrm{S}'i\mathrm{S}'$

Если число вхождений терминного отрицания в терм S четно или S не содержит отрицаний, то
$\psi_2(\Phi 9)$ есть аксиома K8.

Если число вхождений терминного отрицания в терм S нечетно, то
$\psi_2(\Phi 9) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})i\upsilon(\mathrm{S}) \vee \upsilon(\mathrm{S}')i\upsilon(\mathrm{S}')) = S'iS' \vee SiS.$
И в силу коммутативности дизъюнкции имеем K8.

Доказательство части (2) критерия Смирнова завершено.

Часть (3) указанного критерия — $\dot{\forall}\mathrm{A}(\text{НКС} \vdash (\mathrm{A} \equiv \psi_2(\psi_1(\mathrm{A}))))$ — доказывается индукцией по числу вхождений логических связок в формулу A.

1. A есть $\mathrm{S}a\mathrm{P}$

Тогда $\psi_2(\psi_1(\mathrm{S}a\mathrm{P})) = \psi_2(\mathrm{S}a\mathrm{P} \;\&\; \mathrm{S}i\mathrm{S}) = (\mathrm{S}a\mathrm{P} \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \;\&\; \mathrm{S}i\mathrm{S}.$

Необходимо показать, что SaP $\equiv$((SaP $\vee\neg$SiS) & SiS) :

1. SaP $\supset$ SiP	K4
2. SiP $\supset$ SaS	K3
3. SaS $\supset$ SiS	K4
4. SaP $\supset$ SiS	1, 2, 3, ЛВ
5. SaP $\equiv$ SaP	закон ЛВ
6. SaP $\equiv$ (SaP & SiS)	4, 5, ЛВ
7. SaP $\equiv$ ((SaP & SiS) $\vee$ ($\neg$SiS & SiS))	6, ЛВ
8. SaP $\equiv$ ((SaP $\vee\neg$SiS) & SiS)	7, ЛВ

Следовательно, SaP $\equiv \psi_2(\psi_1$(SaP)).

2. A есть SiP.

Тогда $\psi_2(\psi_1$(SiP)) = SiP.

1. SiP $\equiv$ SiP закон ЛВ

Имеем, SiP $\equiv \psi_2(\psi_1$(SiP)).

3. A есть SeP.

Тогда $\psi_2(\psi_1$(SeP)) = ψ_2(SeP) = SeP.

1. SeP $\equiv$ SeP закон ЛВ

Следовательно, SeP $\equiv \psi_2(\psi_1$(SeP)).

4. Пусть A — сложная формула. Согласно индуктивному допущению утверждение части (3) справедливо для всех собственных подформул A, т.е. имеем: НКС $\vdash$ (B $\equiv \psi_2(\psi_1$(B))), где B — произвольная собственная подформула формулы A.

Пусть A есть $\neg B$.

1. B $\equiv \psi_2(\psi_1$(B))	Теорема НКС (по инд. допущению)
2. $\neg$B $\equiv \neg\psi_2(\psi_1$(B))	1, ЛВ
3. $\neg\psi_2(\psi_1$(B)) есть $\psi_2(\psi_1(\neg$B))	по определению ψ_1 и ψ_2
4. $\neg$B $\equiv \psi_2(\psi_1(\neg$B))	2, 3

Остальные шаги индуктивного перехода доказываются в том же духе.

Таким образом, все три части критерия Смирнова выполняются. Следовательно, НКС погружается в НФС посредством ψ_1. В работе [1] нами показана погружаемость системы НФС в систему обобщенной позитивной силлогистики (ОФС) посредством функции $\boldsymbol{\psi_1}$. В свою очередь В.И. Маркиным доказана погружаемость системы ОФС в исчисление предикатов посредством перевода * [3]. Из данных утверждений получаем, что НКС погружается в исчисление предикатов посредством композиции функций $\psi_1, \boldsymbol{\psi_1}, ^*$. Остается показать, что данная композиция равносильна «кэрролловскому» переводу силлогистических формул.

Напомним, что язык ОФС содержит новые силлогистические константы: u — аналог отношения исчерпываемости и q — аналог отношения неисчерпываемости. В результате появляются два новых типа формул: SuP — «Всякий объект есть S или P» и SqP — «Некий объект не есть ни S, ни P».

Перевод * силлогистических формул ОФС в язык исчисления предикатов задан следующим образом:

$(SaP)^* = \forall x(Sx \supset Px)$ $\quad$ $(SiP)^* = \exists x(Sx \,\&\, Px)$

$(SeP)^* = \forall x(Sx \supset \neg Px)$ $\quad$ $(SoP)^* = \exists x(Sx \,\&\, \neg Px)$

$(SuP)^* = \forall x(Sx \vee Px)$ $\quad$ $(SqP)^* = \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Px)$

$(\neg \mathrm{A})^* = \neg(\mathrm{A})^*$ $\quad$ $(\mathrm{A} \bullet \mathrm{B})^* = (\mathrm{A})^* \bullet (\mathrm{B})^*$,

где $\bullet$ — любая бинарная связка.

Перевод $\boldsymbol{\psi_1}$ из НФС в ОФС имеет следующий вид:

$\boldsymbol{\psi_1}(SaP) = SaP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(SiP) = SiP$

$\boldsymbol{\psi_1}(SaP') = SeP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(SiP') = SoP$

$\boldsymbol{\psi_1}(S'aP) = SuP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(S'iP) = PoS$

$\boldsymbol{\psi_1}(S'aP') = PaS$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(S'iP') = SqP$

$\boldsymbol{\psi_1}(SeP) = SeP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(SoP) = SoP$

$\boldsymbol{\psi_1}(SeP') = SaP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(SoP') = SiP$

$\boldsymbol{\psi_1}(S'eP) = PaS$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(S'oP) = SqP$

$\boldsymbol{\psi_1}(S'eP') = SuP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(S'oP') = PoS$

$\boldsymbol{\psi_1}(\neg \mathrm{A}) = \neg\psi_1(\mathrm{A})$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(\mathrm{A} \bullet \mathrm{B}) = \boldsymbol{\psi_1}(\mathrm{A}) \bullet \boldsymbol{\psi_1}(\mathrm{B})$,

где $\bullet$ — любая бинарная связка.

Покажем, что композиция функций $\psi_1, \boldsymbol{\psi_1},^*$ равносильна «кэрролловскому» переводу силлогистических формул:

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SaP)))^* \quad &= (\boldsymbol{\psi_1}(SaP \,\&\, SiS))^* = (SaP \,\&\, SiS)^* = \\
&= \forall x(Sx \supset Px) \,\&\, \exists x(Sx \,\&\, Sx) \equiv \forall x(Sx \supset Px) \,\&\, \exists x Sx \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SaP')))^* \quad &= (\boldsymbol{\psi_1}(SaP' \,\&\, SiS))^* = \\
&= (SeP \,\&\, SiS)^* = \forall x(Sx \supset \neg Px) \,\&\, \exists x(Sx \,\&\, Sx) \equiv \\
&\equiv \forall x(Sx \supset \neg Px) \,\&\, \exists x Sx \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'aP)))^* \quad &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'aP \,\&\, S'iS'))^* = \\
&= (SuP \,\&\, SqS)^* = \forall x(Sx \vee Px) \,\&\, \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Sx) \equiv \\
&\equiv \forall x(\neg Sx \supset Px) \,\&\, \exists x \neg Sx \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'aP')))^* \quad &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'aP' \,\&\, S'iS'))^* = (PaS \,\&\, SqS)^* = \\
&= \forall x(Px \supset Sx) \,\&\, \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Sx) \equiv \\
&\equiv \forall x(\neg Sx \supset \neg Px) \,\&\, \exists x \neg Sx
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SiP)))^* \quad &= (\boldsymbol{\psi_1}(SiP))^* = (SiP)^* = \exists x(Sx \,\&\, Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SiP')))^* \quad &= (\boldsymbol{\psi_1}(SiP'))^* = (SoP)^* = \exists x(Sx \,\&\, \neg Px)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'iP)))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'iP))^* = (PoS)^* = \exists x(Px \,\&\, \neg Sx) \equiv \\
&\equiv \exists x(\neg Sx \,\&\, Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'iP')))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'iP'))^* = (SqP)^* = \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Px) \\
\\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SeP)))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(SeP))^* = (SeP)^* = \forall x(Sx \supset \neg Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SeP')))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(SeP'))^* = (SaP)^* = \forall x(Sx \supset Px) \equiv \\
&\equiv \forall x(Sx \supset \neg\neg Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'eP)))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'eP))^* = (PaS)^* = \forall x(Px \supset Sx) \equiv \\
&\equiv \forall x(\neg Sx \supset \neg Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'eP')))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'eP'))^* = (SuP)^* = \forall x(Sx \vee Px) \equiv \\
&\equiv \forall x(\neg Sx \supset \neg\neg Px)
\end{aligned}
$$

Итак, композиция функций $\psi_1, \boldsymbol{\psi_1}, ^*$ равносильна «кэрролловскому» переводу силлогистических формул.

Литература

[1] *Ильин А.А* Негативная фундаментальная силлогистика // Тр. научно-исслед. семинара логического центра Ин-та философии РАН. 2000. Вып. 15. С. 128–138.

[2] *Кэрролл Л.* Символическая логика // История с узелками. М.: Мир, 2001. С. 189–361.

[3] *Маркин В.И.* Обобщенная позитивная силлогистика // Логические исследования. Вып. 6. М.: РОССПЭН, 1999. С. 241–258.

[4] *Маркин В.И.* Силлогистические теории в современной логике. М.: МГУ, 1991. 96 с.

[5] *Смирнов В.А.* Логические методы анализа научного знания. М., 1987. 264 с.

A.A. Ilyin

Lewis Carroll's Syllogistic with Negative Terms

Ilyin Aleksey Alekseevich
Department of Logic, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University.
27-4 Lomonosovsky prospekt, GSP-1, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: alexeevich@inbox.ru

Lewis Carroll was an author of original syllogistic theory which is different from Traditional syllogistic. Carroll's system contains term negation, so it made him possible to eliminate *o*-type propositions (SoP) treating them as a kind of *i*-type propositions (SiP'). We set out the following axiom schemes for Carroll's syllogistic: $(\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}) \supset \mathrm{S}a\mathrm{P}$, $\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset \mathrm{P}i\mathrm{S}$, $\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}$, $\mathrm{S}a\mathrm{P} \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$, $\mathrm{S}e\mathrm{P} \equiv \neg\mathrm{S}i\mathrm{P}$, $\mathrm{S}aP \equiv (\mathrm{S}eP'\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$, $\mathrm{S}aP' \equiv (\mathrm{S}eP\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$, $SiS \vee S'iS'$. We prove that this system embeds into the Predicate calculus by the following interpretation (equivalent to Carroll's understanding) of categorical propositions: $SaP \to (\forall x(Sx \supset Px) \,\&\, \exists x Sx)$, $SiP \to \exists x(Sx \,\&\, Px)$, $SeP \to \forall x(Sx \supset \neg Px)$.

Keywords: syllogistic, negative terms, categorical propositions, embedding function

References

[1] Ilyin, A.A. "Negativnaya fundamentalnaya sillogistika" [Negative Fundamental Syllogistic], *Logicheskie issledovanija* [Logical Investigations], 2000, vol. 15, pp. 128–138/ (In Russian)

[2] Carroll, L. "Simvolicheskaya logika" [Symbolic Logic], *Istoriya s uzelkami* [A Tangled Tale]. Moscow: Mir, 2001, pp. 189–361. (In Russian)

[3] Markin, V.I. "Obobshennaya pozitivnaya sillogistika" [Generalized Pozitive Syllogistic], *Logicheskie issledovanija*, [Logical Investigations], 1999, vol. 6, pp. 241–258. (In Russian)

[4] Markin, V.I. *Sillogisticheskie teorii v sovremennoy logike* [Syllogistic Theories in Modern Logic]. Moscow: MSU, 1991. 96 pp. (In Russian)

[5] Smirnov, V.A. *Logicheskie metodi analiza nauchnogo znaniya* [Logical Methods of Analysis of Scientific Knowledge]. Moscow, 1987. 264 pp. (In Russian)