

УДК 161.1

В.К. Финн

## О неаристотелевском строении понятий

**Финн Виктор Константинович**

Сектор интеллектуальных информационных систем,  
Отделение научных исследований по проблемам информатики,  
Всероссийский институт научной и технической информации РАН.  
Россия, 125190, Москва, А-190, ул. Усиевича, д. 20.  
e-mail: finn@viniti.ru

В статье рассматривается строение понятий, отличное от аристотелевской традиции, основанной на онтологии «вещь–свойства». Неаристотелевское строение понятий анализируется на примере процедурных понятий ДСМ-метода автоматического порождения гипотез. Для процедурных понятий предлагается уточнение и расширение треугольника Г. Фреге. Для процедурных понятий треугольник Г. Фреге, образованный интенционалом (содержанием), экстенционалом (объемом), дополняется процедурным выражением, преобразующим исходные данные посредством интенционала в экстенционал. В статье приводится пример нарушения так называемого «закона обратного соотношения» объема и содержания понятия для понятий ДСМ-метода автоматического порождения гипотез. Формулируются особенности неаристотелевского строения понятий как средств организации знаний, а не «формы мышления». На примере понятий, представляющих ДСМ-рассуждения, демонстрируется отличие их строения от понимания понятий в аристотелевской традиции. В статье обсуждается также проблема преобразования идей в точно характеризующие понятия.

*Ключевые слова:* аристотелевская традиция понятий, экстенционал (объем), интенционал (содержание), индуктивные методы Д.С. Милля, ДСМ-рассуждения, процедурные понятия, треугольник Г. Фреге

### 1 Введение

В [15] Э. Кассирер высказал идею о том, что аристотелевская концепция понятий порождена его онтологией «вещь–свойство». Эта онтология, по мнению Э. Кассирера, определила аристотелевскую традицию в характеристике понятий посредством «содержания» и «объема», где под содержанием и объемом понимаются совокупность существенных признаков и множество объектов, ими обладающих, соответственно.

Эта традиция была уточнена и развита логиками Пор-Рояля [4, 16].

Аристотелевская традиция понимания понятий, которая была представлена в учебниках традиционной формальной логики [41], основана на допущениях, формулируемых ниже.

Д1. Понятие есть **форма мышления**.

Д2. Понятие образовано содержанием и объемом, где под **содержанием и объемом** понимается совокупность существенных признаков и множество объектов, ими обладающих, соответственно.

Д3. Имеет место Закон обратного соотношения содержания и объема: расширение содержания добавлением новых признаков уменьшает объем, а добавление новых объектов обедняет (уменьшает) содержание [41].

Следует заметить, что основным и широко обсуждаемым типом понятий в аристотелевской традиции является их строение «род–вид». Примерами таких понятий являются **остенсивные** понятия, представляющие данные непосредственного восприятия [46]. Оценка знаний, представимых посредством остенсивных понятий, естественным образом характеризуется аристотелевской теорией истины (теорией соответствия).

Не только common sense знание, но и знание в науках о человеке и обществе весьма часто (а, может быть, преимущественно) используют в рассуждениях и актах коммуникации **идеи**, а не хорошо определимые или хорошо характеризующие **понятия** [30]. Поэтому возникает естественное стремление рассмотреть строение точно характеризующих идей, представимых как понятия, в результате преобразования (уточнения) этих идей [30].

Примером уточнения и формализации понятий в аристотелевской традиции является теория формальных понятий, использующая алгебраические решетки [50, 47, 44].

## 2 Неаристотелевское строение процедурных понятий

Развитие идей и методов научного направления исследований «Искусственный интеллект» (ИИ) породило необходимость формализации как представления знаний для баз фактов и баз знаний, так и автоматизированных рассуждений [19, 48, 31]. В силу того, что главным продуктом ИИ являются интеллектуальные системы, содержащие базы фактов и базы знаний, представление знаний посредством формальных языков стало актуальной проблемой логики интеллектуальных систем [43, 8].

В исследованиях в рамках ИИ выделяют три вида знаний — декларативные, процедурные и концептуальные [32]. Декларативные знания

используются для описания фактов и знаний в базах фактов и базах знаний соответственно. Факты представимы посредством атомарных высказываний и их отрицаний, а знания представимы посредством высказываний с кванторами  $\forall$  и  $\exists$ , комбинаций атомарных высказываний, образованных пропозициональными логическими связками, а также посредством задания процедур для преобразования данных. Процедурные знания являются средством реализации алгоритмов, применяемых в Решателе задач интеллектуальных систем. Эти знания используются для осуществления стратегий решения задач, состоящих из комбинаций различных видов рассуждений (в том числе индукции, аналогии, абдукции и дедукции) и вычислений.

Декларативными знаниями являются системы утверждений, характеризующие предметную область и используемую структуру данных (например, булевскую).

Концептуальным знанием для интеллектуальных систем является множество утверждений и определений понятий, выражающих принципы создания этих систем [31, 32]. Это знание является **метатеоретическим**, которым руководствуются создатели интеллектуальных систем.

В настоящей статье нас будет интересовать в основном процедурное знание, используемое в интеллектуальных системах, так как оно выражено посредством **процедурных понятий, имеющих неаристотелевское строение**. В связи с этим рассмотрим процедурные понятия, применяемые при формализации и усилении индуктивных методов Д.С. Милля [21].

Идеи Д.С. Милля об индуктивных выводах, сформулированные в виде пяти правил — сходства, различия, сходства-различия, остатков и сопутствующих изменений [21], были формализованы в ДСМ-методе автоматического порождения гипотез [31, 1, 36]. Ниже рассмотрим формализацию и усиление индуктивного метода сходства.

Индуктивные методы Д.С. Милля формализуются средствами ДСМ-метода автоматического порождения гипотез (ДСМ-метод АПГ) [1, 31, 36], который является методологией и аппаратом поддержки научных исследований, осуществляемых в интеллектуальных системах. ДСМ-метод имеет семь образующих его компонент — условия применимости, ДСМ-рассуждения, представление знаний в виде открытых квазиаксиоматических теорий (КАТ), метатеоретические исследования ДСМ-рассуждений (в том числе их дедуктивная имитация [1]) и процедурная семантика, распознавание эмпирических закономерностей в базах фактов [34], организация индуктивных процедур посредством ал-

гебраических решеток, интеллектуальные системы, реализующие перечисленные компоненты ДСМ-метода АПГ.

Сформулируем теперь JSM-L — язык как для представления сходства фактов (его дескриптивная функция), так и для извлечения из данных отношения «причины–следствия», а также для приписывания степени правдоподобия порождаемым гипотезам (аргументативная функция JSM-L).

### JSM-L

$X; Z; V$  (быть может, с нижними индексами) — переменные для объектов и подобъектов — это переменные сорта 1;

$Y, U, W$  (быть может, с нижними индексами) — переменные для эффектов (множеств свойств) — это переменные сорта 2;

$Q, Q_1, Q_2, \dots$  — константы (множества свойств), являющиеся значениями переменных  $Y, U, W$  и т.д.;

$n, m, l, k, r, s$  (быть может, с нижними индексами) — переменные, значениями которых являются натуральные числа ( $n \in \mathbb{N}$ ) — это переменные сорта 3;

— (дополнение, разность),  $\cap, \cup$  — операции алгебры множеств;

$=$  — предикат равенства для термов сортов 1, 2, 3;

$\geq, \leq$  — предикаты для термов сорта 3;

$\subseteq, \subset$  — предикаты включения для множеств (объектов, подобъектов и свойств);

$X \Rightarrow_1 Y$  — предикат «объект  $X$  имеет множество свойств  $Y$ »;

$V \Rightarrow_2 W$  — предикат « $V$  есть причина  $W$ »;

$\neg, \&, \vee, \rightarrow$  — логические связки двузначной логики;

$J_{\bar{\nu}}$  —  $J$ -операторы Россера–Тюркетта [49], где  $\bar{\nu} = \langle \nu, n \rangle$  или  $\bar{\nu} = (\tau, n)$ ,  $\nu \in \{1, -1, 0\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , а 1, -1, 0,  $\tau$  — типы истинностных значений «фактическая истина», «фактическая ложь», «фактическое противоречие» и «неопределенность» соответственно; а  $\langle \nu, n \rangle$  — истинностное значение, где  $n$  — степень правдоподобия гипотез, выражающая число применений правил правдоподобного вывода (индукции и аналогии);  $(\tau, n)$  — множество истинностных значений, определяемых рекуррентным образом:  $(\tau, n) = \{\langle 1, n+1 \rangle, \langle -1, n+1 \rangle, \langle 0, n+1 \rangle\} \cup (\tau, n+1)$ ;

$\forall, \exists$  — кванторы всеобщности и существования (соответственно для переменных сортов 1, 2, 3).

Термы и формулы JSM-L определяются стандартным образом, но с существенным добавлением формул и термов и кванторов по кортежам «переменной длины» [25].

При поиске и порождении эмпирических зависимостей в базах фактов (БФ) требуется установить сходство или различие фактов на конечном, но заранее неопределенном множестве примеров. Число таких примеров  $k$ , следовательно, является переменной величиной ( $k$  называется параметром эмпирической индукции). Это обстоятельство вызывает расширение языка логики предикатов  $1^{\text{ого}}$  порядка посредством введения формул «переменной длины и кванторов по кортежам» [25]. JSM-L является языком слабой логики предикатов  $2^{\text{ого}}$  порядка [5], в котором выразимо транзитивное замыкание.

JSM-L является  $J$ -определимым языком бесконечно-значной логики с конечным числом типов истинностных значений [2]  $(1, -1, 0, \tau)$ , которым соответствует четырехзначная логика аргументации [35].

В [10] было установлено, что исходные предикаты ДСМ-метода АПГ для конечных моделей выразимы в логике предикатов  $1^{\text{ого}}$  порядка, но для моделей произвольной мощности они выразимы в языке слабой логики предикатов  $2^{\text{ого}}$  порядка (в языке с кванторами по кортежам).

Формулами «переменной длины» JSM-L с кванторами по кортежам являются формулы вида  $\exists k \exists X_0 \exists X_1 \dots \exists X_{k-1} \exists Y_0 \dots \exists Y_{k-1} (\dots \& J_{\bar{\nu}}(X \Rightarrow_r Y_i) \& \dots)$ ,  $T_1 \cap \dots \cap T_k = T$ ,  $\bigvee_{i=1}^k (X = X_i)$ ,  $\bigvee_{i=1}^k (Y = Y_i)$ , а  $T_i, T$  — термы<sup>1</sup>.

Рассматриваемая версия ДСМ-метода АПГ основана на процедурной семантике PrSem с булевой структурой данных [36].

Пусть  $U^{(1)}$  и  $U^{(2)}$  — исходные множества объектов и свойств соответственно, а  $\mathcal{B}_i = \langle 2^{U^{(i)}}, \emptyset, U^{(i)}, -, \cap, \cup \rangle$  — булевы алгебры ( $i = 1, 2$ ), образующие структуру данных ДСМ-метода АПГ. Предикаты  $X \Rightarrow_1 Y$  и  $X \Rightarrow_2 Y$  определяются посредством отображений:  $\Rightarrow_i: 2^{U^{(1)}} \times 2^{U^{(2)}} \rightarrow V_{in}$ , где  $i = 1, 2$ , а  $V_{in} = \{ \langle \nu, n \rangle \mid (\nu \in 1, -1, 0) \& (n \in \mathbb{N}) \} \cup \{ (\tau, n) \mid n \in \mathbb{N} \}$ , где  $\mathbb{N}$  — множество натуральных чисел, а  $1, -1, 0, \tau$  — типы истинностных значений;  $\langle \nu, n \rangle$  — истинностные значения, где  $n$  — их степень правдоподобия, выражающая число применений правил правдоподобного вывода (п.п.в.)<sup>2</sup>.

$V_{in}$  — множество **внутренних** (фактических) истинностных значений в смысле Д.А. Бочвара.

<sup>1</sup>Использование многоточия (...) эвристически удобно для представления формул с кванторами по кортежам.

<sup>2</sup>Чем больше  $n$ , тем меньше степень правдоподобия гипотез с истинностным значением  $\bar{\nu} = \langle \nu, n \rangle$ , где  $n > 0$ .

Посредством  $t$  и  $f$  обозначим **внешние** истинностные значения двузначной логики «истина» и «ложь» соответственно.  $V_{ex} = \{t, f\}$  — множество внешних истинностных значений в смысле Д.А. Бочвара [6].

Формулы  $T_1 \Rightarrow_1 T_2$  и  $T_1 \Rightarrow_2 T_2$ , где  $T_1$  и  $T_2$  — термы, будем называть внутренними, так как их истинностные значения принадлежат множеству  $V_{in}$ .

$J_{\bar{v}}(C \Rightarrow_j Q) = \begin{cases} t, & \text{если } v[C \Rightarrow_j Q] = \bar{v} \\ f, & \text{если } v[C \Rightarrow_j Q] \neq \bar{v} \end{cases}$ , где  $v$  — функция оценки, а  $C, Q$  — соответствующие константы.

Определим также оператор  $J_{(\nu, n)}\varphi \equiv \bigvee_{i=0}^n J_{(\nu, i)}\varphi$ , где  $\nu \in \{1, -1, 0\}$ ,  $\equiv$  — «равенство по определению».

Формулы  $J_{\bar{v}}(T_1 \Rightarrow_j T_2)$ ,  $J_{(\tau, n)}(T_1 \Rightarrow_j T_2)$  ( $j = 1, 2$ ), построенные посредством термов булевых алгебр  $\mathcal{B}_1$  и  $\mathcal{B}_2$  и отношений  $\leq$  или  $\geq$ , будем называть **внешними** формулами.

Общее определение внешних формул строится индуктивно с использованием логических связок  $\neg$ ,  $\&$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$  и кванторов  $\forall$ ,  $\exists$ .  $V_{ex} = \{t, f\}$  есть область значений внешних формул.

Первая компонента ДСМ-метода АПГ характеризует условия его применимости. Они состоят в следующем:

- 1) возможность формализовать сходство фактов;
- 2) существование в базе фактов (БФ) как позитивных фактов ((+)-фактов), так и негативных фактов ((-)-фактов);
- 3) существование в БФ в неявном виде как позитивных причин, ((+)-причин), так и негативных причин ((-)-причин) изучаемых эффектов.

Для порождения ( $\pm$ )-причин применяются правила правдоподобного вывода 1<sup>ого</sup> рода (п.п.в.-1). Они являются формализацией и усилением известных индуктивных методов (канонов) Д.С. Милля [21], идеи которых ранее формулировал Д. Гершель.

Формализация индуктивных процедур в ДСМ-методе АПГ основана на трех принципах — принципе адекватности предметной области и индуктивных процедур (**П1**), принципе сходства (**П2**) и принципе синтеза и взаимодействия познавательных процедур (индукции, аналогии и абдукции [36]) (**П3**).

**П1.** Предварительно распознается и характеризуется одна из трех возможных предметных областей (моделей):

$W1$  — множество случайных событий («Мир 1»);  $W2$  — множество фактов, содержащих направленные позитивные и негативные влияния (детерминация изучаемых эффектов) («Мир 2»);  $W3$  — множество фактов, содержащее как направленные влияния (детерминации изучаемых эффектов), так и случайные флуктуации, влияющие на результирующий эффект («Мир 3»).

**П2.** Сходство фактов влечет наличие (отсутствие) изучаемого эффекта и его повторяемость.

**П3.** ДСМ-рассуждение образовано тремя процедурами — порождением ( $\pm$ )-причин изучаемых эффектов посредством правил индуктивного вывода миллевского типа, порождением гипотез относительно наличия или отсутствия эффектов посредством аналогии, использующей ( $\pm$ )-причины (эта процедура является **индуктивным обобщением**) и, наконец, завершением рассуждения принятием гипотез, использующим абдукцию — объяснение начального состояния БФ.

Заметим, что ДСМ-метод АПГ реализует синтез познавательных процедур, соответствующий познавательному процессу — анализ данных (индукция) + предсказание (аналогия) + принятие гипотез посредством объяснения (абдукция).

Таким образом, ДСМ-метод использует три вида знаний — декларативное (описание фактов и гипотез), процедурное (правила вывода) и концептуальное — принципы ДСМ-метода.

Первое правило индуктивного вывода Д.С. Милля, названное им методом сходства [21], формализуется в ДСМ-языке посредством предикатов позитивного и негативного сходства  $M_{a,n}^+(V, W)$  и  $M_{a,n}^-(V, W)$  соответственно [36, Первое правило приведено в Приложении].

Определение позитивного предиката сходства  $M_{a,n}^+(V, W)$  содержит пять обязательных компонент, которые соответствуют условиям применимости ДСМ-метода АПГ и принципам П1 – П3. Этими компонентами являются: (ЭУ) — экзистенциальные условия (существование (+)- и (-)-примеров<sup>3</sup>); (СХ) — условие сходства ( $\sigma$ )-примеров ( $\sigma \in +, -$ ); (ЭЗ) — эмпирическая зависимость, представляющая причинное вынуждение (forcing) изучаемого эффекта; (УИ) — условие исчерываемости множества сходных примеров, которые являются «родителями» гипотез о ( $\sigma$ )-причинах (оно гарантирует **максимальность** группировки этих примеров);  $k$  — нижняя граница числа рассматриваемых (сходных) примеров ( $k \geq 2$ )<sup>4</sup>.

<sup>3</sup>Примерами являются факты и гипотезы (результаты предсказаний).

<sup>4</sup>Параметр  $k$  можно увеличивать в ходе препроцессинга.

Приведем соответствующие подформулы для  $M_{a,n}^+(V, W)$ , где « $a$ » — имя метода сходства<sup>5</sup>,  $n$  — параметр, представляющий число применений правил правдоподобного вывода ДСМ-рассуждений.

$$\begin{aligned} & (\exists\mathcal{Y})^+ (J_{(1,n)}(Z_1 \Rightarrow_1 U_1) \& \dots \& (J_{(1,n)}(Z_k \Rightarrow_1 U_k))), \\ & (\text{СХ}) (Z_1 \cap \dots \cap Z_k = V) \& \neg(V = \emptyset), \\ & (\exists\mathcal{Z})^+ \text{ и } (\text{УИ}) \forall X \forall Y ((J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \& (V \subset X)) \rightarrow ((W \subseteq Y) \& \\ & \neg(W \neq \emptyset) \& (\bigvee_{i=1}^k (X = Z_i))))), \text{ где } (\text{УИ}) \text{ есть } (\bigvee_{i=1}^k (X = Z_i)). \end{aligned}$$

Определим предикат  $\tilde{M}_{a,n}^+(V, W, k)$ , зависящий от параметров  $k$  и  $n$ , где  $n$  выражает число применений правил правдоподобного вывода.  $n$  представляет степень правдоподобия порождаемых гипотез с истинностными значениями  $\bar{\nu} = \langle \nu, n \rangle$  и множеством возможных истинностных значений  $(\tau, n)$ , где  $\nu \in \{1, -1, 0\}$ <sup>6</sup>. Предикат  $\tilde{M}_{a,n}^+(V, W, k)$  с параметром  $n$  соответствует **итеративному** процессу порождения гипотез ДСМ-методом АПГ.

Для представления и формализации итеративной процедуры используется оператор  $J_{(\nu,n)}\varphi \equiv \bigvee_{i=0}^n J_{(\nu,i)}\varphi$ , где  $\nu \in \{1, -1, 0\}$ .

Определим теперь позитивный предикат сходства  $M_{a,n}^+(V, W)$ , посредством которого формализуется Первое правило индуктивного вывода Д.С. Милля [21].

$$\begin{aligned} M_{a,n}^+(V, W) & \equiv \exists k \tilde{M}_{a,n}^+(V, W, k), \\ \tilde{M}_{a,n}^+(V, W, k) & \equiv \exists Z_1 \dots Z_k \exists U_1 \dots U_k (J_{(1,n)}(Z_1 \Rightarrow_1 U_1) \& \dots \& \\ & (J_{(1,n)}(Z_k \Rightarrow_1 U_k) \& (Z_1 \cap \dots \cap Z_k = V) \& \neg(V = \emptyset) \& \forall X \forall Y ((J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 \\ & Y) \& (V \subset X)) \rightarrow ((W \subseteq Y) \& \neg(W = \emptyset) \& (\bigvee_{i=1}^k (X = Z_i)))) \& (k \geq 2)). \end{aligned}$$

Таким образом, строение определения  $M_{a,n}^+(V, W)$  представимо следующим образом:

$$M_{a,n}^+(V, W) \equiv \exists k \exists Z_1 \dots \exists Z_k \exists U_1 \dots \exists U_k [(\exists\mathcal{Y})^+ \& (\text{СХ}) \& (\exists\mathcal{Z}^+(\text{УИ})) \& (k \geq 2)], \text{ где } ((\exists\mathcal{Z})^+(\text{УИ})) \text{ — эмпирическая закономерность, выражающая отношение «причина } V \text{ следствия } W \text{» и содержащая условие исчерпываемости (УИ) сходных (+)-примеров.}$$

Заметим, что формула, определяющая предикат  $M_{a,n}^+(V, W)$ , является его **интенционалом**  $\text{Int}(M_{a,n}^+(V, W))$ , а индекс « $a$ » — его **именем**. Относительно заданной булевой структуры данных  $\mathcal{B}_i = \langle 2^{U^{(i)}}, \emptyset, U^{(i)}, -, \cap, \cup \rangle$ , где  $i = 1, 2$ , экстенционалом  $\text{Ext}(M_{a,n}^+(V, W))$  является  $\{\langle V, W \rangle | M_{a,n}^+(V, W)\}$  — множество пар  $\langle C, Q \rangle$ , выполняющих предикат  $M_{a,n}^+(V, W)$ , который является интенционалом « $a$ ».

<sup>5</sup>Д.С. Милль использует термин «agreement».

<sup>6</sup>Заметим, что чем больше  $n$ , тем меньше степень правдоподобия гипотез.



Таким образом, строением понятия предиката позитивного сходства для Первого правила индуктивного вывода Д.С. Милля будет **треугольник Г. Фреге** [39]:

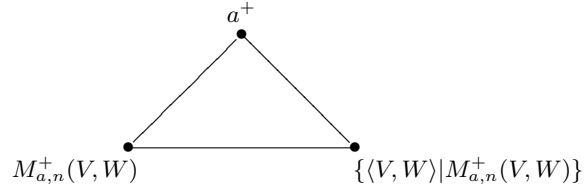


Рис. 1.

Итак, строением понятия позитивного предиката сходства является тройка  $\langle a^+, \text{Int}(M_{a,n}^+(V, W)), \text{Ext}(M_{a,n}^+(V, W)) \rangle$ . Обратите внимание на тот факт, что  $\text{Ext}(M_{a,n}^+(V, W))$ , являющийся аналогом идеи «объем понятия», есть бинарное отношение  $R_a^+ = \{(V, W) | M_{a,n}^+(V, W)\}$ . Это обстоятельство характеризует один из аспектов неаристотелевского строения понятия, ибо не соответствует аристотелевской онтологии «вещь–свойство»<sup>7</sup>.

**Замечание 1-2.** Рассмотрим процедуру упрощения понятия  $M_{a,n}^+(V, W)$  посредством замены  $\text{Int}(M_{a,n}^+(V, W))$ , заданного соответствующим определением, на множество признаков (свойств)  $\text{Simp}(M_{a,n}^+(V, W)) = (\exists Y)^+, (CX), (\exists Z^+(YI)), k \geq 2$ , состоящего из экзистенциального условия, сходства, эмпирической зависимости с условием исчерпываемости, нижней границы числа сходных (+)-примеров.

Тогда в соответствии с аристотелевской традицией **содержанием** понятия  $M_{a,n}^+(V, W)$  будет множество указанных признаков (однако объемом будет бинарное отношение  $R_a^+$ ).

Для уточнения Первого правила индуктивного вывода Д.С. Милля введем понятие отрицательного предиката сходства  $M_{a,n}^-(V, W)$ , которое соответствует условиям применимости ДСМ-метода АПГ — существованию (+)- и (-)-примеров изучаемого эффекта и существованию (+)- и (-)-эмпирических зависимостей типа «причина–следствие».

$$M_{a,n}^-(V, W) \equiv \exists k \tilde{M}_{a,n}^-(V, W, k), \text{ где}$$

<sup>7</sup>Заметим, что Э. Кассирер в [15] отмечает, что существование отношений не согласуется с аристотелевской традицией.

$$\tilde{M}_{a,n}^-(V, W, k) \equiv \exists Z_1 \dots \exists Z_k \exists U_1 \dots \exists U_k (J_{(-1,n)}(Z_1 \Rightarrow_1 U_1) \& \dots \& J_{(-1,n)}(Z_k \Rightarrow_1 U_k) \& (Z_1 \cap \dots \cap Z_k = V) \& \neg(V = \emptyset) \& \forall X \forall Y ((J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \& (W \subseteq Y)) \rightarrow ((V \subset X) \& (\bigvee_{i=1}^k (X = Z_i)))) \& (k \geq 2)).$$

Для  $\text{Int}(M_{a,n}^-(V, W))$  и  $\text{Ext}(M_{a,n}^-(V, W))$  имеется треугольник Г. Фреге

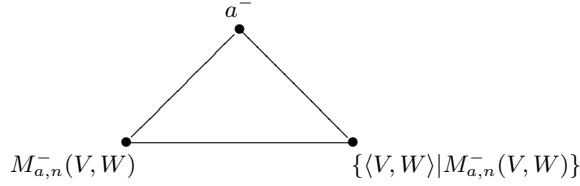


Рис. 2.

Рассмотрим аналогично  $\text{Simp}(M_{a,n}^+(V, W))$   $\text{Simp}(M_{a,n}^-(V, W)) = (\exists Y)^-, (CX), (\exists Z^-(UI)), k \geq 2$ .

$\text{Simp}(M_{a,n}^\sigma(V, W))$ , где  $\sigma \in \{+, -\}$ , есть замена (упрощение)  $\text{Int}(M_{a,n}^\sigma(V, W))$  согласно аристотелевской традиции характеристики понятий.

$\text{Simp}(M_{a,n}^\sigma(V, W))$  являются **минимальными** предикатами, реализующими правдоподобные амплиативные выводы<sup>8</sup>. Эти предикаты допускают усиления, которые порождают более информативные ( $\pm$ )-гипотезы о ( $\pm$ )-причинах в силу усложнения средств извлечения отношения «причина–следствие», представимые предикатом  $V \Rightarrow_2 W$ . Из определений  $M_{a,n}^\sigma(V, W)$  следует, что на основании обзора примеров с предикатом  $X \Rightarrow_1 Y$  посредством распознавания их сходства (CX) и обнаружения эмпирической зависимости  $(\exists Z)^\sigma$ , где  $\sigma \in \{+, -\}$ , порождается гипотеза о ( $\pm$ )-причинах, выразимая посредством предиката  $V \Rightarrow_2 W$ . Эта гипотеза является результатом амплиативного вывода.

Сформулируем некоторое усиление предикатов  $M_{a,n}^\sigma(V, W)$ , называемое **запретом на контрпримеры**:

$$(b)^+ \forall X \forall Y (((V \subset X) \& (W \subseteq Y)) \rightarrow (J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \vee J_{(\tau,n)}(X \Rightarrow_1 Y))),$$

$$(b)^- \forall X \forall Y (((V \subset X) \& (W \subseteq Y)) \rightarrow (J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \vee J_{(\tau,n)}(X \Rightarrow_1 Y))).$$

Условие  $(b)^+$  означает, что порождаемая посредством правила правдоподобного вывода (индукции) гипотеза  $J_{(1,n+1)}(C \Rightarrow_2 Q)$  на шаге применения ДСМ-рассуждения  $n + 1$  такова, что неверно как

<sup>8</sup>Вывод называется амплиативным в смысле Ч.С. Пирса, если его результат не содержится в посылках.

$J_{(-1,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \& (V \subset X) \& (W \subseteq Y)$ , так и  $J_{(0,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \& (V \subset X) \& (W \subseteq Y)$ .

Аналогичное условие имеет место для  $(b)^-$ .

Предикаты, усиленные посредством  $(b)^+$  и  $(b)^-$ , определяются следующим образом:

$$M_{ab,n}^+(V, W) \Rightarrow M_{a,n}^+(V, W) \& (b)^+(V, W),$$

$$M_{ab,n}^-(V, W) \Rightarrow M_{a,n}^-(V, W) \& (b)^-(V, W).$$

Индексы  $a^\sigma$ ,  $(ab)^\sigma$ , где  $\sigma \in \{+, -\}$ , являются именами  $M^\sigma$  — предикатов:  $\mathbf{I}^+ = \{a^+, (ab)^+\}$ ,  $\mathbf{I}^- = \{a^-, (ab)^-\}$ . Сформулируем правила правдоподобного вывода первого рода (п.п.в.-1), формализующие и усиливающие индуктивные методы Д.С. Милля [36] для предикатов с именами  $x$ ,  $y$ , где  $x \in \mathbf{I}^+$  и  $y \in \mathbf{I}^-$ :

$$\begin{aligned} (\mathbf{I})_{(x,y)}^+ & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W)}{J_{(1,n+1)}(V \Rightarrow_2 W)}, \\ (\mathbf{I})_{(x,y)}^- & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W)}{J_{(-1,n+1)}(V \Rightarrow_2 W)}, \\ (\mathbf{I})_{(x,y)}^0 & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W)}{J_{(0,n+1)}(V \Rightarrow_2 W)}, \\ (\mathbf{I})_{(x,y)}^\tau & \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W)}{J_{(\tau,n+1)}(V \Rightarrow_2 W)}. \end{aligned}$$

**Замечание 2-2.** Параметр  $n$  и операторы  $J_{(\nu,n)}$ ,  $J_{(\tau,n)}$ , где  $\nu \in \{1, -1, 0\}$ , в определении  $M$ -предикатов выражают итеративность процесса порождения гипотез до состояния стабилизации, когда новые гипотезы больше не возникают. Истинностные значения этих гипотез  $\bar{\nu} = \langle \nu, n \rangle$ , где  $n \in \mathbb{N}$ , отражают итеративность их порождения, которое является **конструктивным** (устанавливается сходство примеров (СХ) и наличие эмпирической зависимости «причина–следствие»  $(\exists Z)^\sigma$ , где  $\sigma \in \{+, -\}$ ).

Конструктивный процесс порождения гипотез о причинах и гипотез о предсказании изучаемых эффектов в базе фактов интеллектуальных систем осуществляется посредством взаимодействия трех познавательных процедур — индукции (порождение гипотез о причинах), аналогии (предсказание изучаемых эффектов) и абдукции (принятие гипотез посредством объяснения начального состояния базы фактов). Таким образом, ДСМ-рассуждение, уточняющее и усиливающее индуктивные методы Д.С. Милля, является **синтезом** индукции, аналогии и абдукции.

Взаимодействие индукции и аналогии образует **конструктивный процесс** порождения гипотез (процедурное преобразование знаний),

а абдукция завершает этот процесс. Вывод по аналогии является **индуктивным обобщением** посредством полученных гипотез о  $(\pm)$ -причинах (связь индукции и аналогии отмечал Д. Гершель [12]).

Определим ниже вывод по аналогии — правила правдоподобного вывода  $2^{\text{ого}}$  рода (п.п.в.-2) ([36, ч. I]). П.п.в.-2 использует предикаты  $\Pi_n^\sigma(V, W)$ , определяемые ниже.  $\Pi_n^\sigma(V, W) \Leftrightarrow \tilde{\Pi}_n^\sigma(V, W, k)$ , где  $\sigma \in \{+, -\}$ , а  $k$  — параметр, выражающий число порожденных гипотез, представленных формулами  $J_{(1,n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$ ,  $J_{(-1,n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$ , которые являются подформулами  $\tilde{\Pi}_n^\sigma(V, W, k)$ ,  $i = 1, \dots, k$ .

Предикат  $\tilde{\Pi}_n^+(V, W, k)$  выражает условие такое, что объект  $V$  содержит позитивные причины ((+)-причины)  $X_1, \dots, X_k$  для множеств свойств  $Y_1, \dots, Y_k$  соответственно, а множество свойств  $W$ , представляющее изучаемый эффект, покрывается множествами  $Y_1, \dots, Y_k$ . Следовательно,  $W = Y_1 \cup \dots \cup Y_k$ .

Вторым условием, содержащимся в  $\Pi_n^+(V, W)$ , является условие такое, что  $V$  не содержит ни отрицательных причин  $Z$ , ни  $Z$  таких, что  $J_{(0,n)}(Z \Rightarrow_2 U)$  для любого непустого подмножества  $U$  множества  $W$ .

$$\tilde{\Pi}_n^+(V, W, k) \Leftrightarrow \exists Y_1 \dots Y_k ((\&_{i=1}^k \exists X_i (J_{(1,n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i) \& (X_i \subset V))) \& (\bigcup_{i=1}^k Y_i = W) \& \forall U (((U \subseteq W) \& (U \neq \emptyset)) \rightarrow \neg \exists Z ((J_{(-1,n)}(Z \Rightarrow_2 U) \vee J_{(0,n)}(Z \Rightarrow_2 U)) \& (Z \subset V))).$$

$\Pi_n^-(V, W)$  определяется аналогичным образом.

Предикаты  $\Pi_n^0(V, W)$  и  $\Pi_n^r(V, W)$  определяются следующим образом:

$$\Pi_n^0(V, W) \Leftrightarrow \exists X_1 \exists Y_1 \exists X_2 \exists Y_2 (J_{(1,n)}(X_1 \Rightarrow_2 Y_1) \& J_{(-1,n)}(X_2 \Rightarrow_2 Y_2) \& \neg(Y_1 \cap Y_2 = \emptyset) \& (X_1 \subset V) \& (X_2 \subset V) \& (Y_1 \subseteq W) \& (Y_2 \subseteq W)) \vee \exists X \exists Y (J_{(0,n)}(X \Rightarrow_2 Y) \& (X \subset V) \& (Y \subseteq W)),$$

$$\Pi_n^r(V, W) \Leftrightarrow \neg(\Pi_n^+(V, W) \vee \Pi_n^-(V, W) \vee \Pi_n^0(V, W)).$$

Имеют место утверждения:

$$\forall V \forall W ((\Pi_n^+(V, W) \rightarrow \neg(\Pi_n^-(V, W))),$$

$$\forall V \forall W ((\Pi_n^\sigma(V, W) \rightarrow \neg(\Pi_n^0(V, W))), \text{ где } \sigma \in \{+, -\}.$$

Правила правдоподобного вывода для аналогии — п.п.в.-2 — формулируются следующим образом:

$$(\Pi)^+ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W), \Pi_n^+(V, W)}{J_{(1,n+1)}(V \Rightarrow_1 W)},$$

$$(\Pi)^- \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W), \Pi_n^-(V, W)}{J_{(-1,n+1)}(V \Rightarrow_1 W)},$$

$$(\Pi)^0 \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W), \Pi_n^0(V, W)}{J_{(0,n+1)}(V \Rightarrow_1 W)},$$

$$(II)^\tau \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W), \Pi_n^\tau(V, W)}{J_{(\tau,n+1)}(V \Rightarrow_1 W)}.$$

Формулы  $J_{(1,n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$  используются для представления сходства (+)-примеров посредством условия (СХ) из определения  $M_{(x,n)}^+(V, W)$  (аналогично для  $M_{(y,n)}^-(V, W)$ ). Поэтому следствия п.п.в.-2  $J_{(1,n+1)}(V \Rightarrow_1 W)$  имеют сходство с (+)-примерами из имеющейся базы примеров (она является расширением базы фактов). Это сходство с (+)-примерами из базы примеров выразимо посредством (+)-гипотез  $J_{(1,n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$  (точнее, их реализаций посредством констант  $C_i$  и  $Q_i$  в  $J_{(1,n)}(C_i \Rightarrow_2 Q_i)$ , где  $i = 1, \dots, k$ ).

Таким образом,  $J_{(1,n+1)}(V \Rightarrow_1 W)$  **аналогичен** (+)-примерам, представленным посредством  $X \Rightarrow_1 Y$ . Следовательно, п.п.в.-2 есть **вывод по аналогии** (аналогичное имеет место и для  $\Pi_n^\sigma(V, W)$ , где  $\sigma \in \{-, 0\}$ ).

**Замечание 3-2.** В ([1, гл. 2, с. 240–286]) имеет место теорема об обратимости правил правдоподобного вывода (п.п.в.-1 и п.п.в.-2):

$$(*) \forall V \forall W (J_{(1,n+1)}(V \Rightarrow_2 W) \leftrightarrow (M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W) \& J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W))),$$

$$(**) \forall V \forall W (J_{(1,n+1)}(V \Rightarrow_1 W) \leftrightarrow (\Pi_n^+(V, W) \& J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_1 W))).$$

Аналогичные утверждения имеют место для типов истинностных значений  $-1$  (фактическая ложь),  $0$  (фактическое противоречие) и  $\tau$  (неопределенность).

Если воспользоваться эквивалентностями (\*) и (\*\*) из **Замечания 3-2** и сделать соответствующие замены в предикатах  $M_{x,n}^+(V, W)$  и  $M_{y,n}^-(V, W)$ , где  $n \geq 2$ , предикатов  $\Rightarrow_1$  на предикаты  $\Pi_{n-1}^\sigma$ , где  $\sigma \in \{+, -\}$ , то получим **процедурные выражения**  $[M_{x,n}^+(V, W)]$  и  $[M_{y,n}^-(V, W)]$ .

Эти процедурные выражения представляют схемы реализаций  $M$ -предикатов, которые превращаются в вычислительные процедуры посредством применения алгоритмов установления сходства ( $\pm$ )-фактов (при  $n = 0$ ) и ( $\pm$ )-примеров (при  $(n > 0)$ ) [14].

Заменяя в предикатах  $\Pi_n^\sigma(V, W)$  входящие в них предикаты  $\Rightarrow_2$  на соответствующие  $M$ -предикаты, согласно утверждению (\*) получим процедурные выражения  $[\Pi_n^\sigma(V, W)]$ .

Будем называть тактом ДСМ-рассуждения последовательное применение п.п.в.-1 (индукции) и п.п.в.-2 (анalogии). Тогда рекурсивная процедура ДСМ-рассуждения на Этапе I (до применения абдуктивного принятия гипотез) имеет следующую конструктивную интерпретацию:

$$\begin{array}{l}
\text{Такт 1: } \frac{M_{x,1}^+(V, W) \& \neg M_{y,1}^-(V, W)}{J_{\langle 1,1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)} \\
\frac{[\Pi_1^+(X, Y)]}{J_{\langle 1,2 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y)} \\
\text{Такт 2: } \frac{[M_{x,2}^+(V, W)] \& [\neg M_{y,2}^-(V, W)]}{J_{\langle 1,3 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)} \\
\frac{[\Pi_2^+(X, Y)]}{J_{\langle 1,4 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y)} \\
\text{.....} \\
\text{Такт } n: \frac{[M_{x,n}^+(V, W)] \& [\neg M_{y,n}^-(V, W)]}{J_{\langle 1,2n-1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)} \\
\frac{[\Pi_2^+(X, Y)]}{J_{\langle 1,2n \rangle}(X \Rightarrow_1 Y)},
\end{array}$$

где  $n$  — такт стабилизации ДСМ-рассуждения.

Аналогично формулируется конструктивная интерпретация для п.п.в.-1 (I) $^\sigma$  и п.п.в.-2 (II) $^\sigma$  соответственно, где  $\sigma \in -, 0, \tau$ .

**Конструктивизацией** интенционала  $\text{Int}$  процедурного понятия  $\text{Prconcept}$  будем называть средства реализации  $\text{Int}$  такие, что их результатом будет экстенционал  $\text{Ext}$  для  $\text{Prconcept}$ . Этими средствами конструктивизации  $\text{Int}$  являются  $[M_{x,n}^+(V, W)]$  и  $[M_{y,n}^-(V, W)]$ .

Так как экстенционалами  $M_{x,n}^+(V, W)$  и  $M_{y,n}^-(V, W)$  являются  $\{\langle V, W \rangle | M_{x,n}^+(V, W)\}$  и  $\{\langle V, W \rangle | M_{y,n}^-(V, W)\}$  соответственно, где  $x \in \mathbf{I}^+$ ,  $y \in \mathbf{I}^-$ , то  $[M_{x,n}^+(V, W)](\Omega_{n-1}^+) = \text{Ext}(M_{x,n}^+(V, W))$ ,  $[M_{y,n}^-(V, W)](\Omega_{n-1}^-) = \text{Ext}(M_{y,n}^-(V, W))$ , где  $\Omega_{n-1}^\sigma$  — множество примеров  $J_{\langle 1, n-1 \rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$  и  $J_{\langle -1, n-1 \rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$  соответственно,  $\sigma \in \{+, -\}$ ; а  $\text{Ext}(M_{x,n}^+(V, W)) = \{\langle V, W \rangle | M_{x,n}^+(V, W)\}$ ,  $\text{Ext}(M_{y,n}^-(V, W)) = \{\langle V, W \rangle | M_{y,n}^-(V, W)\}$ .

Напомним, что  $n$  — заключительный такт ДСМ-рассуждения<sup>9</sup>.

Конструктивизацией процедурных понятий  $M_{x,n}^+(V, W)$  и  $M_{y,n}^-(V, W)$  будут соответственно процедурные выражения  $[M_{x,n}^+(V, W)]$  и  $[M_{y,n}^-(V, W)]$ . Поэтому естественно дополнить треугольники Г. Фреге, преобразовав их в четырехугольники на Рис. 3.

<sup>9</sup>Соотношение процедурных выражений, интенционалов и экстенционалов соответствует идее А. Черча о том, что денотат имени есть значение функции F, зависящей от смысла имени:  $x, y$  — имена, их  $\text{Int}$  являются смыслом, а соответствующие процедурные выражения являются функциями [42].

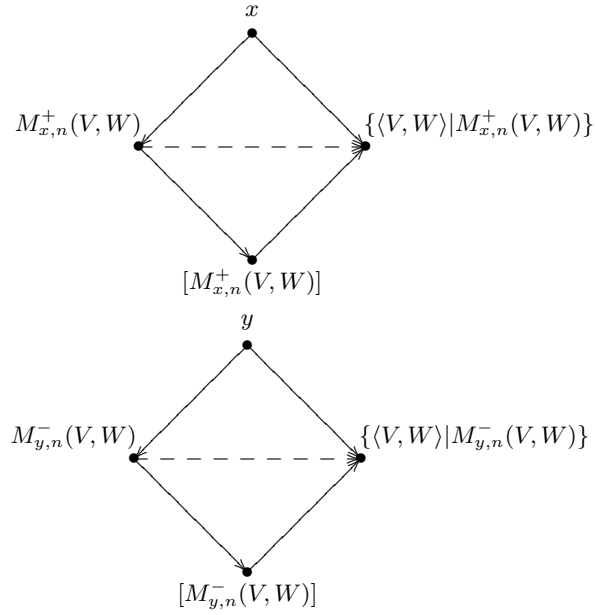


Рис. 3.

Таким образом, предикаты  $M_{x,n}^+(V, W)$  и  $M_{y,n}^-(V, W)$  становятся реализуемыми посредством процедурных выражений.

Аналогично могут быть построены соответствующие четырехугольники для предикатов  $\Pi_n^\sigma(V, W)$ , где  $\sigma \in +, -, 0, \tau$ , у которых будут  $\text{Int}(\Pi_n^\sigma(V, W)) = \Pi_n^\sigma(V, W)$ ,  $\text{Ext}(\Pi_n^\sigma(V, W)) = \{\langle V, W \rangle | \Pi_n^\sigma(V, W)\}$  и процедурные выражения  $[\Pi_n^\sigma(V, W)]$ , являющиеся их конструктивизацией.

Если  $\Pi_n^\sigma(V, W)$  содержат предикаты  $X \Rightarrow_2 Y$ , порожденные только одной стратегией ДСМ-рассуждения  $\text{Str}_{x,y}$  для заданных  $M_{x,n}^+(V, W)$  и  $M_{y,n}^-(V, W)$  [36, 27], то их именем будет пара  $\langle x, y \rangle$ . Тогда получим соответствующие треугольники Г. Фреге и их конструктивизации — четырехугольники на Рис. 4.

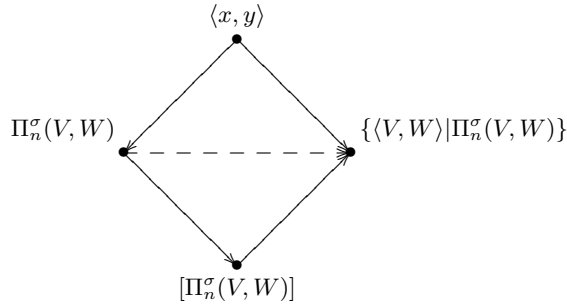


Рис. 4.

**Замечание 4-2.** Рассмотренные треугольники Г. Фреге и соответствующие четырехугольники являются ориентированными графами с одним помеченным ребром между  $\text{Int}$  и  $\text{Ext}$ , которое представляет конструктивное порождение экстенционала посредством процедурных выражений соответствующих интенционалов.

**Замечание 5-2.** Если преобразовать интенционалы  $M$ -предикатов посредством их **упрощения**, введя **признаки** (атрибуты) —  $(\exists Y)$ ,  $(\text{CX})$ ,  $(\exists Z)$  и  $(\text{UI})$ ,  $k$ , то соответствующие четырехугольники, лишённые конструктивизации (процедурных выражений), преобразуются в треугольники Г. Фреге. Однако в этих треугольниках  $\text{Int}$  представлен множеством признаков, а не описанием, содержащим возможность эффективной конструктивизации для порождения  $\text{Ext}$ . Без такой конструктивизации невозможна реализация **процедурных** понятий.

Понятие правдоподобного вывода  $1^{\text{ого}}$  рода (п.п.в.-1), реализующеего формализации и усиления индуктивных методов вывода Д.С. Милля, представимо посредством синтеза понятий  $M^+$ -предикатов и  $M^-$ -предикатов, которые соответствуют условиям применимости ДСМ-метода АПГ — существованию  $(+)$ - и  $(-)$ -фактов.

П.п.в.-1 (формализации индуктивных методов Д.С. Милля) в ДСМ-методе АПГ соответствуют четыре правила вывода  $(I)^+$ ,  $(I)^-$ ,  $(I)^0$  и  $(I)^\tau$ . Каждое из этих правил  $(I)^\sigma$  является процедурным понятием, образованным синтезом соответствующих  $M$ -предикатов и их отрицаний. Поэтому рассматриваются также  $\text{Int}$  и  $\text{Ext}$  отрицаний  $M^+$ - и  $M^-$ -предикатов:  $\neg M_{x,n}^+(V, W)$  и  $\neg M_{y,n}^-(V, W)$ .

Таким образом, возникают ориентированные графы, которые посредством синтеза понятий  $M$ -предикатов и их отрицаний представляют процедурные понятия правил индуктивного вывода.

Именами этих понятий будут  $x \& \neg y$ ,  $\neg x \& y$ ,  $x \& y$  и  $\neg x \& \neg y$  соответственно для правил  $(I)_{x,y}^+$ ,  $(I)_{x,y}^-$ ,  $(I)_{x,y}^0$  и  $(I)_{x,y}^\tau$ , которые порождают гипотезы с оценками  $\langle 1, n + 1 \rangle$ ,  $\langle -1, n + 1 \rangle$ ,  $\langle 0, n + 1 \rangle$  и  $\langle \tau, n + 1 \rangle$ .

На Рис. 5 представлено понятие, соответствующее правилу  $(I)_{x,y}^+$ , интенционалом которого является  $M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W)$ , а экстенционалом —  $\{\langle V, W \rangle | M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W)\}$ .

Введем обозначения, используемые в Рис. 5.

$$\begin{aligned} \text{Int}(M_x^+) &= M_{x,n}^+(V, W), \\ \text{Ext}(M_x^+) &= \{\langle V, W \rangle | M_{x,n}^+(V, W)\}, \\ \text{Int}(\neg M_y^-) &= \neg M_{y,n}^-(V, W), \\ \text{Ext}(\neg M_y^-) &= \{\langle V, W \rangle | \neg M_{y,n}^-(V, W)\}, \\ [M_x^+] &= [M_{x,n}^+(V, W)], \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} [\neg M_y^-] &= [\neg M_{y,n}^-(V, W)], \\ \text{Int}(M_x^+ \&\neg M_y^-) &= \text{Int}(M_{x,n}^+(V, W) \&\neg M_{y,n}^-(V, W)), \\ \text{Ext}(M_x^+ \&\neg M_y^-) &= \text{Ext}(M_{x,n}^+(V, W) \&\neg M_{y,n}^-(V, W)), \\ [M_x^+] \&[\neg M_y^-] &= [M_{x,n}^+(V, W) \&\neg M_{y,n}^-(V, W)]. \end{aligned}$$

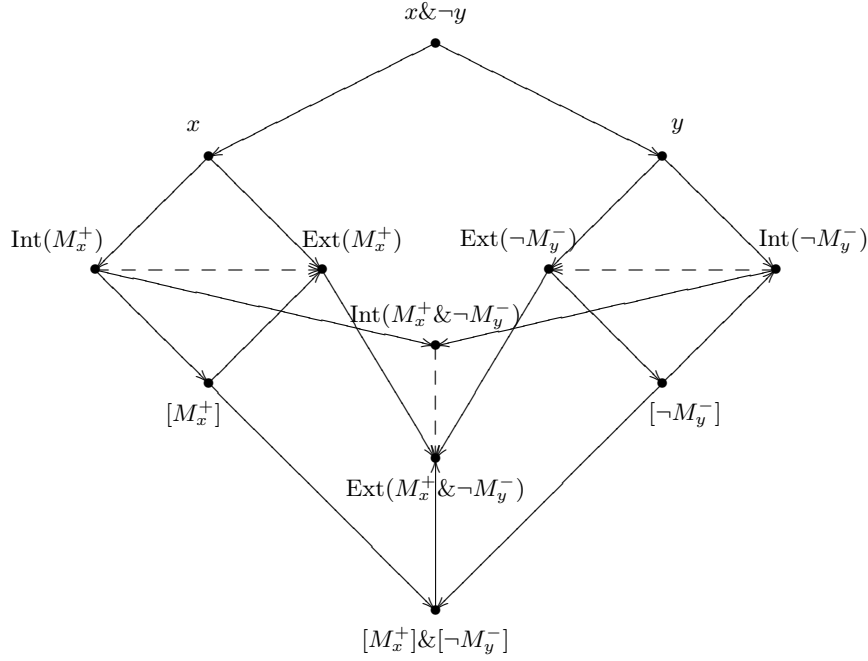


Рис. 5.

Аналогично представляются понятия с именами  $\neg x \& y$ ,  $x \& y$  и  $\neg x \& \neg y$  для п.п.в.-1  $(I)_{x,y}^-$ ,  $(I)_{x,y}^0$  и  $(I)_{x,y}^+$  соответственно.

Таким образом, на Рис. 5 изображен синтез понятий  $M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W)$ , образующих  $(I)_{x,y}^+$  для стратегии ДСМ-рассуждений  $\text{Str}_{x,y}$  [36, 27].

**Замечание 6-2.** Ядром процедурных понятий М-предикатов будут ориентированные графы вида, представленного на Рис. 6:

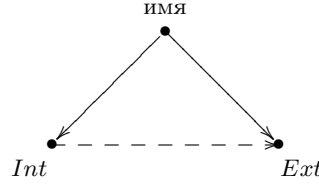


Рис. 6.

Аналогично представимы ядра для процедурных понятий П-предикатов, выражающих выводы по аналогии.

Таким образом, треугольники Г. Фреге являются ядрами процедурных понятий.

### 3 Нарушение «закона» обратного соотношения объема и содержания понятий

Термины «интенционал» и «экстенционал» были введены в комментариях к переводу книги Р. Карнапа «Значение и необходимость» [7] вместо «объема» и «содержания» понятий соответственно.

Для процедурных понятий (как будет показано ниже) расширение интенционала может не порождать уменьшения экстенционала. Закон же обратного соотношения интенционала и экстенционала требует такого уменьшения экстенционала [41], что всегда утверждалось в курсах традиционной (аристотелевской) логики [41, 11].

Рассмотрим фрагмент процедурной семантики ДСМ-метода АПГ [36, 27]  $\text{Pr Sem} = \langle \mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2, \Rightarrow_1, M_{a,n}^+(V, W), M_{ab,n}^+(V, W), M_{ab,n}^-(V, W), M_{a,n}^-(V, W) \rangle$ , где  $B_1 = \mathcal{B}_i = \langle 2^{U^{(i)}}, \emptyset, U^{(i)}, -, \cap, \cup \rangle$  — булевы алгебры,  $i = 1, 2$ .

Пусть  $U^{(1)} = \{A, B, C, D, G, K, L, M, N, P, Q, S\}$ ,  $U^{(2)} = \{l, p, q, m, g\}$ .

Определим  $X \Rightarrow_1 Y$  и  $X \Rightarrow_2 W$ , задав множество элементарных высказываний с  $J$ -оператором  $\Omega_0$  и  $\Delta_1$  соответственно, образующих диаграмму модели.

Ради удобства записи подмножества  $U^{(1)}$  и  $U^{(2)}$  будем представлять словами в алфавите  $U^{(1)} \cup U^{(2)}$ , полагая при этом коммутативность в словах —  $AB = BA$  и  $pq = qp$ . Таким образом,  $ABPQ = \{A, B, P, Q\}$ .

Положим теперь  $\Omega_0 = \{J_{\langle 1,0 \rangle}(ABPQ \Rightarrow_1 pq), J_{\langle 1,0 \rangle}(ABMN \Rightarrow_1 pql), J_{\langle -1,0 \rangle}(CNSP \Rightarrow_1 mg), J_{\langle -1,0 \rangle}(CNDG \Rightarrow_1 mg), J_{\langle \tau,0 \rangle}(ABL \Rightarrow_1 pq), J_{\langle \tau,0 \rangle}(CNMK \Rightarrow_1 mg)\}$ ,  $\Delta_1 = \{J_{\langle 1,1 \rangle}(AB \Rightarrow_2 pq), J_{\langle -1,1 \rangle}(CN \Rightarrow_2$

$mg\}$ ,  $\Omega_1 = \{J_{\langle 1,2 \rangle}(ABL \Rightarrow_1 pq), J_{\langle -1,2 \rangle}(CNMK \Rightarrow_1 mg)\}$ ,  $\Delta_0 = \{J_{\langle \tau,0 \rangle}(AB \Rightarrow_2 pq), J_{\langle \tau,0 \rangle}(CN \Rightarrow_2 mg)\}$ .

**Замечание 1-3.** Множество элементарных высказываний  $\Delta_0 \cup \Omega_0 \cup \Delta_1 \cup \Omega_1$  является **непротиворечивым**, так как  $J_{\langle \tau,0 \rangle}(ABL \Rightarrow_1 pq)$  и  $J_{\langle \tau,0 \rangle}(CNMK \Rightarrow_1 mg)$  не противоречат  $J_{\langle 1,2 \rangle}(ABL \Rightarrow_1 pq)$ ,  $J_{\langle -1,2 \rangle}(CNMK \Rightarrow_1 mg)$  соответственно  $J_{\langle \tau,0 \rangle}(ABL \Rightarrow_1 pq)$  и  $J_{\langle \tau,0 \rangle}(CNMK \Rightarrow_1 mg)$ , так как  $(\tau, 1) = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle -1, 2 \rangle, \langle 0, 2 \rangle\} \cup (\tau, 2)$ .

Таким образом, диаграммой модели является  $\Gamma = \Delta_0 \cup \Omega_0 \cup \Delta_1 \cup \Omega_1$ .

$\text{Ext}(M_{a,0}^+(V, W)) = \{\langle V, W \rangle | M_{a,0}^+(V, W)\} = \{\langle AB, pq \rangle\}$ ,  
 $\text{Ext}(M_{a,0}^-(V, W)) = \{\langle V, W \rangle | M_{a,0}^-(V, W)\} = \{\langle CN, mg \rangle\}$ ,  
 $\text{Int}(M_{a,0}^+(V, W)) = M_{a,0}^+(V, W)$ ,  $\text{Int}(M_{a,0}^-(V, W)) = M_{a,0}^-(V, W)$ ,  
 $\text{Int}(\neg M_{a,0}^-(V, W)) = \neg M_{a,0}^-(V, W)$ .

Из определений  $M_{a,n}^+(V, W)$  и  $M_{a,n}^-(V, W)$  следует, что  $M_{a,0}^+(AB, pq) = t$  и  $M_{a,0}^-(AB, pq) = f$ , где  $t$  и  $f$  — истинностные значения двузначной логики.

Рассмотрим условие запрета на контрпримеры  $b^+(V, W)$  и  $b^+(AB, pq)$ :

$b^+(AB, pq) = ((AB \subset ABPQ) \& (pq \subseteq pq)) \rightarrow (J_{\langle 1,0 \rangle}(ABPQ \Rightarrow_1 pq) \vee J_{\langle \tau,0 \rangle}(ABPQ \Rightarrow_1 pq)) \& ((AB \subset ABMN) \& (pq \subseteq pql)) \rightarrow (J_{\langle 1,0 \rangle}(ABMN \Rightarrow_1 pql) \vee J_{\langle \tau,0 \rangle}(ABPQ \Rightarrow_1 pq)) = t$ .

Так как  $M_{ab,n}^+(V, W) \Leftrightarrow M_{a,n}^+(V, W) \& (b)^+(V, W)$ , то  $M_{ab,0}^+(AB, pq) = t$ . И  $\text{Ext}(M_{ab,0}^+(V, W)) = \{\langle AB, pq \rangle\}$ .

Таким образом,  $\text{Ext}(M_{a,0}^+(V, W)) = \text{Ext}(M_{ab,0}^+(V, W)) = \{\langle AB, pq \rangle\}$ , но их интенционалы  $\text{Int}(M_{a,0}^+(V, W))$  и  $\text{Int}(M_{ab,0}^+(V, W))$  **не эквивалентны**, так как истинны утверждения:  $\forall V \forall W (M_{ab,n}^+(V, W) \rightarrow M_{a,n}^+(V, W))$ ,  $\neg \forall V \forall W (M_{a,n}^+(V, W) \rightarrow M_{ab,n}^+(V, W))$ , где  $M_{ab,n}^+(V, W) \leftrightarrow M_{a,n}^+(V, W) \& (b)^+(V, W)$ .

Следовательно, **процедурные понятия  $M_{a,n}^+(V, W)$  и  $M_{ab,n}^+(V, W)$  имеют неэквивалентные интенционалы, но равные экстенционалы**. Это означает нарушение «закона» обратного соотношения экстенционала и интенционала [41]:  $\neg(\text{Int}(M_{a,n}^+(V, W)) \leftrightarrow \text{Int}(M_{ab,n}^+(V, W)))$ , но  $\text{Ext}(M_{a,n}^+(V, W)) = \text{Ext}(M_{ab,n}^+(V, W))$ .

Аналогично установим нарушение этого «закона» для процедурных понятий правил индуктивного вывода (п.п.в.-1).

Рассмотрим п.п.в.  $(I)_{ab,a}^+$  и  $(I)_{a,a}^+$  для предикатов  $M_{ab,a}^+(V, W)$ ,  $M_{ab,a}^-(V, W)$  и  $M_{a,a}^+(V, W)$ ,  $M_{a,a}^-(V, W)$  соответственно.

Так как  $[M_{x,n}^+(V, W)] \& [\neg M_{y,n}^-(V, W)] \Omega_n = \{\langle V, W \rangle | M_{x,n}^+(V, W) \& \neg M_{y,n}^-(V, W)\} = \text{Ext}(M_{a,0}^+(V, W) \& \neg M_{a,0}^-(V, W))$ , то  $\text{Ext}(M_{a,0}^+(V, W) \& \neg M_{a,0}^-(V, W)) = \Delta_1^+$ , где  $\Delta_1^+ = \{J_{\langle 1,1 \rangle}(AB \Rightarrow_2 pq)\}$  получено применением  $(I)_{a,a}^+$  к  $\Omega_0$ .

Но также  $\text{Ext}(M_{ab,0}^+(V, W) \& \neg M_{a,0}^-(V, W)) = \Delta_1^+$ , где  $\Delta_1^+$  получено применением  $(I)_{ab,a}^+$  к  $\Omega_0$ . Очевидно, что  $M_{a,n}^+(V, W) \& \neg M_{a,n}^-(V, W)$  и  $M_{ab,n}^+(V, W) \& \neg M_{ab,n}^-(V, W)$  не эквивалентны, а следовательно,  $\text{Int}(M_{a,n}^+(V, W) \& \neg M_{a,n}^-(V, W))$  и  $\text{Int}(M_{ab,n}^+(V, W) \& \neg M_{ab,n}^-(V, W))$  различны.

Так как п.п.в.-1  $(I)_{a,a}^+$  и  $(I)_{ab,a}^+$  имеют один и тот же экстенционал  $\Delta_1^+$ , то и п.п.в.-2 (правила вывода по аналогии)  $(\Pi)_{a,a}^+$  и  $(\Pi)_{ab,a}^+$  имеют *равные* экстенционалы  $\Omega_1^+ = \{J_{\langle 1,2 \rangle}(ABL \Rightarrow_1 pq)\}^{10}$ , а их интенционалы (предикаты  $\Pi_{a,a}^+(V, W)$  и  $\Pi_{ab,a}^+(V, W)$ ) не эквивалентны. Чтобы установить это, достаточно сравнить их процедурные выражения, порождающие предикаты  $X \Rightarrow_2 Y$ .

Подобные опровергающие примеры «закона» обратного соотношения экстенционала и интенционала можно построить и для других стратегий ДСМ-метода АПП, содержащих индуктивные методы различия и сходства–различия [27].

**Замечание 2-3.** Обратим внимание на сохранение нарушения «закона» обратного соотношения экстенционала и интенционала и для **упрощения** понятий, когда  $\text{Int}(M_{x,n}^+(V, W))$  заменяется на множество признаков  $\text{Simp}(M_{x,n}^+(V, W)) = \{(\exists Y)^+, (CX), \exists Z^+(UY), k \geq 2\}$ . Аналогичное имеет место и для  $\text{Int}(M_{y,n}^-(V, W))$ .

Рассматриваемый эффект обусловлен тем, что интенционал определяет процедуру, представленную рекурсивным процедурным выражением, а оно порождает экстенционал. Совпадение же экстенционалов для различных интенционалов возможно из-за особенностей исходных данных процедур – множества  $\Omega_0$ .

В [27] отмечалось, что в определении  $M$ -предикатов входит предикат  $X \Rightarrow_1 Y$  такой, что  $\Rightarrow_1: 2^{U^{(1)}} \times 2^{U^{(2)}} \rightarrow V_{in}$ , где  $V_{in} = \{\langle \nu, n \rangle | (\nu \in \{1, -1, 0\}) \& (n \in \mathbb{N})\} \cup \{\langle \tau, n \rangle | n \in \mathbb{N}\}$ , а множества  $U^{(1)}$  и  $U^{(2)}$  заданы. Если не фиксировать эти множества в определении  $X \Rightarrow_1 Y$ , то интенционалы  $M$ -предикатов называются **абстрактными** (или общими) **интенционалами**. Если же фиксированы  $U^{(1)}$  и  $U^{(2)}$ , то интенционалы  $M$ -предикатов называются **конкретными** или **реализациями**

<sup>10</sup> Аналогичные рассуждения могут быть сделаны и для  $\Omega_1^-$  и  $(I)_{a,a}^-$  и  $(I)_{ab,a}^-$  и п.п.в.-2.

интенционалов. Аналогично определяются **абстрактные** (или **общие**) **экстенционалы**. **Экземпляр** понятия образован тройкой ⟨имя, конкретный интенционал, конкретный экстенционал⟩.

Сформулируем теперь важный тезис: **абстрактный интенционал понятия равносильен знанию всех возможных его конкретных экстенционалов**.

Таким образом, имеются абстрактные и конкретные треугольники Г. Фреге и четырехугольники для процедурных понятий, а пара конкретных Int и Ext для некоторого имени представляют экземпляр понятия, ему соответствующий. Смыслом же процедурных понятий естественно считать интенционал и его конструктивизацию. В рассмотренном выше случае это  $\text{Int}(M_{x,n}^+(V, W))$  и  $[M_{x,n}^+(V, W)]$ . Заметим, что  $[M_{x,n}^+(V, W)]$  порождает  $\text{Ext}(M_{x,n}^+(V, W))$ .

#### 4 Характеризация понятий с неаристотелевским строением

В настоящем разделе расширим знания о природе понятий с неаристотелевским строением. Сначала перечислим некоторые виды таких понятий.

1. Простым примером являются понятия, вводимые индуктивными определениями — например, понятие формулы в языках исчислений математической логики.
2. Важными примерами процедурных понятий являются различные уточнения идеи алгоритма — например, машины А. Тьюринга, машины Э. Поста и нормальные алгоритмы А.А. Маркова [17].
3. Примером не процедурных понятий с неаристотелевским строением являются неявные определения понятия множества в различных аксиоматических системах теории множеств [40].
4. Детально рассматриваемыми процедурными понятиями в данной статье являются понятия ДСМ-метода АПГ:  $M$ -предикаты,  $P$ -предикаты, правила правдоподобного вывода (п.п.в.-1 — для индукции и п.п.в.-2 — для аналогии), ДСМ-рассуждение.

Общей характеристикой всех этих примеров понятий является то, что они — **средства организации знаний**, а не **форма мышления** как это утверждается в [11]. Сформулируем особенности понятий с неаристотелевским строением. Таковыми являются:

- (1) ядро понятия — треугольник Г. Фреге;
- (2) конструктивизация понятия (для процедурных понятий) — четырехугольник, который есть расширение ядра;
- (3) синтез понятий — образование понятия из некоторых компонент;
- (4) основание понятия — множество утверждений, характеризующих его экстенционал;
- (5) упорядочение релевантных понятий по их логической силе (для интенционалов) и по отношению включения (для экстенционалов);
- (6) контакты понятий — перечень понятий, использующих данное понятие (представимых в некотором тезаурусе [20] или онтологии [18]);
- (7) развитие понятия за счет его контактов и расширения экстенционала (для открытых понятий, изменяемых посредством обучения на примерах<sup>11</sup>).

Рассмотрим особенности строения неаристотелевских понятий на примере понятий ДСМ-метода АПГ [1, 36, 27].

Особенности (1) и (2) представлены ядрами понятий — интенционалами  $\text{Int}(M_{x,n}^+(V, W))$ ,  $\text{Int}(\neg M_{x,n}^+(V, W))$ ,  $\text{Int}(M_{y,n}^-(V, W))$ ,  $\text{Int}(\neg M_{y,n}^-(V, W))$ ;  $\text{Int}(\Pi_n^\sigma(V, W))$ , где  $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$ , а также соответствующими процедурными выражениями  $[M_{x,n}^+(V, W)]$ ,  $[\Pi_n^\sigma(V, W)]$  и т.д.

Эти ядра представимы треугольниками Г. Фреге, а их конструктивизации — соответствующими четырехугольниками.

Согласно [42] экстенционал есть значение функции, заданной интенционалом. Для процедурных понятий эта зависимость  $\text{Ext}$  от  $\text{Int}$  реализуется посредством процедурных выражений, расширяющих треугольник Г. Фреге до четырехугольника, в частности:  $[M_{x,n}^+(V, W)]\Omega_n = \{(V, W) | M_{x,n}^+(V, W)\}$ , где  $\Omega_n$  — представление позитивных примеров на  $n$ -ом такте ДСМ-рассуждений (примеры являются реализациями формулы  $J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y)$ ).

(3) Синтез понятий есть важное проявление продуктивного мышления [9].

---

<sup>11</sup>Развитие понятий методологически может быть охарактеризовано как результат роста знания в смысле эволюционной эпистемологии К.Р. Поппера [24].

В ДСМ-методе АПГ имеются три синтеза понятий. Первым синтезом является образование правила индуктивного вывода посредством предикатов  $M_{x,n}^+(V, W)$  и  $M_{y,n}^-(V, W)$  (четыре их возможные комбинации —  $(I)_{xy}^\sigma$ , где  $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$ ). Этот синтез иллюстрируется на Рис. 5. Вторым синтезом является образование такта ДСМ-рассуждения посредством комбинации правил  $1^{\text{ого}}$  рода (индукции) и правил  $2^{\text{ого}}$  рода (аналогии), которые образуют итеративный процесс до его стабилизации. Этот синтез объединяет п.п.в.-1 и п.п.в.-2, формулируемые посредством предикатов  $M_{x,n}^+(V, W)$ ,  $M_{y,n}^-(V, W)$  и  $\Pi_n^\sigma(V, W)$ , соответственно ( $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$ ).

Наконец, имеется третий синтез — завершение ДСМ-рассуждения посредством принятия порожденных гипотез применением **абдукции** [26, 45, 36]<sup>12</sup>.

Схема абдуктивного принятия гипотез Ч.С. Пирса

$D$  — множество фактов

$H$  — множество гипотез

$E(H, D)$  — предикат « $H$  объясняют  $D$ »

---

Всякая гипотеза  $h$ ,  $h \in H$ , является правдоподобной.

В ДСМ-рассуждении эта идея Ч.С. Пирса формализуется посредством п.п.в.-1 (индукции), порождающих гипотезы о  $(\pm)$ -причинах  $H_2$  (они представлены предикатами  $V \Rightarrow_2 W$ ), и п.п.в.-2 (аналогии), порождающих предсказания (они представлены предикатами  $X \Rightarrow_1 Y$ ). Абдуктивное же принятие гипотез основано на полной или частичной выполнимости аксиом каузальной полноты АКП<sup>(+)</sup> и АКП<sup>(-)</sup>, характеризующих предметную область — модель, соответствующую условиям применимости ДСМ-метода АПГ:

АКП<sup>(+)</sup>  $\forall X \forall Y \exists V (J_{\langle 1,0 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow \exists n (J_{\langle 1,n \rangle}(V \Rightarrow_2 Y) \& (V \subset X) \& (V \neq \emptyset)))$ ,

АКП<sup>(-)</sup>  $\forall X \forall Y \exists V (J_{\langle -1,0 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow \exists n (J_{\langle -1,n \rangle}(V \Rightarrow_2 Y) \& (V \subset X) \& (V \neq \emptyset)))$ .

АКП<sup>(+)</sup> выражает следующее утверждение: для всякого позитивного факта ( $n = 0$ ), представимого формулой  $J_{\langle 1,0 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y)$ , найдется гипотеза ДСМ-рассуждения, порожденная на шаге и представимая формулой  $J_{\langle 1,n \rangle}(V \Rightarrow_2 Y)$  ( $n > 0$ ) такая, что  $(V \subset X) \& \neg(V = \emptyset)$ .

Посредством АКП<sup>(+)</sup> и АКП<sup>(-)</sup> формализуется акт принятия гипотез  $H = H_1 \cup H_2$ , где  $H_1$  — множество гипотез о  $(\pm)$ -причинах, а  $H_2$  —

---

<sup>12</sup>Определение абдукции, формализующее идею Ч.С. Пирса о том, что абдукция есть средство **принятия** порожденных гипотез, содержится в [36, ч. I].

множество гипотез-предсказаний. Таким образом, конструктивно уточняется схема Ч.С. Пирса и предикат  $E(H_1, \Omega_0)$ , где  $\Omega_0$  — множество исходных фактов, представимых посредством предиката  $X \Rightarrow_1 Y$ .

(4) Основанием понятия ДСМ-рассуждения, а следовательно, понятий  $M$ -предикатов и правил правдоподобного вывода п.п.в.-1 (индукции) и п.п.в.-2 (аналогии) являются структура данных (булевы алгебры  $\mathcal{B}_1$  и  $\mathcal{B}_2$ ) и рассмотренные выше аксиомы каузальной полноты АКП<sup>(+)</sup> и АКП<sup>(-)</sup>. Их соединение образует квазиаксиоматические теории (КАТ), состоящие из процедурных аксиом, аксиом окончания ДСМ-рассуждения, аксиом АКП <sup>$\sigma$</sup> , аксиом булевых алгебр и правил вывода (I) <sup>$\sigma$</sup> , (II) <sup>$\sigma$</sup>  ( $\sigma \in \{+, -\}$ ) и правил вывода двузначной логики [36, ч. II, § 3].

КАТ  $\mathfrak{J} = \langle \Sigma, \Sigma', \mathfrak{A} \rangle$ , где  $\Sigma$  есть открытое множество аксиом, содержащее перечисленные выше аксиомы,  $\Sigma'$  — открытое множество фактов и порождаемых гипотез. Заметим, что  $\Sigma$  лишь частично характеризует предметную область, а  $\Sigma' = \bigcup_{n=1}^s \Sigma'_n$  есть объединение состояний предметной области  $\Sigma'_n$ ,  $s$  — номер последнего состояния предметной области для проводимого исследования.

Процедурные аксиомы представляют п.п.в.-1 и п.п.в.-2, например:

$$A_1^{(+)} \forall V \forall W ((J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W) \& M_{x, n}^+ \& \neg M_{y, n}^-(V < W)) \rightarrow J_{\langle 1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_2 W)),$$

$$A_2^{(+)} \forall X \forall Y ((J_{(\tau, n)}(X \Rightarrow_1 Y) \& \Pi_n^+(X, Y)) \rightarrow J_{\langle 1, n+1 \rangle}(X \Rightarrow_2 Y)).$$

Аксиомы булевых алгебр  $\mathcal{B}_1$  и  $\mathcal{B}_2$ , процедурные аксиомы и аксиомы окончания ДСМ-рассуждений образуют аксиоматическую теорию, которая осуществляет **дедуктивную имитацию ДСМ-рассуждений** [3].

В [3] установлена непротиворечивость этой аксиоматической теории, образующей дедуктивную имитацию ДСМ-рассуждений, а также единственность ее модели и обратимость правил правдоподобного вывода п.п.в.-1 и п.п.в.-2. Таким образом, понятия ДСМ-метода АПГ —  $M$ -предикаты,  $\Pi$ -предикаты, правила правдоподобного вывода и само ДСМ-рассуждение имеют корректное основание, представленное в метатеоретических построениях. Однако добавление АКП<sup>( $\sigma$ )</sup> может породить **противоречивую теорию**, что требует применения процедур распознавания противоречивости и вычисления функционалов, выражающих степень противоречивости множеств порожденных гипотез, что необходимо при распознавании эмпирических закономерностей в базах фактов интеллектуальных систем [34, 13, 36, ч. II].



Заметим, что процедурные аксиомы характеризуют  $M$ - и  $P$ -предикаты и правила правдоподобного вывода, а АКП<sup>( $\sigma$ )</sup> характеризуют предметную область, уточняя и формализуя условия применимости ДСМ-рассуждений. Аксиомы же  $\mathcal{B}_1$  и  $\mathcal{B}_2$  характеризуют как предметную область, так и выразительные средства для  $M$ - и  $P$ -предикатов.

(5) Предикаты  $M_{x,n}^+(V, W)$  и  $M_{y,n}^-(V, W)$ , а также их отрицания сравнимы как по логической силе, так и по отношению включения множеств порождаемых гипотез. Естественно, что упорядочение по отношению выводимости применимо к интенционалам, а отношение включения применимо к экстенционалам. Поэтому имеются два типа алгебраических решеток — решетки Int и решетки Ext [27]. В [27] рассмотрены решетки, порождаемые предикатами методов сходства, различия, сходства–различия с возможным добавлением условий запрета на контрпримеры. Установлено, что эти решетки являются дистрибутивными. Таким образом, правила правдоподобного вывода п.п.в.-1 (для индукции) представимы произведениями соответствующих решеток.

Таким образом,  $M$ -предикаты и соответствующие им правила вывода **упорядочены** как системы понятий, что делает возможным их сравнение и систематизированное применение в стратегиях ДСМ-рассуждений. Интересен также тот факт, что решетки интенционалов и решетки экстенционалов **не являются изоморфными** (это характерно для процедурных понятий).

(6) Контакты понятий не являются особенностью только процедурных понятий. Эти контакты представимы в тезаурусах [20]. Контакты возникают для понятий любых видов, как **остенсивных**, так и **дискурсивных**, которыми являются процедурные понятия языков науки и технологий. Дискурсивными понятиями являются понятия, выраженные посредством систематических терминологий и используемые в рациональных рассуждениях. Разумеется, что все понятия, выраженные в языках науки, дискурсивны. Возможными средствами представления контактов понятий являются современные компьютерные онтологии [18], посредством которых реализуем информационный поиск знаний.

Внутренними контактами понятий ДСМ-метода АПГ являются упомянутые выше три синтеза, а внешними контактами являются понятие сходства, понятие интеллектуальной системы, понятие процедуры (алгоритма), понятие индукции, аналогии и абдукции, открытой теории, дедуктивной имитации, фальсификации порождаемых кандидатов в гипотезы, понятие истинностного значения, понятие многозначной логи-

ки. Ясно, что **полный** перечень возможных контактов понятий является творческим актом с последующими коррекциями.

(7) Важной особенностью научных понятий является их развитие — появление на их основе новых интенционалов и соответствующих расширений экстенционалов. Развитием понятий ДСМ-метода АПГ является введение понятия **эмпирической закономерности (ЭЗК)** [34, 36, ч. II]. Эмпирической закономерностью является некоторая регулярность, сохраняющаяся в последовательностях вложенных баз фактов. Это сохранение регулярности характеризуется сохранением истинностных значений гипотез (точнее, их типом — «1», «-1»: фактические «истина» и «ложь») и степенью непротиворечивости различных массивов гипотез при данном расширении. Если степень противоречивости есть 0, то обнаружен **эмпирический закон**, если степень противоречивости  $\leq 0,2$ , то обнаружена **эмпирическая тенденция** [34].

Обнаруженные ЭЗК пополняют множество аксиом  $\Sigma$  квазиаксиоматической теории, являющейся основанием понятий ДСМ-метода АПГ, что означает развитие этих понятий посредством нового понятия ЭЗК.

Этот процесс в точности соответствует схеме роста знания в эволюционной эпистемологии К.Р. Поппера: P1 – ТТ – ЕЕ – P2, где P1 — проблема, ТТ — пробная теория, ЕЕ — ее проверка и коррекция, а P2 — новая возникшая проблема [24]. В ДСМ-методе ТТ соответствует КАТ, ЕЕ — ее коррекция, а P2 — обнаружение ЭЗК (как заключительный акт knowledge discovery), добавляемое к КАТ (расширение  $\Sigma$ ), что означает появление новой проблемы и ее использование для оценки порождаемых гипотез [36, ч. II].

Еще один аспект в развитии понятий ДСМ-метода АПГ связан с изменением дескриптивной и аргументативной функций языка JSM-L, используемого для представления декларативных знаний и процедур.

Первым изменением правил вывода для индукции (п.п.в.-1) является введение предикатов для обратного ДСМ-метода АПГ, в котором приоритетом является **сходство эффектов** (Y), а не сходство их носителей (X), которые представимы предикатом  $X \Rightarrow_1 Y$  [13].

Вторым изменением правил вывода является ситуационное расширение ДСМ-метода АПГ посредством предикатов  $P(X, Y, S)$  и  $R(\langle V, S' \rangle, W)$  — «X обладает Y в ситуации S» и « $\langle V, S' \rangle$  есть причина W», где  $S' \subseteq S$  [38].

Первая и вторая версия изменений ДСМ-метода применимы при интеллектуальном анализе социологических данных.

Третьим изменением понятий ДСМ-метода АПГ является так называемый обобщенный ДСМ-метод, в котором  $M$ -предикаты сходства заменяются на предикат  $T(V, \mathcal{X}, W)$  — « $V$  — причина  $W$  при отсутствии тормозов из множества  $\mathcal{X}$ » [33].

Четвертым изменением правил вывода является ДСМ-метод с отношением порядка на  $M$ -предикатах [28] (на их интенционалах), что соответствует организации ДСМ-процедур посредством дистрибутивных решеток [27]. Эта версия ДСМ-метода более адекватна его реализации посредством **упорядоченной системы** его понятий.

Рассмотренное неаристотелевское строение понятий (на примере понятий ДСМ-метода АПГ) связано с характерными особенностями процедур, которые они выражают.

1. Интенционалы этих понятий и их экстенционалы связаны **конструктивной** функциональной зависимостью, представимой в конструктивизации ядра понятий.
2. Правила вывода п.п.в.-1 и п.п.в.-2 являются **амплиативными**, порождающими новое знание.
3. Эти правила имеют предрасположение к **фальсификации** результатов, что согласуется с критерием демаркации [29].
4. Понятия ДСМ-метода, представляющие правила вывода п.п.в.-1 и п.п.в.-2, имеют в результате вывода гипотезы такие, что они обладают истинностными значениями  $\bar{\nu} = \langle \nu, n \rangle$ , которые являются оценками высказываний или посредством теории соответствия или теории когерентности [23]. Первая теория истины применима к п.п.в.-2, так как возможна прямая верификация для предиката  $X \Rightarrow_1 Y$ , теория же когерентности применима к п.п.в.-1, так как гипотезы о  $(\pm)$ -причинах, представленные посредством предиката  $V \Rightarrow_2 W$ , имеют лишь косвенную проверку посредством принятия гипотез, порожденных п.п.в.-2.
5. Взаимодействие п.п.в.-1 и п.п.в.-2 осуществляется **рекурсивной** процедурой посредством синтеза предикатов  $M_{x,n}^+(V, W)$ ,  $M_{y,n}^-(V, W)$  (и их отрицаний) и предикатов  $\Pi_n^\sigma(V, W)$ , где  $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$ . Причем эта процедура реализует одновременно **аргументацию** при порождении гипотез с предикатом  $V \Rightarrow_2 W$  (для п.п.в.-1) и с предикатом  $X \Rightarrow_1 Y$  (для п.п.в.-2). Факты из исходного множества  $\Omega_0$  (для  $X \Rightarrow_1 Y$ ) и результаты п.п.в.-2 являются

аргументами для порождения гипотез посредством п.п.в.-1, а результаты п.п.в.-1 являются аргументами для порождения гипотез посредством п.п.в.-2.

**Замечание 1-4.** Типы истинностных значений порождаемых гипотез в ДСМ-рассуждении 1,  $-1$ ,  $0$ ,  $\tau$  являются истинностными значениями четырехзначной логики аргументации  $A_{4,2}^{(4)}$  с двумя выделенными истинностными значениями «1» и « $-1$ » [35].

## 5 О преобразовании идей в понятия

В [30] обсуждалась проблема преобразования неясных или плохо характеризующихся идей в хорошо характеризующиеся понятия, уточняющие интенции, которые подразумеваются в этих идеях. Выше были упомянуты известные случаи уточнения идей алгоритма и множества. В этом разделе будут упомянуты уточнения идей, преобразуемых в понятия ДСМ-метода АПГ.

1. Первым примером преобразования идей методов (канонов) индуктивного вывода сходства, различия, сходства–различия, остатков и сопутствующих изменений [21] является их формализация посредством  $M$ -предикатов и  $\Pi$ -предикатов [29]. Эта формализация, как было показано выше, использует конструктивизацию ядер соответствующих понятий  $M$ -предикатов и п.п.в.-1 (для всех вариантов методов Д.С. Милля [29]). Пример строения понятия п.п.в.-1  $(I)^+$  представлен на Рис.5. Кроме того, используется конструктивизация ядер понятий  $\Pi$ -предикатов и п.п.в.-2, где конструктивизация соответствующих ядер понятий представлена на Рис.4.  $\langle x, y \rangle$  — имя  $\Pi$ -предикатов.

Декларативные аксиомы  $\forall V \forall W (J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_1 W) \& \Pi_n^\sigma(V, W)) \rightarrow J_{\langle 1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_1 W)$ ,

$$\text{где } \nu = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma = + \\ -1, & \text{если } \sigma = - \\ 0, & \text{если } \sigma = 0 \\ \tau, & \text{если } \sigma = \tau, \end{cases}$$

выражают индуктивные обобщения посредством гипотез, полученных посредством п.п.в.-1, использующих предикат  $V \Rightarrow_2 W$  ( $V$  — причина  $W$ ).

2. Вторым примером преобразования идеи в понятие является формализация абдукции как средства принятия гипотез, порожденных посредством п.п.в.-1 (индукции) и п.п.в.-2 (анalogии, которая является ин-

дуктивным обобщением). Такое преобразование идеи абдукции формализует и уточняет это идею Ч.С. Пирса ([36, ч. II]).

3. В [36] и [37] представлено уточнение проблемы индукции посредством введения понятия «естественнонаучной проблемы индукции», которое реализуется использованием ДСМ-рассуждений как синтеза индукции, аналогии и абдукции [36].

4. Четвертым примером преобразования идеи в понятие является характеристика открытой теории как квазиаксиоматической теории (КАТ)  $\mathcal{T} = \langle \Sigma, \Sigma', \mathfrak{R} \rangle$ , где  $\Sigma$  и  $\Sigma'$  — открытые множества аксиом и фактов и гипотез соответственно, а  $\mathfrak{R}$  — множество правил правдоподобного и достоверного вывода. Представление и организация знаний посредством КАТ является одной из компонент ДСМ-метода АПГ, применяемого в интеллектуальных системах. Открытость же множеств  $\Sigma$  и  $\Sigma'$  создает возможность машинного обучения в автоматическом или интерактивном режимах этих компьютерных систем.

Таким образом, КАТ является возможным уточнением (и преобразованием) идеи «открытой эмпирической теории» в понятие «квазиаксиоматической теории» для интеллектуальных систем.

5. Пятым примером преобразования идеи в понятие является уточнение и характеристика идеи «эмпирической закономерности» (ЭЗК) [34, 36, ч. III]. Идея ЭЗК связана с распознаванием регулярностей на последовательностях расширяющихся множеств фактов, которые выразимы посредством существенных параметров в языках представления знаний.

Формализация ЭЗК в ДСМ-методе АПГ состоит как в установлении степени противоречивости множеств гипотез в расширяемых их последовательностях, так и распознавании сохранения типов истинностных значений порождаемых гипотез. Эти два условия уточняют и формализуют явление регулярности, существенность же параметров устанавливается посредством абдукции (точнее: абдуктивной сходимости [36]).

Посредством  $\Delta(p)$  и  $\Omega(p)$  обозначаются множества гипотез, представимые посредством предикатов  $V \Rightarrow_2 W$  и  $X \Rightarrow_1 Y$  соответственно, где  $p$  — номер расширения базы фактов. Степень противоречивости множеств порождаемых гипотез  $\Delta(p)$ ,  $\Delta(q)$  и  $\Omega(p)$ ,  $\Omega(q)$  определяется посредством функционалов  $f^\sigma(p, q)$  и  $F^\sigma(p, q)$  соответственно, где  $\sigma \in \{+, -, 0\}$   $f^\sigma(p, q) = 0$  и  $F^\sigma(p, q) = 0$  характеризуют **эмпирический закон**, а  $f^\sigma(p, q) \leq 0, 2$  и  $F^\sigma(p, q) \leq 0, 2$  — **эмпирическую тенденцию** [34].

Условие сохранения истинностных значений представимо посредством утверждения:

$$\exists V \exists W \exists n \exists m \forall p \forall q ((p < q) \& (J_{\langle 1, n \rangle}(V \Rightarrow_2 W) \in \Delta^+(p))) \rightarrow (J_{\langle 1, m \rangle}(V \Rightarrow_2 W) \in \Delta^+(q)), \text{ где } \Delta^+(p) \subset \Delta(p).$$

Аналогично формулируются утверждения для  $\Delta^-(p)$ , а для  $\Omega^\sigma(p)$ , где  $\sigma \in \{+, -\}$ ,  $J_{\langle 1, n \rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \in \Omega^+(p)$ ,  $J_{\langle -1, n \rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \in \Omega^-(p)$ .

Эти утверждения пополняют квазиаксиоматическую теорию, являющуюся основанием процедурных понятий ДСМ-метода АПП, будучи средством их **развития**.

6. Шестым примером преобразования идеи в понятие является определение формальных понятий [50, 47, 44]. Рассматриваются **контексты**, которые есть тройки  $\langle G, M, I \rangle$ , где  $G$  и  $M$  — множества,  $I \subseteq G \times M$ ,  $G$  — множество объектов,  $M$  — множество атрибутов. Тогда **понятием** является пара  $\langle A, B \rangle$ , где  $A \subseteq G$  и  $B \subseteq M$ ,  $A' = \{m | (m \in M) \& \forall g ((g \in A) \supset gIm)\}$ ,  $B' = \{g | (g \in G) \& \forall m ((m \in M) \supset gIm)\}$ ,  $A' = B$ ,  $B' = A$ .

$A$  — объем (экстенционал) формального понятия, а  $B$  — его содержание (интенционал).

В [47] средствами теории формальных понятий выражаются аналоги  $M$ -предикатов и  $P$ -предикатов ДСМ-метода для формализации соответствующих процедур индукции и аналогии для позитивных и негативных примеров. Фактически это означает некоторое **развитие** формальных понятий. Современная теория формальных понятий является формализацией аристотелевской традиции, основанной на онтологии «вещь–свойство» [15].

Следует обратить внимание на простоту строения понятий в аристотелевской традиции, что соответствует онтологии «вещь–свойство», отображаемой в строении понятий посредством заданного объема (множества объектов) и множества признаков (атрибутов, свойств), характеризующих элементы объема. Поэтому возможным уточнением идеи является преобразование ее в понятие с аристотелевским строением, которое затем преобразуется в понятие с неаристотелевским строением, например, посредством конструктивизации ядра понятия, то есть, расширения треугольника Г. Фреге до соответствующего четырехугольника, реализующего процедуры порождения конкретного экстенционала посредством интенционала.

Подобные преобразования характерны для дискурсивных понятий, если задан язык представления знаний и сформулированы процедуры порождения экстенционала посредством интенционала. Это означает ответ на вопрос Ч.С. Пирса [22]: Как сделать наши идеи ясными? Преоб-

разование идей в понятия является процессом **организации знаний** с использованием Мира 3 К.Р. Поппера [23].

Таким образом, допущения, на которых основана аристотелевская традиция понимания понятий, не адекватны практике научного исследования: понятия не являются формой мышления (опровержение **Д1**), так как они — средства организации знаний, интенционалы (содержания) дискурсивных понятий имеют организацию, отличную от задания множества признаков (опровержение **Д2**); закон обратного соотношения содержания и объема (**Д3**) не имеет места для процедурных понятий (это было продемонстрировано для понятий ДСМ-метода АПГ).

Кроме того, экстенционалы понятий могут выражать **отношения**, а не сингулярные объекты (для  $M$ -предикатов это отношения  $R_x^+$ ,  $R_y^-$ , а для п.п.в.-1 — отношения  $R_x^+ \cap -R_y^-$ ,  $-R_x^+ \cap R_y^-$ ,  $R_x^+ \cap R_y^-$ ,  $-R_x^+ \cap -R_y^-$ , где « $-$ » — операция дополнения алгебры множеств).

Организация знаний у понятий с неаристотелевским строением, как было показано выше, имеет нетривиальную реализацию, включающую ядро понятия, его конструктивизацию, и **сферу понятия**, образованную основанием понятия, упорядочением множества понятия, связанных с ядром рассматриваемого понятия, его контакты и средства развития понятий. Понятия с неаристотелевским строением широко распространены в сфере науки, медицины и управления.

Изучение строения понятий, как дискурсивных, так и остенсивных, является необходимым для создания средств представления знаний и формулирования теорий (в том числе открытых) в науках о человеке и обществе, которые нуждаются в применении точных рассуждений и развитии экспериментальных исследований.



В заключение заметим, что синтез понятий, установление их оснований, упорядочение понятий, образующее их систему [27], выявление контактов понятий, развитие понятий и, наконец, преобразование неясных идей в точно характеризующие понятия являются необходимыми средствами эволюции рационального знания.

## Литература

- [1] ДСМ-метод автоматического порождения гипотез: Логические и эпистемологические основания / Под общей редакцией О.М. Аншакова. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.

- [2] *Аншаков О.М., Скворцов Д.П., Финн В.К.* Об аксиоматизируемости многозначных логик, связанных с формализацией правдоподобных рассуждений // *Логические исследования*. М.: Наука, 1993. Вып. 1. С. 222–247.
- [3] *Аншаков О.М., Скворцов Д.П., Финн В.К.* О дедуктивной имитации некоторых вариантов ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // *ДСМ-метод автоматического порождения гипотез: логические и эпистемологические основания*. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. С. 240–286.
- [4] *Арно А., Николь П.* Логика, или искусство мыслить. Харьков: Лitera Nova, 2009.
- [5] *Барвайс Д.* Введение в логику первого порядка. Справочная книга по математической логике. Ч. I: Теория моделей. М.: Наука, 1983.
- [6] *Бочвар Д.А.* Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления. Математический сборник. Т.4. Вып. 2. 1938. С. 287–308.
- [7] *Бочвар Д.А., Лахути Д.Г., Финн В.К.* Комментарии // Карнап Р. Значение и необходимость. Исследование по семантике и модальной логике. Биробиджан: ИП «ТРИВИУМ», 2000. С. 361–368.
- [8] *Вагин В.Н., Головина Е.Ю., Загорянская А.А., Фомина М.В.* Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
- [9] *Вертгеймер М.* Продуктивное мышление. М.: ПРОГРЕСС, 1987.
- [10] *Виноградов Д.В.* Формализация правдоподобных рассуждений в логике предикатов 1-ого порядка // *Научно-техническая информация*. Сер. 2. № 11. 2000. С. 17–20.
- [11] *Войшвилло Е.К.* Понятие как форма мышления. М.: Издательство Московского университета, 1989.
- [12] *Гершель Дж.* Философия естествознания. Издание второе. М.: «ЛИБРОКОМ», 2011.
- [13] *Гусакова С.М., Михеенкова М.А., Финн В.К.* О логических средствах автоматизированного анализа мнений // *Автоматическое порождение гипотез в интеллектуальных системах*. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. Гл. 3. С. 446–484.
- [14] *Забезжайло М.И., Ивашко В.Г., Кузнецов С.О., Михеенкова М.А., Хазановский К.П., Аншаков О.М.* Алгоритмические и программные средства ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // *Научно-техническая информация*. Сер. 2. № 10. 1987. С. 1–13.
- [15] *Кассирер Э.* Познание и действительность. Понятие субстанции и понятие функции. М.: ГНОЗИС, 2006.
- [16] *Котарбиньский Т.* Лекции по истории логики. XII. Логика Пор-Рояля. XIII. Логика Пор-Рояля (продолжение) // *Котарбиньский Т. Избранные произведения*. М.: Издательство иностранной литературы, 1963. С. 424–433.



- [17] *Криницкий Н.А.* Аналитическая теория алгоритмов. М.: «Физматлит», 1994.
- [18] *Лапшин В.А.* Онтологии в компьютерных системах. М.: Научный мир, 2010.
- [19] *Люгер Д.Ф.* Искусственный интеллект. Москва; Санкт-Петербург; Киев, 2003.
- [20] *Мастерман М.* Тезаурус в синтаксисе и семантике // Математическая лингвистика. М.: Издательство «МИР». 1964, С. 160–176.
- [21] *Милль Д.С.* Система логики силлогистической и индуктивной. Издание пятое. М.: ЛЕНАНД, 2011.
- [22] *Пирс Ч.С.* Как сделать наши идеи ясными // Пирс Ч.С. Избранные произведения. М.: ЛОГОС, 2000. С. 266–295.
- [23] *Поппер К.Р.* Объективное знание. Эволюционный подход. М.: Эдиториал УРСС, 2002.
- [24] *Поппер К.Р.* Эволюционная эпистемология // Эволюционная эпистемология и логика социальных наук. Карл Поппер и его критики / Общая редакция В.Н. Садовского. М.: Эдиториал УРСС, 2000. С. 57–74.
- [25] *Скворцов Д.П.* О некоторых способах построения логических языков с кванторами по кортежам // Семиотика и информатика. Вып. 20. 1983. С. 102–126.
- [26] *Финн В.К.* Абдукция / Энциклопедия эпистемологии и философии науки. М.: КАНОН+, 2009. С. 8–9.
- [27] *Финн В.К.* Дистрибутивные решетки индуктивных процедур // Научно-техническая информация. Сер. 2. № 11. 2014. С. 1–30.
- [28] *Финн В.К.* ДСМ-метод автоматического порождения гипотез с отношением порядка / ДСМ-метод автоматического порождения гипотез: логические и эпистемологические основания. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. Ч. I. Гл. 1. С. 166–191.
- [29] *Финн В.К.* Индуктивные методы Д.С. Милля в системах искусственного интеллекта // Искусственный интеллект и принятие решений. Ч. I. № 3. 2010. С. 3–21; Ч. II. № 4. 2010. С. 14–40.
- [30] *Финн В.К.* Искусственный интеллект: Методология, применения, философия. М.: КРАСАНД., 2011. Ч. II. Гл. 3: Интеллектуальные системы и общество: идеи и понятия. С. 137–167.
- [31] *Финн В.К.* Искусственный интеллект: Методология, применения, философия. М.: КРАСАНД. 2011.
- [32] *Финн В.К.* Об интеллектуальном анализе данных // Новости искусственного интеллекта. 2004. № 3. С. 3–18.
- [33] *Финн В.К.* Об обобщенном ДСМ-методе автоматического порождения гипотез // ДСМ-метод автоматического порождения гипотез: логические и

- эпистемологические основания. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. Ч. I. Гл. 2. С. 192–213.
- [34] Финн В.К. Об определении эмпирических закономерностей посредством ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // Искусственный интеллект и принятие решений. 2010. № 4. С. 41–48.
- [35] Финн В.К. Стандартные и нестандартные логики аргументации // Логические исследования. Вып. 13. М.: Наука, 2006. С. 158–189.
- [36] Финн В.К. Эпистемологические основания ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // Научно-техническая информация. Сер. 2. Ч. I. № 9. 2013. С. 1–29; Ч. II. № 12. 2013. С. 1–26.
- [37] Финн В.К. Эпистемологические принципы порождения гипотез // Вопросы философии. 2014. №2. С. 83–95.
- [38] Финн В.К., Михеевкова М.А. О ситуационном расширении ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // Автоматическое порождение гипотез в интеллектуальных системах. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. Гл. 2. С. 428–445.
- [39] Фреге Г. О смысле и значении // Готлоб Фреге. Логика и логическая семантика. М.: АСПЕКТ ПРЕСС, 2000. С. 215–229.
- [40] Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. Издательство «МИР», 1966.
- [41] Челпанов Г.И. Учебник логики. М.: Издательская группа «ПРОГРЕСС», 1994. Глава IV. Содержание и объем понятий. С. 24–31.
- [42] Черч А. Введение в математическую логику. М.: Издательство иностранной литературы, 1960. Введение. 03. Функции. Стр. 27.
- [43] Anshakov O., Gergely T. Cognitive Reasoning. A Formal Approach. Springer-Verlag: Berlin–Heidelberg, 2010.
- [44] Davey B.A., Priestley H.A. Introduction to Lattices and Order. Second edition. Cambridge University Press, 2002. 3: Formal concept analysis. P. 65–84.
- [45] Abductive Inference: Computation, Philosophy, Technology / Eds. J.R. Josephson, S.G. Josephson. Cambridge: University Press, 1994.
- [46] Körner S. Conceptual thinking. A Logical inquiry. Cambridge: The University of Bristol at the University Press, 1955.
- [47] Kuznetsov S.O. Galois Connection in Data Analysis: Contributions from the Soviet Era and Modern Russian Research // Ganter B., Stumme G., Wille R. (Eds.) Formal Concept Analysis. Foundations and Applications. Springer-Verlag. Berlin – Heidelberg, 2005. P. 196–225.
- [48] Nilsson N.I. Artificial Intelligence: A New Synthesis. San Francisco, California: Morgan Kaufmann Publishers, Inc. 1998.
- [49] Rosser B., Turquette A.R. Many-Valued Logics. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1958.

- [50] *Wille R.* Formal Concept Analysis as Mathematical Theory of Concepts and Concept Hierarchies // *Ganter B., Stumme G., Wille R. (Eds.) Formal Concept Analysis. Foundations and Applications.* Springer-Verlag. Berlin – Heidelberg, 2005. P. 1–33.

V.K. FINN

## On the Non-aristotelian Concept Structure

**Finn Viktor Konstantinovich**

Department of intelligent information systems, Branch of research in informatics,  
All Russian Institute for Scientific and Technical Information,  
Russian Academy of Sciences.  
Usievicha 20, A-190, Moscow, 125190, Russian Federation.  
e-mail: [finn@viniti.ru](mailto:finn@viniti.ru)

This article deals with the structure of concepts, different from Aristotelian tradition based on the ontology “thing–property”. Non-aristotelian concept structure is analyzed on the example of procedural concepts of the JSM-method of automatic hypotheses generation. For procedural concepts a refinement and a widening of G. Frege’s triangle are proposed. For the procedural concepts Frege’s triangle formed by intension (content), extension (scope) is supplemented with the procedural proposition which transforms the initial data by means of the intension into the extension. In the paper is also given an example of the violation of the so called “law of the inverse relation” between the scope and the content of a concept for the concepts of the JSM-method of automatic hypotheses generation. Formulated are the specialties of the construction of non-aristotelian concepts as means of organization of knowledge, not “forms of thought”. The example of concepts representing the JSM-reasonings demonstrates the difference of their structure from the understanding of concepts within the aristotelian tradition. The problem of development of ideas into concepts allowing exact characterization is also discussed.

*Keywords:* Aristotelian tradition of concepts, extension (scope), intension (content), J.S. Mill’s inductive methods, JSM-reasoning, procedural concepts, G. Frege’s triangle

### References

- [1] *DSM-metod avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez: Logicheskie i epistemologicheskie osnovaniya* [JSM-method of the automatic hypothesis generation: Logical and epistemological foundations], ed. O.M. Anshakov, Moscow: «LIBROKOM» Publ., 2009. (In Russian)
- [2] Anshakov, O.M., Skvortsov, D.P., Finn, V.K. “Ob aksiomatiziruemosti mnogoznachnykh logik, svyazannykh s formalizatsiei pravdopodobnykh rassuzhdenii” [On the axiomatizability of the multi-valued logics linked with the formalization of the plausible reasonings], *Logicheskie issledovaniya* [Logical Investigations], Moscow: Nauka Publ., 1993, V.1, pp. 222–247. (In Russian)
- [3] Anshakov, O.M., Skvortsov, D.P., Finn, V.K. “O deduktivnoi imitatsii nekotorykh variantov DSM-metoda avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez” [On the deductive imitation of some variants of the JSM-method of the automatic hypothesis generation], *DSM-metod avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez: logicheskie i epistemologicheskie osnovaniya* [JSM-method of the

- automatic hypothesis generation: Logical and epistemological foundations], Moscow: «LIBROKOM» Publ., 2009, pp. 240–286. (In Russian)
- [4] Arno, A., Nikol', P. *Logika ili iskusstvo myslit'* [Logic or the art of thinking], Kharkov: Litera Nova Publ., 2009. (In Russian)
- [5] Barwise, J. *Vvedenie v logiku pervogo poryadka. Spravochnaya kniga po matematicheskoi logike. Chast' I. Teoriya modelei* [Introduction to the first order logic. Reference book on the mathematical logic. Part I. Model theory], Moscow: Nauka Publ., 1983. (In Russian)
- [6] Bochvar, D.A. “Ob odnom trekhznachnom ischislenii i ego primenenii k analizu paradoksov klassicheskogo rasshirenogo funktsional'nogo ischisleniya” [On one three-valued calculus and its application to the analysis of the paradoxes of the classical extended functional calculus], *Matematicheskii sbornik*, V.4, Issue 2, 1938, pp. 287–308. (In Russian)
- [7] Bochvar, D.A., Lakhuti, D.G., Finn, V.K. “Kommentarii” [Commentary], Karnap R. *Znachenie i neobkhodimost'. Issledovanie po semantike i modal'noi logike* [Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic] Birobidzhan: «TRIVIUM» Publ., 2000, pp. 361–368. (In Russian)
- [8] Vagin, V.N., Golovina, E.Yu., Zagoryanskaya, A.A., Fomina, M.V. *Dostovernyi i pravdopodobnyi vyvod v intellektual'nykh sistemakh* [Reliable and plausible inference in the intellectual systems] Moscow: FIZMATLIT Publ., 2008. (In Russian)
- [9] Wertheimer, M. *Produktivnoe myshlenie* [Productive thinking], Moscow: PROGRESS Publ., 1987. (In Russian)
- [10] Vinogradov, D.V. “Formalizatsiya pravdopodobnykh rassuzhdenii v logike predikatov 1-ogo poryadka” [Formalization of the plausible reasonings in 1st order predicate logic], *Nauchno-tekhnicheskaya informatsiya. Seriya 2* [Scientific-technical information. Series 2], №11, 2000, pp. 17–20. (In Russian)
- [11] Voishvillo, E.K. *Ponyatie kak forma myshleniya* [Concept as the form of thinking], Moscow: Moscow St. Univ. Publ., 1989. (In Russian)
- [12] Herschel, J. *Filosofiya estestvoznaniya. Izdanie vtoroe* [Philosophy of the natural science. Second edition] Moscow: «LIBROKOM» Publ., 2011. (In Russian)
- [13] Gusakova, S.M., Mikheenkova, M.A., Finn, V.K. “O logicheskikh sredstvakh avtomatizirovannogo analiza mnenii” [On the logical tools for the automated analysis of opinions], *Avtomaticheskoe porozhdenie gipotez v intellektual'nykh sistemakh* [Automatic hypothesis generation in intellectual systems], Moscow: «LIBROKOM» Publ., 2009, chapter 3, pp. 446–484. (In Russian)
- [14] Zabezhailo, M.I., Ivashko, V.G., Kuznetsov, S.O., Mikheenkova, M.A., Khazanovskii, K.P., Anshakov, O.M. “Algoritmicheskie i programmnye sredstva DSM-metoda avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez” [Algorhythmic and program tools of the JSM-method of authomatic hypothesis generation], *Nauchno-tekhnicheskaya informatsiya. Seriya 2* [Scientific-technical information. Series 2], №10, 1987, pp. 1–13. (In Russian)

- [15] Cassirer, E. *Poznaniya i deistvitel'nost'. Ponyatie substantsii i ponyatie funktsii* [Substance and function], Moscow: GNOZIS Publ., 2006. (In Russian)
- [16] Kotarbiński, T. “Leksii po istorii logiki. XII. Logika Por-Royalya. XIII. Logika Por-Royalya (prodolzhenie)” [Lectures on the history of logic. XII. Port-Royal Logic. XIII. Port-Royal Logic (continued)], Kotarbiński T, *Izbrannye proizvedeniya* [Selected works], Moscow: Izdatel'stvo inostrannoi literatury Publ., 1963, pp. 424–433. (In Russian)
- [17] Krinitskii, N.A. *Analiticheskaya teoriya algoritmov* [Analytical theory of algorithms], Moscow: «Fizmatlit» Publ., 1994. (In Russian)
- [18] Lapshin, V.A. *Ontologii v komp'yuternykh sistemakh* [Ontologies in computer systems], Moscow: Nauchnyi mir Publ., 2010. (In Russian)
- [19] Luger, G.F. *Iskusstvennyi intellekt* [Artificial intelligence], Moscow – Saint-Petersburg – Kiev, 2003. (In Russian)
- [20] Masterman, M. “Tezaurus v sintaksise i semantike” [The thesaurus in syntax and semantics], *Matematicheskaya lingvistika* [Mathematical linguistics], Moscow: «MIR» Publ., 1964, pp. 160–176. (In Russian)
- [21] Mill, J.S. *Sistema logiki sillogisticheskoi i induktivnoi. Izdanie pyatoe* [A System of Logic, Ratiocinative and Inductive. Fifth Edition], Moscow: LENAND Publ., 2011. (In Russian)
- [22] Peirce, C.S. “Kak sdelat' nashi idei yasnymi” [How to Make Our Ideas Clear], Peirce C.S. *Izbrannye proizvedeniya* [Selected works], Moscow: LOGOS Publ., 2000, pp. 266–295. (In Russian)
- [23] Popper, K.R. *Ob"ektivnoe znanie. Evolyutsionnyi podkhod* [Objective Knowledge: An Evolutionary Approach], Moscow: URSS Publ., 2002. (In Russian)
- [24] Popper, K.R. “Evolyutsionnaya epistemologiya” [Evolutionary epistemology], *Evolyutsionnaya epistemologiya i logika sotsial'nykh nauk. Karl Popper i ego kritiki* [Evolutionary epistemology and logic of the social sciences. Karl Popper and his critics], ed. V.N. Sadovskii, Moscow: URSS Publ., 2000, pp. 57–74. (In Russian)
- [25] Skvortsov, D.P. “O nekotorykh sposobakh postroeniya logicheskikh yazykov s kvantorami po kortezham” [On some ways of construction of the logical languages with quantifiers on sequences]. *Semiotika i informatika* [Semiotics and informatics], Issue 20, 1983, pp. 102–126. (In Russian)
- [26] Finn, V.K. “Abduktsiya” [Abduction], *Entsiklopediya epistemologii i filosofii nauki* [Encyclopedia of epistemology and philosophy of science], Moscow: KANON+ Publ., 2009, pp. 8–9. (In Russian)
- [27] Finn, V.K. “Distributivnye reshetki induktivnykh protsedur” [Distributive lattices of inductive procedures]. *Nauchno-tehnicheskaya informatsiya. Seriya 2* [Scientific-technical information. Series 2], № 11, 2014, pp. 1–30. (In Russian)

- [28] Finn, V.K. “DSM-metod avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez s otnosheniem poryadka” [JSM-method of automatic hypothesis generation with the order relation], *DSM-metod avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez: logicheskie i epistemologicheskie osnovaniya* [JSM-method of the automatic hypothesis generation: Logical and epistemological foundations], Moscow: «LIBROKOM» Publ., 2009, Part I, Chapter 1, pp. 166–191. (In Russian)
- [29] Finn, V.K. “Induktivnye metody D.S. Millya v sistemakh iskusstvennogo intellekta” [The inductive methods of J.S. Mill in the systems of artificial intelligence], *Iskusstvennyi intellekt i prinyatie reshenii* [Artificial intelligence and decision-making], Part I, № 3, 2010, pp. 3–21; Part II, № 4, 2010, pp. 14–40. (In Russian)
- [30] Finn, V.K. *Iskusstvennyi intellekt: Metodologiya, primeneniya, filosofiya* [Artificial intelligence: Methodology, applications, philosophy], Moscow: KRASAND Publ., 2011, Part II, Chapter 3. “Intellektual’nye sistemy i obshchestvo: idei i ponyatiya” [Intellectual systems and society: ideas and concepts], pp. 137–167. (In Russian)
- [31] Finn, V.K. *Iskusstvennyi intellekt: Metodologiya, primeneniya, filosofiya* [Artificial intelligence: Methodology, applications, philosophy], Moscow: KRASAND Publ., 2011 (In Russian)
- [32] Finn, V.K. “Ob intellektual’nom analize dannykh” [On the intellectual data analysis], *Novosti iskusstvennogo intellekta* [News of artificial intelligence], № 3, 2004, pp. 3–18. (In Russian)
- [33] Finn, V.K. “Ob obobshchenom DSM-metode avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez” [On the generalized JSM-method of automatic hypothesis generation], *DSM-metod avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez: logicheskie i epistemologicheskie osnovaniya* [JSM-method of the automatic hypothesis generation: Logical and epistemological foundations], Moscow: «LIBROKOM» Publ., 2009, Part I, Chapter 2, pp. 192–213. (In Russian)
- [34] Finn, V.K. “Ob opredelenii empiricheskikh zakonomernostei posredstvom DSM-metoda avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez” [On the definition of empirical regularities by means of the JSM-method of the automatic hypothesis generation], *Iskusstvennyi intellekt i prinyatie reshenii* [Artificial intelligence and decision-making], № 4, 2010, pp. 41–48. (In Russian)
- [35] Finn, V.K. “Standartnye i nestandartnye logiki argumentatsii” [Standard and non-standard logics of argumentation], *Logicheskie issledovaniya* [Logical investigations], Issue 13, Moscow: Nauka Publ., 2006, pp. 158–189. (In Russian)
- [36] Finn, V.K. “Epistemologicheskie osnovaniya DSM-metoda avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez” [Epistemological foundations of the JSM-method of the automatic hypothesis generation], *Nauchno-tekhnicheskaya informatsiya. Seriya 2* [Scientific-technical information. Series 2], Part I, №9, 2013, pp. 1–29; Part II, №12, 2013, pp. 1–26. (In Russian)

- [37] Finn, V.K. “Epistemologicheskie printsipy porozhdeniya gipotez” [Epistemological principles of hypothesis generation], *Voprosy filosofii* [Problems of philosophy], №2, 2014, pp. 83–95. (In Russian)
- [38] Finn, V.K., Mikheenkova M.A. “O situatsionnom rasshirenii DSM-metoda avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez” [On the situational extension of the JSM-method of automatic hypothesis generation], *Avtomaticheskoe porozhdenie gipotez v intellektual'nykh sistemakh* [Automatic hypothesis generation in intellectual systems], Moscow: «LIBROKOM» Publ., 2009, Chapter 2, pp. 428–445. (In Russian)
- [39] Frege, G. “O smysle i znachenii” [On sense and reference], Gottlob Frege, *Logika i logicheskaya semantika* [Logic and logical semantics], Moscow: ASPENT PRESS Publ., 2000, pp. 215–229. (In Russian)
- [40] Fraenkel, A.A., Bar-Hillel, Y. *Osnovaniya teorii mnozhestv* [Foundations of Set Theory], «MIR» Publ., 1966. (In Russian)
- [41] Chelpanov, G.I. *Uchebnik logiki* [Textbook on logic], Moscow: «PROGRESS» Publ., 1994, Chapter IV. “Soderzhanie i ob'em ponyatii” [Scope and content of concepts], pp. 24–31. (In Russian)
- [42] Church, A. *Vvedenie v matematicheskuyu logiku* [Introduction to Mathematical Logic], Moscow: Izdatel'stvo inostrannoi literatury Publ., 1960, Introduction, 03, “Funktsii” [Functions], p. 27. (In Russian)
- [43] Anshakov, O., Gergely, T. *Cognitive Reasoning. A Formal Approach*, Springer-Verlag: Berlin-Heidelberg, 2010.
- [44] Davey, B.A., Priestley, H.A. *Introduction to Lattices and Order. Second edition*, Cambridge University Press, 2002, “3. Formal concept analysis”, pp. 65–84.
- [45] *Abductive Inference: Computation, Philosophy, Technology*, eds. J.R. Josephson, S.G. Josephson, Cambridge: University Press, 1994.
- [46] Körner, S. *Conceptual thinking. A Logical inquiry*, Cambridge: The University of Bristol at the University Press, 1955.
- [47] Kuznetsov, S.O. “Galois Connection in Data Analysis: Contributions from the Soviet Era and Modern Russian Research”. *Formal Concept Analysis. Foundations and Applications*, eds. Ganter B., Stumme G., Wille R., Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005, pp. 196–225.
- [48] Nilsson, N.I. *Artificial Intelligence: A New Synthesis*, San Francisco, California: Morgan Kaufmann Publishers, Inc. 1998.
- [49] Rosser, B., Turquette, A.R. *Many-Valued Logics*, Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1958.
- [50] Wille, R. “Formal Concept Analysis as Mathematical Theory of Concepts and Concept Hierarchies”, *Formal Concept Analysis. Foundations and Applications*, eds. Ganter B., Stumme G., Wille R., Springer-Verlag: Berlin Heidelberg, 2005, pp. 1–33.