
Традиционная силлогистика с отрицательными терминами

А. А. Ильин

ABSTRACT. We set out the following axiom schemes for traditional syllogistic with negative terms: $(MaP \& SaM) \supset SaP$, $SiP \supset PiS$, SaS , $SaP \supset SiP$, $SeP \equiv \neg SiP$, $SoP \equiv \neg SaP$, $SaP \equiv SeP'$, $SiP \equiv SiP''$. We prove that this system embeds into the predicate calculus by the interpretation of categorical propositions made by M. Bejanishwili and L. Mchedlishwili:

$$\begin{aligned} SaP &\rightarrow (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \forall x(Sx \supset Px), \\ SiP &\rightarrow (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \exists x(Sx \& Px), \\ SeP &\rightarrow (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \forall x(Sx \supset Px), \\ SoP &\rightarrow (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \exists x(Sx \& Px). \end{aligned}$$

Ключевые слова: традиционная силлогистика, негативные термины, аксиоматизация, категорические высказывания

В работе предлагается аксиоматизация системы традиционной силлогистики, содержащей отрицательные термины. Традиционная силлогистика — это теория, описывающая отношения между ассерторическими высказываниями; данные высказывания содержат только общие термины, а среди самих общих терминов выделяют содержащие отрицание и неотрицательные.

В язык традиционной силлогистики (ТС) входят нелогические термины единственного типа — параметры для простых неотрицательных терминов. Для обозначения терминов такого рода используем символы S, P, Q, M, \dots . Кроме того, в язык негативной силлогистики входят силлогистические константы a, i, e, o , пропозициональные связки $\&, \vee, \neg, \supset, \equiv$, знак терминного отрицания $'$ и скобки.

Любые параметры для неотрицательных общих терминов — S, P, Q, M, \dots — есть термы, а также если S — терм, то S' — тоже терм. Формулами являются выражения вида SaP, SiP, SeP, SoP , где S и P — произвольные термы. Сложные формулы образуются из простых с помощью пропозициональных связок. (При

работе со схемами аксиом мы различаем обозначения для неотрицательных общих терминов — S, P, Q, M, \dots , и для тех же общих терминов с произвольным количеством отрицаний — $\bar{S}, \bar{P}, \bar{Q}, \bar{M}, \dots$. Тем самым S, P, Q, M, \dots есть соответственно неотрицательные общие термины S, P, Q, M, \dots с произвольным числом отрицаний.)

Я. Лукасевичем на базе классического исчисления высказываний была построена реконструкция чистого позитивного фрагмента традиционной силлогистики [4]. Им было показано, что аналоги всех законов чистой позитивной силлогистики являются теоремами построенной им системы, а все остальные силлогистические утверждения, кроме тавтологий логики высказываний, недоказуемы в системе.

Адекватная интерпретация силлогистических формул, детерминирующая класс законов традиционной позитивной силлогистики, была найдена в 1971 г. румынским логиком С. Виеру. Иной перевод силлогистических формул в исчисление предикатов был предложен В.А. Бочаровым [2].

Нами будет рассмотрена модификация погружающей операции позитивного фрагмента традиционной силлогистики, предложенной М.Н. Бежанишвили и Л.И. Мчедlishvili [1], более наглядно, в отличие от переводов Виеру и Бочарова, проясняющая смысл категорических высказываний. В ее основе лежит стандартный лейбницевский перевод категорических высказываний t , обычным образом распространенный на сложные силлогистические формулы:

$$\begin{aligned} SaP &\rightarrow \forall x(Sx \supset Px) \\ SiP &\rightarrow \exists x(Sx \& Px) \\ SeP &\rightarrow \forall x(Sx \supset \neg Px) \\ SoP &\rightarrow \exists x(Sx \& \neg Px). \end{aligned}$$

Посредством перевода t определяется погружающая операция T . Пусть S_1, \dots, S_n — все термины, содержащиеся в формуле B .

Тогда $T(B) = ((\exists x S_1 x \& \exists x \neg S_1 x) \& \dots \& (\exists x S_n x \& \exists x \neg S_n x)) \supset t(B)$.

Силлогистическая теория, законами которой являются формулы, T -переводы которых доказуемы в исчислении предикатов, аксиоматизируется посредством системы $ТС$.

Схемами аксиом ТС являются:

T0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний.

T1. $(MaP \& SaM) \supset SaP$ T5. $SeP \equiv \neg SiP$

T2. $SiP \supset PiS$ T6. $SoP \equiv \neg SaP$

T3. SaS T7. $SaP \equiv SeP'$

T4. $SaP \supset SiP$ T8. $SiP \equiv SiP''$

R1. *modus ponens*

Теорема о погружаемости системы ТС в исчисление предикатов посредством перевода Т будет доказываться на основе погружаемости данной системы в систему негативной фундаментальной силлогистики (НФС), для которой погружаемость в исчисление предикатов доказана [3].

При доказательстве погружаемости системы традиционной силлогистики в систему негативной фундаментальной силлогистики будем использовать критерий, предложенный В.А. Смирновым [7]:

Исчисление S_1 погружается в исчисление S_2 посредством функции ψ_1 (из множества формул S_1 в множество формул S_2), если и только если:

(1) для каждой формулы A языка S_1 имеет место $S_1 \vdash A \Rightarrow S_2 \vdash \psi_1(A)$;

существует функция ψ_2 из множества формул S_2 в множество формул S_1 , такая что

(2) для каждой формулы A языка S_2 имеет место $S_2 \vdash A \Rightarrow S_1 \vdash \psi_2(A)$,

(3) для каждой формулы A языка S_1 имеет место $S_1 \vdash (A \equiv \psi_2(\psi_1(A)))$.

Воспользуемся данным критерием применительно к случаю, когда S_1 есть система ТС, а S_2 — система НФС.

Постулатами исчисления НФС являются:

- Ф0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний.
 Ф1. $(MaP \& SaM) \supset SaP$ Ф6. $SoP \equiv \neg SaP$
 Ф2. $SiP \supset PiS$ Ф7. $SaP \equiv SeP'$
 Ф3. SaS Ф8. $SiP \equiv SiP''$
 Ф4. $SiP \supset SiS$ Ф9. $SiS \vee S'iS'$
 Ф5. $SeP \equiv \neg SiP$ R1. *modus ponens*

Определим перевод ψ_1 из ТС в НФС:

Пусть имеется произвольное утверждение В языка ТС; S_1, \dots, S_n — все простые неотрицательные термины, содержащиеся в утверждении В.

Тогда $\psi_1(B) = ((S_1iS_1 \& S'_1iS'_1) \& \dots \& (S_niS_n \& S'_niS'_n)) \supset B$.
 Например, если В есть $SaP \supset SoS'$, то $\psi_1(SaP \supset SoS') = ((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset (SaP \supset SoS')$.

Индукцией по длине доказательства формулы А в системе ТС покажем, что часть (1) критерия Смирнова выполняется: $\forall A(ТС \vdash A \Rightarrow НФС \psi_1(A))$.

ψ_1 -перевод аксиом Т0, Т1, Т2, Т3, Т5, Т6, Т7, Т8 системы ТС суть формулы вида $((S_1iS_1 \& S'_1iS'_1) \& \dots \& (S_niS_n \& S'_niS'_n)) \supset A$, где А — соответствующая аксиома НФС (для Т0 — это Ф0, для Т1 — Ф1 и т.д.). Тогда схема доказательства для ψ_1 -переводов указанных аксиом системы ТС имеет вид:

1. А (соотв. аксиома системы НФС)
2. $((S_1iS_1 \& S'_1iS'_1) \& \dots \& (S_niS_n \& S'_niS'_n)) \supset A$ 1, ЛБ

Т4. $SaP \supset SiP$

$\psi_1(SaP \supset SiP) = ((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset (SaP \supset SiP)$

1. $(PaS' \& SaP) \supset SaS'$ Ф1
2. $(SaP \& \neg SaS') \supset \neg PaS$ 1, ЛБ
3. $SaS' \equiv SeS''$ Ф7
4. $PaS' \equiv PeS''$ Ф7
5. $SeS'' \equiv \neg SiS''$ Ф5
6. $PeS'' \equiv \neg PiS''$ Ф5

- | | | |
|-----|--|----------|
| 7. | $SiS \equiv SiS''$ | $\Phi 8$ |
| 8. | $PiS \equiv PiS''$ | $\Phi 8$ |
| 9. | $PiS \supset SiP$ | $\Phi 2$ |
| 10. | $(SaP \& SiS) \supset SiP$ | 2-9, ЛВ |
| 11. | $SiS \supset (SaP \supset SiP)$ | 10, ЛВ |
| 12. | $((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset (SaP \supset SiP)$ | 11, ЛВ |

В системе НФС справедлив закон $SiS \equiv S'iS'$ (введения/снятия двойного отрицания):

- | | | |
|----|------------------------|----------|
| 1. | $SiS \equiv SiS''$ | $\Phi 8$ |
| 2. | $S''iS \equiv S''iS''$ | $\Phi 8$ |
| 3. | $S''iS \supset SiS''$ | $\Phi 2$ |
| 4. | $SiS'' \supset S''iS$ | $\Phi 2$ |
| 5. | $SiS \equiv S''iS''$ | 1-4, ЛВ |

Тогда произвольная формула PiP эквивалентна PiP , если P содержит четное число отрицаний; если же число отрицаний в P нечетно, то PiP эквивалентна $P'iP'$.

- | | | |
|-----|--|-------------|
| 13. | $SiS \equiv S''iS''$ | Теорема НФС |
| 14. | $((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset (SaP \supset SiP)$ | 12, 13, ЛВ |

Покажем справедливость следующего утверждения:

$\text{НФС} \vdash \psi_1(A \supset B)$ и $\text{НФС} \vdash \psi_1(A) \Rightarrow \text{НФС} \vdash \psi_1(B)$.

Пусть имеем: $\text{НФС} \vdash \psi_1(A \supset B)$ и $\text{НФС} \vdash \psi_1(A)$.

$\psi_1(A) = A^\circ \supset A$, где A° есть конъюнкция вида $((S_1iS_1 \& S'_1iS'_1) \& \dots \& (S_kiS_k \& S'_kiS'_k))$, а S_1, \dots, S_k — все простые неотрицательные термины, содержащиеся в формуле A .

$\psi_1(B) = B^\circ \supset B$, где B° есть конъюнкция вида $((P_1iP_1 \& P'_1iP'_1) \& \dots \& (P_miP_m \& P'_miP'_m))$, а P_1, \dots, P_m — все простые неотрицательные термины, содержащиеся в формуле B . Ясно, что $\psi_1(A \supset B) = (A^\circ \& B^\circ) \supset (A \supset B)$.

Множества $\{S_1, \dots, S_k\}$ и $\{P_1, \dots, P_m\}$ всех простых неотрицательных терминов формул A и B непусты по определению формулы НФС.

Таким образом, из того, что НФС $\vdash (A^\circ \& B^\circ) \supset (A \supset B)$ и НФС $\vdash A^\circ \supset A$, необходимо получить НФС $\vdash B^\circ \supset B$.

1. $(A^\circ \& B^\circ) \supset (A \supset B)$ Теорема НФС (допущение)
2. $A^\circ \supset A$ Теорема НФС (допущение)
3. $(A^\circ \& B^\circ) \supset B$ 1, 2, ЛВ

Рассмотрим множество всех простых неотрицательных терминов S_1, \dots, S_k , содержащихся в формуле A .

Пусть множество $\{M_1, \dots, M_i\}$ есть множество всех тех простых неотрицательных терминов формулы A , которые не содержатся в формуле B . И пусть множество $\{Q_1, \dots, Q_j\}$ есть множество всех тех простых неотрицательных терминов формулы A , которые содержатся в формуле B . Ясно, что $\{M_1, \dots, M_i\} \cap \{P_1, \dots, P_m\} = \emptyset$, $\{M_1, \dots, M_i\} \cup \{Q_1, \dots, Q_j\} = \{S_1, \dots, S_k\}$, $\{Q_1, \dots, Q_j\} \cup \{P_1, \dots, P_m\} = \{P_1, \dots, P_m\}$.

Тогда A° есть $(A_1^\circ \& A_2^\circ)$, где A_1° есть конъюнкция вида $((M_1 i M_1 \& M'_1 i M'_1) \& \dots \& (M_i i M_i \& M'_i i M'_i))$, а A_2° есть конъюнкция вида $((Q_1 i Q_1 \& Q'_1 i Q'_1) \& \dots \& (Q_j i Q_j \& Q'_j i Q'_j))$. Следовательно,

4. $(A_1^\circ \& A_2^\circ \& B^\circ) \supset B$ 3, в силу определения A_1° , A_2° и A°
5. $(A_2^\circ \& B^\circ) \equiv B^\circ$ ЛВ, в силу определения A_2° и B°
6. $(A_1^\circ \& B^\circ) \supset B$ 5, ЛВ

Итак, НФС $\vdash ((M_1 i M_1 \& M'_1 i M'_1) \& \dots \& (M_i i M_i \& M'_i i M'_i) \& B^\circ) \supset B$, причем ни B° , ни B не содержат простых неотрицательных терминов M_1, \dots, M_i .

Индукцией по построению вывода не составляет труда доказать производность *правила подстановки* в системе НФС. Для этого показывается, что подстановка в схему аксиом есть аксиома, а также что результат применения правила *modus ponens* к теоремам также есть теорема.

Выберем произвольный простой неотрицательный термин P_e , входящий в формулу B , и осуществим i -раз подстановку данного термина вместо простых неотрицательных терминов M_1, \dots, M_i .

В результате данной подстановки получаем:

$$\text{НФС } \vdash ((P_e i P_e \& P'_e i P'_e) \& \dots \& (P_e i P_e \& P'_e i P'_e)) \& B^\circ \supset B.$$

В силу того, что B° по определению содержит все термины, входящие в B , а P_e входит в B , имеем, что B° содержит конъюнкт вида $(P_e i P_e \& P'_e i P'_e)$.

Тогда $((P_e i P_e \& P'_e i P'_e) \& \dots \& (P_e i P_e \& P'_e i P'_e)) \& B^\circ$ эквивалентно B° (в силу ЛВ).

Таким образом:

7. $B^\circ \supset B$ 6, из доказанного, ЛВ

Следовательно, $\text{НФС} \vdash B^\circ \supset B$.

Итак, имеем: $\text{НФС} \vdash \psi_1(A \supset B)$ и $\text{НФС} \vdash \psi_1(A) \Rightarrow \text{НФС} \vdash \psi_1(B)$.

Таким образом, часть (1) критерия Смирнова выполняется.

Для доказательства частей (2) и (3) указанного критерия необходимо сформулировать обратный перевод из системы НФС в систему ТС. Определим функцию ψ_2 из НФС в ТС следующим образом:

$$\psi_2(A) = A$$

$$\psi_2(\neg A) = \neg \psi_2(A)$$

$$\psi_2(A \bullet B) = \psi_2(A) \bullet \psi_2(B)$$

Покажем выполнение части (2) критерия Смирнова:

$$\forall A (\text{НФС} \vdash A \Rightarrow \text{ТС} \vdash \psi_2(A)).$$

Переводы аксиом Ф0 также являются аксиомами исчисления высказываний, поэтому они доказуемы в ТС.

ψ_2 -переводы аксиом Ф1, Ф2, Ф3, Ф5, Ф6, Ф7, Ф8 системы НФС суть аксиомы Т1, Т2, Т3, Т5, Т6, Т7, Т8 системы ТС.

$$\text{Ф4. SiP} \supset \text{SiS}$$

$$\psi_2(\text{SiP} \supset \text{SiS}) = \text{SiP} \supset \text{SiS}$$

$$1. \text{ SaS} \quad \text{Т3}$$

$$2. \text{ SaS} \supset \text{SiS} \quad \text{Т4}$$

$$3. \text{ SiS} \quad 1, 2, \text{ЛВ}$$

$$4. \text{ SiP} \supset \text{SiS} \quad 3, \text{ЛВ}$$

$$\text{Ф9. SiS} \vee \text{S'iS'}$$

$$\psi_2(\text{SiS} \vee \text{S'iS'}) = \text{SiS} \vee \text{S'iS'}$$

$$1. \text{ SaS} \quad \text{Т3}$$

$$2. \text{ SaS} \supset \text{SiS} \quad \text{Т4}$$

$$3. \text{ SiS} \quad 1, 2, \text{ЛВ}$$

$$4. \text{ SiS} \vee \text{S'iS'} \quad 3, \text{ЛВ}$$

Легко показать также справедливость следующего утверждения:

$$\text{ТС} \vdash \psi_2(A \supset B) \text{ и } \text{ТС} \vdash \psi_2(A) \Rightarrow \text{ТС} \vdash \psi_2(B).$$

Действительно, $\psi_2(A \supset B) = A \supset B$, $\psi_2(A) = A$, $\psi_2(B) = B$, а правило *modus ponens* имеется в ТС. Доказательство части (2) критерия Смирнова завершено.

Докажем часть (3) указанного критерия — $\forall A(ТС \vdash (A \equiv \psi_2(\psi_1(A))))$. В связи с тем, что $\psi_2(A) = A$, нам необходимо доказать $\forall A(ТС \vdash (A \equiv \psi_1(A)))$.

Пусть имеется произвольное утверждение В языка ТС; S_1, \dots, S_n — все термины, содержащиеся в утверждении В. Тогда $\psi_1(B) = ((S_1 i S_1 \& S'_1 i S'_1) \& \dots \& (S_n i S_n \& S'_n i S'_n)) \supset B$.

Покажем: $B \equiv ((S_1 i S_1 \& S'_1 i S'_1) \& \dots \& (S_n i S_n \& S'_n i S'_n)) \supset B$.

- | | | |
|----|--|----------|
| 1. | SaS | ТЗ |
| 2. | SaS \supset SiS | Т4 |
| 3. | SiS | 1, 2, ЛВ |
| 4. | $S_1 i S_1, \dots, S_n i S_n, S'_1 i S'_1, \dots, S'_n i S'_n$ — теоремы системы ТС | 3 |
| 5. | $(S_1 i S_1 \& S'_1 i S'_1) \& \dots \& (S_n i S_n \& S'_n i S'_n)$ | 4, ЛВ |
| 6. | $B \equiv B$ | ЛВ |
| 7. | $B \equiv ((S_1 i S_1 \& S'_1 i S'_1) \& \dots \& (S_n i S_n \& S'_n i S'_n)) \supset B$ | 5, 6, ЛВ |

Таким образом, все три части критерия Смирнова выполняются. Следовательно, ТС погружается в НФС посредством ψ_1 . В работе [3] показана погружаемость системы НФС в систему обобщенной позитивной силлогистики (ОФС) посредством функции ψ_1 . В свою очередь, доказана погружаемость системы ОФС в исчисление предикатов посредством перевода * [5]. Из данных утверждений получаем, что ТС погружается в исчисление предикатов посредством композиции функций $\psi_1, \psi_1, *$. Остается показать, что данная композиция равносильна переводу силлогистических формул, предложенному М.Н. Бежанишвили и Л.И. Мчедлишвили.

Напомним, что язык ОФС содержит новые силлогистические константы: u — аналог отношения исчерпываемости и q — аналог отношения неисчерпываемости. В результате появляются два новых типа формул: SuP — «Всякий объект есть S или P » и SqP — «Некий объект не есть ни S , ни P ».

Перевод * силлогистических формул ОФС в язык исчисления

предикатов задан следующим образом:

$$\begin{aligned} (SaP)^* &= \forall x(Sx \supset Px) & (SiP)^* &= \exists x(Sx \& Px) \\ (SeP)^* &= \forall x(Sx \supset \neg Px) & (SoP)^* &= \exists x(Sx \& \neg Px) \\ (SuP)^* &= \forall x(Sx \vee Px) & (SqP)^* &= \exists x(\neg Sx \& \neg Px) \\ (\neg A)^* &= \neg(A)^* & (A \bullet B)^* &= (A)^* \bullet (B)^*, \end{aligned}$$

где \bullet — любая бинарная связка.

Для определения перевода ψ_1 из НФС в ОФС на термах языка негативной фундаментальной силлогистики задается функция f :

$$\begin{aligned} f(S)=0 & \text{ е.т.е. число терминных отрицаний в терме } S \text{ четно} \\ & \text{ или } S \text{ не содержит терминных отрицаний;} \\ f(S)=1 & \text{ е.т.е. число терминных отрицаний в терме } S \text{ нечетно.} \end{aligned}$$

Полагается, что S и P — это неотрицательные общие термины, входящие в состав S и P соответственно.

В связи с тем, что в НФС мы имеем дело со схемами формул и каждый параметр для терма в них представляет собой простой неотрицательный термин с произвольным количеством отрицаний, то для каждой из формул мы будем иметь количество переводов в язык ОФС, равное 2^n , где n — число термов.

$$\begin{aligned} \psi_1(SaP) &= \begin{array}{l} SaP, \text{ если } f(S)=0 \text{ и } f(P)=0 \\ SeP, \text{ если } f(S)=0 \text{ и } f(P)=1 \\ SuP, \text{ если } f(S)=1 \text{ и } f(P)=0 \\ PaS, \text{ если } f(S)=1 \text{ и } f(P)=1 \end{array} & \psi_1(SiP) &= \begin{array}{l} SiP, \text{ если } f(S)=0 \text{ и } f(P)=0 \\ SoP, \text{ если } f(S)=0 \text{ и } f(P)=1 \\ PoS, \text{ если } f(S)=1 \text{ и } f(P)=0 \\ SqP, \text{ если } f(S)=1 \text{ и } f(P)=1 \end{array} \\ \psi_1(SeP) &= \begin{array}{l} SeP, \text{ если } f(S)=0 \text{ и } f(P)=0 \\ SaP, \text{ если } f(S)=0 \text{ и } f(P)=1 \\ PaS, \text{ если } f(S)=1 \text{ и } f(P)=0 \\ SuP, \text{ если } f(S)=1 \text{ и } f(P)=1 \end{array} & \psi_1(SoP) &= \begin{array}{l} SoP, \text{ если } f(S)=0 \text{ и } f(P)=0 \\ SiP, \text{ если } f(S)=0 \text{ и } f(P)=1 \\ SqP, \text{ если } f(S)=1 \text{ и } f(P)=0 \\ PoS, \text{ если } f(S)=1 \text{ и } f(P)=1 \end{array} \\ \psi_1(\neg A) &= \neg\psi_1(A) & \psi_1(A \bullet B) &= \psi_1(A) \bullet \psi_1(B), \end{aligned}$$

где \bullet — любая бинарная связка.

Покажем, что композиция функций $\psi_1, \psi_1, *$ равносильна модификации перевода силлогистических формул, предложенного М.Н. Бежанишвили и Л.И. Мчедлишвили.

Если $f(S) = 0, f(P) = 0$, то

$$(\psi_1(\psi_1(SaP)))^* = (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SaP))^* =$$

$$\begin{aligned}
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SaP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\forall x(Sx \supset Px) \equiv (\exists x Sx \& \exists x \neg Sx \& \exists x Px \& \exists x \neg Px) \supset \forall x(Sx \supset Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 0$, $f(P) = 1$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SaP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SaP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SeP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\forall x(Sx \supset \neg Px) \equiv (\exists x Sx \& \exists x \neg Sx \& \exists x Px \& \exists x \neg Px) \supset \forall x(Sx \supset \neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 1$, $f(P) = 0$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SaP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SaP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SuP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\forall x(Sx \supset Px) \equiv (\exists x Sx \& \exists x \neg Sx \& \exists x Px \& \exists x \neg Px) \supset \forall x(\neg Sx \supset Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 1$, $f(P) = 1$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SaP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SaP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset PaS)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\forall x(Px \supset Sx) \equiv (\exists x Sx \& \exists x \neg Sx \& \exists x Px \& \exists x \neg Px) \supset \forall x(\neg Sx \supset \neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 0$, $f(P) = 0$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SiP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SiP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SiP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\exists x(Sx \& Px) \equiv (\exists x Sx \& \exists x \neg Sx \& \exists x Px \& \exists x \neg Px) \supset \exists x(Sx \& Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 0$, $f(P) = 1$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SiP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SiP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SoP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\exists x(Sx \& \neg Px) \equiv (\exists x Sx \& \exists x \neg Sx \& \exists x Px \& \exists x \neg Px) \supset \exists x(Sx \& \neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 1$, $f(P) = 0$, то

$$(\psi_1(\psi_1(SiP)))^* = (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SiP))^* =$$

$$\begin{aligned}
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset PoS)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\exists x(Px \& \neg Sx) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \exists x(\neg Sx \& Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 1$, $f(P) = 1$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SiP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SiP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SqP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\exists x(\neg Sx \& \neg Px) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \exists x(\neg Sx \& \neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 0$, $f(P) = 0$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SeP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SeP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SeP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\forall x(Sx \supset \neg Px) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \forall x(Sx \supset \neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 0$, $f(P) = 1$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SeP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SeP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SaP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\forall x(Sx \supset Px) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \forall x(Sx \supset Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 1$, $f(P) = 0$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SeP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SeP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset PaS)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\forall x(Px \supset Sx) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \forall x(\neg Sx \supset \neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 1$, $f(P) = 1$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SeP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SeP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SuP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\forall x(Sx \vee Px) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \forall x(\neg Sx \supset \neg \neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 0$, $f(P) = 0$, то

$$(\psi_1(\psi_1(SoP)))^* = (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SoP))^* =$$

$$\begin{aligned}
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SoP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\exists x(Sx \& \neg Px) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \exists x(Sx \& \neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 0$, $f(P) = 1$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SoP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SoP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SiP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\exists x(Sx \& Px) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \exists x(Sx \& \neg\neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 1$, $f(P) = 0$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SoP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SoP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SqP)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\exists x(\neg Sx \& \neg Px) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \exists x(\neg Sx \& \neg Px)
\end{aligned}$$

Если $f(S) = 1$, $f(P) = 1$, то

$$\begin{aligned}
(\psi_1(\psi_1(SoP)))^* &= (\psi_1(((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset SoP))^* = \\
&= (((SiS \& S'iS') \& (PiP \& P'iP')) \supset PoS)^* = \\
&= (\exists x(Sx \& Sx) \& \exists x(\neg Sx \& \neg Sx) \& \exists x(Px \& Px) \& \exists x(\neg Px \& \neg Px)) \supset \\
&\exists x(Px \& \neg Sx) \equiv (\exists xSx \& \exists x\neg Sx \& \exists xPx \& \exists x\neg Px) \supset \exists x(\neg Sx \& \neg\neg Px)
\end{aligned}$$

Литература

- [1] *Бежанишвили М.Н., Мchedlishvili Л.И.* Позитивная силлогистика и логика предикатов // Логика Аристотеля. Тбилиси, 1985.
- [2] *Бочаров В.А.* Алгебраические реконструкции силлогистики // Логико-методологические исследования. М., 1980.
- [3] *Ильин А.А.* Негативная фундаментальная силлогистика // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН. Вып. 15. М., 2000.
- [4] *Лукасевич Я.* Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1983.
- [5] *Маркин В.И.* Обобщенная позитивная силлогистика // Логические исследования. Вып. 6. М., РОССПЭН, 1999.
- [6] *Маркин В.И.* Силлогистические теории в современной логике. М.: МГУ, 1991.
- [7] *Смирнов В.А.* Логические методы анализа научного знания. М., 1987.