# К проблеме приоритета в открытии логической теории релейно-контактных схем. Документ из архива Виктора Ивановича Шестакова

Б. В. Бирюков

**abstract.** The article of V.I. Shestakov, 1935 is published, indicating that the logical theory of relay schemes was already developed by author.

*Ключевые слова:* алгебра логики, логика и техника, релейные схемы, научный приоритет.

Вопрос о том, кому следует отдать пальму первенства в открытии приложений логики к технике, до сих пор привлекает к себе внимание историков науки. В. И. Левин предложил ряд критериев определения приоритета научного открытия. Один из них — время появления первой публикации по данной теме; другой — учитывающий не только время первопубликации, но и даты представления и защиты диссертации; еще один — когда учитывается содержание первых публикаций с точки зрения их научной продвинутости [3][1]. В. И. Левин высказал взгляд, согласно которому «научная работа, изложенная в рукописной, а тем более в устной форме, не считается в мировой практике зафиксированной по содержанию и дате выполнения и потому не может учитываться при решении вопроса о приоритете»[1]. С подобным формальным подходом в истории науки, я думаю, делать нечего. Изучая историко-научный процесс, надлежит учитывать все — и публикации, и сообщения на научно-исследовательских семинарах, и манускрипты, свидетельствующие о достигнутых

[1]См. также статью [1], где на с. 29–30 коротко изложены выдвинутые В. И. Левиным критерии.

результатах ученого, и отзывы на его работы, в том числе и неопубликованные.

Учитывая сказанное, мы обязаны с должным вниманием отнестись к недавно открытому машинописному тексту работы В.И. Шестакова, который публикуется ниже. Дело в том, что хорошо известные много раз высказывавшиеся С.А. Яновской утверждения о том, что приложение логики к переключательным схемам было разработано В.И. уже к 1935 г., опирается на знание, которым располагали члены московского математико-логического сообщества, да на имеющиеся отзывы о научных работах В.И., и в том числе его научного руководителя — В.И. Гливенко. Иными данными С.А. не располагала. Теперь у нас есть текст, ясно свидетельствующий, что Шестаков в 1935 г. изложил свою теорию в отдельной статье и что теория эта полностью отвечала задаче применения булевой алгебры к переключательным схемам.

Тот факт, что публикуемый ниже текст не был напечатан ни в одном из научных изданий, не должен нас удивлять. Во-первых В.И. был в то время всего лишь аспирантом Научно–исследовательского института физики МГУ. Но ни предложенная ему тема (по теории колебаний), ни научное руководство со стороны профессора Горелика не устраивали Виктора Шестакова: он был весь поглощен идеей применения булевой алгебры к релейно–контактным схемам. Во-вторых, вопросы, которые В.И. намеревался разрабатывать, совершенно не интересовали физиков, почему он и тянулся к математическим логикам, и вскоре его руководителем стал математик В. И. Гливенко. В-третьих, В.И. считал разработанный им логический подход к электрическим устройствам дискретного действия лишь первым шагом к задуманной им более глубокой теории. Большого значения шагу этому он не придавал.

Поскольку в тексте В.И., предлагаемому вниманию читателя, встречаются небрежности, свидетельствующие о том, что его автор, судя по всему, не считал его окончательным, публикатор внес в этот текст некоторые редакционные изменения стилистического характера.

Оригинал статьи находится в архиве Шестакова, хранящемся у его дочери Ирины Викторовны Самохваловой[2].

**Шестаков В.И. 1935**[3]

# РЕЛЕ И РЕЛЕЙНЫЕ СХЕМЫ

## 1 Типы реле

Условимся называть всякое реле, которое включает (или выключает) ток в схеме при действии на него некоторого импульса, *реле прерывного действия*, когда величина тока, включаемого посредством реле, не зависит от величины управляющего импульса. Если же реле изменяет ток пропорционально *командному* току (более обще — если величина управляемого тока (напряжения) есть непрерывная функция величины командного тока), то реле будем называть *реле непрерывного действия.* Примером реле первого типа являются электромагнитные реле; катодные лампы представляют собой реле второго типа.

В самом деле, большинство электронных реле включают (выключают) ток, как только ток в цепи возбуждения становится больше известной величины, и выключают его при падении тока в цепи возбуждения ниже определенной величины. Иначе говоря, даже в том случае, когда ток в цепи возбуждения изменяется непрерывно, ток в управляемой цепи изменяется скачками: то он есть, то его нет.

Будем, далее, различать реле, возвращающиеся в *нормальное положение* при устранении воздействующей на них причины, и реле, *остающиеся в том положении*, в которое их привел командный импульс. Первый род реле мы назовем реле *без последействия*, а второй — с *последействием.* Катодные лампы

[2]Пользуюсь случаем, чтобы обратить внимание читателя на опечатки в формулах, допущенные в [2]. А именно в формулах (2), (5) и (6) на с. 90 и 91 отрицания (передаваемые горизонтальной чертой, помещаемой над формулой) должны распространяться только на антецеденты названных формул. В формуле ($K_5$) — страница 100 — в двух случаях утрачены нижние индексы «у»при буквах $F$ и $s$. Кроме того, разбирая формульный текст на с. 99–100, читателю следует учитывать разнобой, допущенный при наборе некурсивных, курсивных и полужирных букв.

[3]Написано от руки. Здесь и далее подстрочные примечания принадлежат публикатору текста Шестакова.

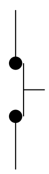
и телеграфные реле представляют собой примеры реле первого рода, а защитные реле и тиратроны, питаемые постоянным током, — примеры реле второго рода.

Схемы, содержащие исключительно реле без последействия, мы назовем схемами без последействия. Схемы без последействия и содержащие лишь реле прерывного действия мы назовем одноактными схемами. Одноактные схемы характеризуются тем, что свою работу они совершают за один прием (одним актом) и по окончании действия командного импульса возвращаются в нормальное положение.

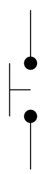
## 2 Алгебра релейных схем

В дальнейшем мы будем рассматривать лишь следующий довольно узкий класс схем: релейные схемы *без последействия* (это одноактные реле, которые могут действовать при одновременном сочетании нескольких агентов: $a, b, c, \dots$), схемы, которые меняют свое состояние при воздействии нескольких сигналов (вызванных различными причинами и пришедших по различным каналам связи: по нескольким различным цепям — обычным или фантомным) либо пришедшим по одной цепи на различных частотах и т. п.

Рассмотрим сначала релейные схемы прерывного действия, например схемы с электромагнитными реле. Условимся обозначать контакты, замыкающиеся под действием агента $a$ той же буквой, а контакты, размыкающиеся под действием агента $a$, той же буквой, но со штрихом: $a'$; если воспользоваться условными обозначениями, принятыми при изображении телемеханических схем, то мы получим:

$a$ 

контакт, замыкающий цепь при действии $a$

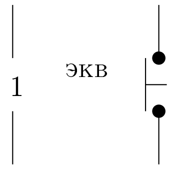
$a'$ 

контакт, размыкающий цепь при действии $a$

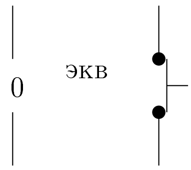
Условимся далее при изображении схем не чертить условных изображений контактов, а обозначать их цифрами[4]:

[4]На рисунке «экв» — сокращение слова «эквивалентна».

1 — размыкающий контакт, т. е.




0 — замыкающий, т. е.




Кроме того, как это принято, будем все схемы чертить в нормальном положении (т. е. нерабочем состоянии). Далее условимся все контакты, срабатывающие в результате воздействия одного и того же агента, располагать на схеме на одной горизонтально расположенной строке, и тогда вместо того, чтобы помещать буквы у каждого контакта, выписывать их лишь в начале каждого ряда контактов. Так, например, все контакты, срабатывающие под действием агента $a$, мы можем расположить в первой строке, а в ее начале (слева) поместить букву $a$; все контакты, находящиеся под действием агента $b$, расположить во второй строке, в начале которой слева выписав букву $b$, и т. д. Приборы, которыми управляет релейная схема, мы будем обозначать большими буквами латинского алфавита: $A, B, C, \ldots$ и изображать их на схеме заключенными в кружок. Источников тока мы изображать не будем, так же как и электромагнитов, замыкающих контакты релейной схемы.

Схему, изображенную согласно этим условиям, мы будем называть *структурной* схемой (структурной формулой) релейной схемы. Примером может служить схема, изображенная на рисунке 1,

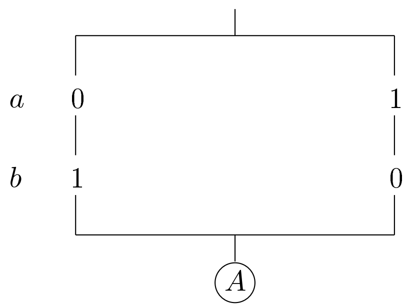



Рис. 1

которая включает прибор $A$, когда срабатывает $a$ или $b$, но не оба контакта вместе. В нормальном положении цепь, как легко видеть, разомкнута.

Условимся записывать параллельное соединение контактов $a$ и $b$ (контактных промежутков) в виде *суммы*: $a+b$, а последовательное — в виде произведения: $ab$ (рис. 2).

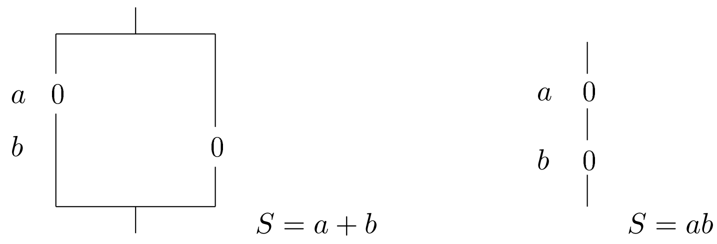



Рис. 2

Тогда, если $b = a'$, то получатся схемы (рис. 3):

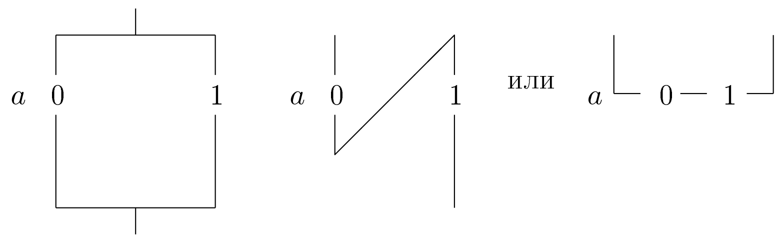



Рис. 3

Если вернуться к обозначению контактов буквами, то сумму $a+b$ и произведение $ab$ можно записывать в виде более наглядных схем (рис. 4):

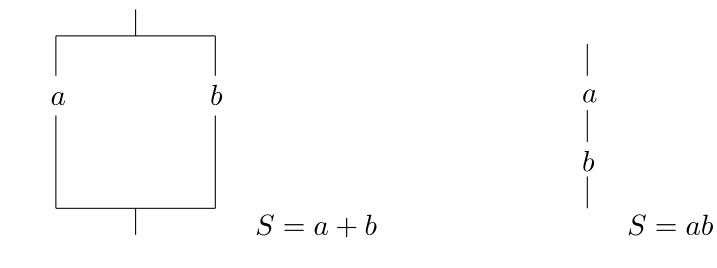



Рис. 4

При $b = a'$ получаем (рис. 5):

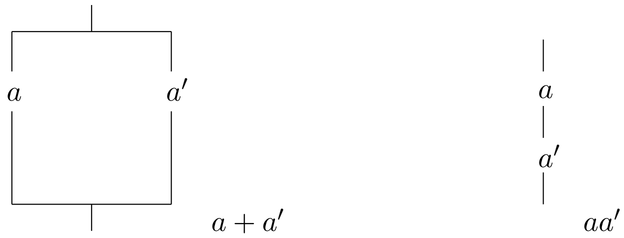



Рис. 5

Можно показать, что определенные таким образом сумма и произведение обладают свойствами *логического сложения* и *логического умножения*. Прежде всего, для них справедлив *закон коммутативности*:

$$a + b = b + a \qquad\qquad ab = ba, \tag{1}$$

т. е. действие схемы не изменяется от перестановки контактов реле как при их параллельном, так и последовательном соединении (рис. 6). Очевидно, что:

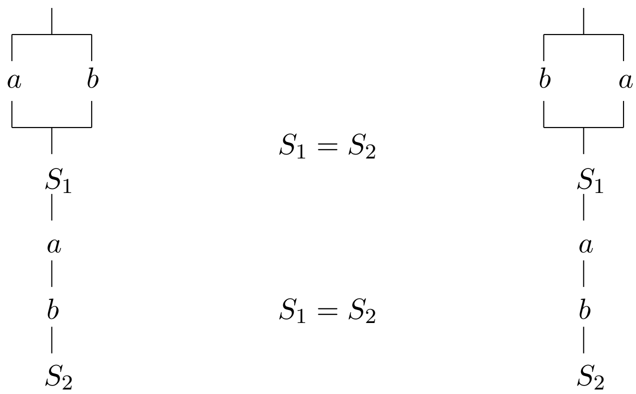



Рис. 6

Нетрудно видеть, что это справедливо не только для релейных схем, но и для *любых электрических схем*, что бы $a$ и $b$ ни обозначали: контакты реле, параметры схемы, какие-либо другие схемы и т.п.

Для контактов $a, b, c$ имеет место и сочетательный закон[5]

$$ab + ac = a(b + c) \tag{2}$$

*Сочетательный закон* утверждает эквивалентность следующих схем (рис. 7):

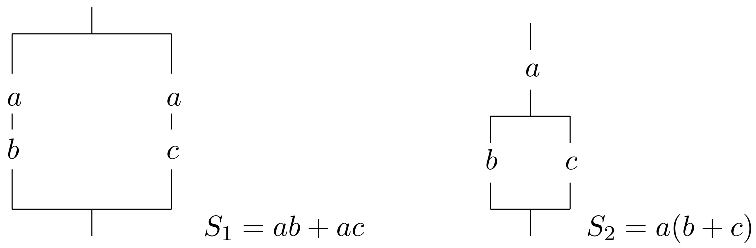



Рис. 7

или (рис. 8):

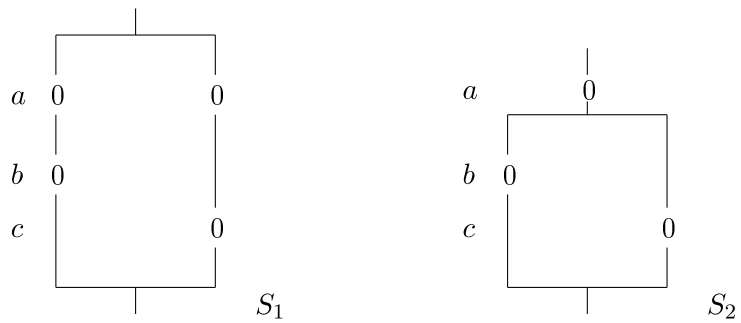



Рис. 8

[5]На самом деле автор имеет в виду *закон дистрибутивности* (распределительности) умножения относительно сложения. Заметим, что в описываемой Шестаковым алгебре справедлив и двойственный закон — закон дистрибутивности (логического) сложения относительно (логического) умножения. Что касается «сочетательного» закона, то этот термин применяется в качестве синонима *закона ассоциативности*, о котором автор говорит ниже.

В самом деле, когда нет сигналов: $a, b, c$, тогда обе схемы $S_1$ и $S_2$ разомкнуты (0 — символизирует разрыв цепи). Работают обе эти схемы лишь в трех случаях:

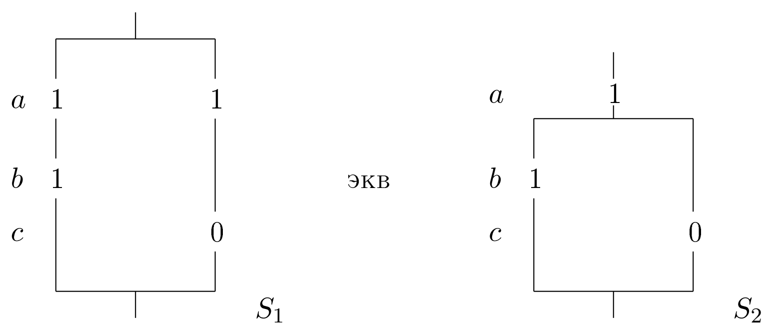
1) когда срабатывают $a$ и $b$,

2) когда срабатывают $a$ и $c$,

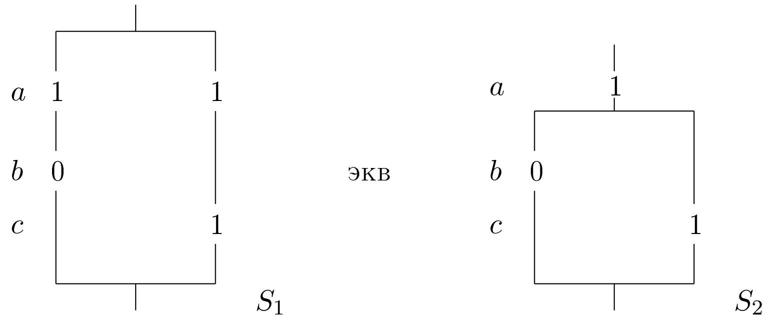
3) когда срабатывают $a$, $b$ и $c$.

Чтобы сократить запись, я позволяю себе воспользоваться языком алгебры логики. Так, чтобы сказать, что на схему действует агент $a$, я буду писать $s = a$; чтобы сказать, что на схеме срабатывают контакты $a$ и $b$, я буду записывать логическое произведение: $s = ab$; чтобы сказать, что на схему $S$ действует сигнал $s$, исходящий или от $a$, или от $b$, или от $a$ и $b$ вместе, я заменю слово «или» знаком $+$, а слово «и» — знаком умножения $\bullet$. Тогда три случая, при которых срабатывает данная схема, будут представлены: 1) $s_1 = ab$, 2) $s_2 = ac$, 3) $s_3 = abc$ (см. рис. 9).

1) $s_1 = ab$



2) $s_2 = ac$




3) $s_3 = abc$

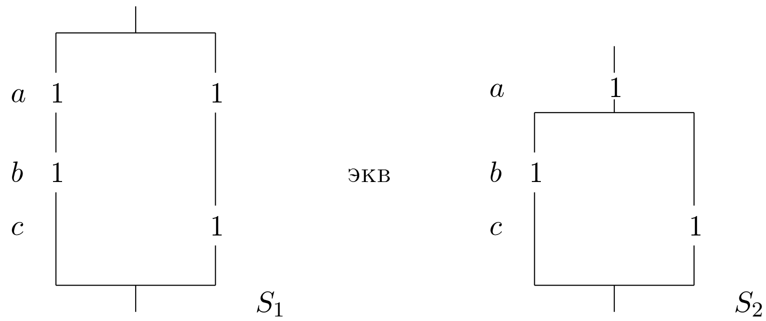



Рис. 9

## 3 Схемы в рабочем состоянии[6]

Как видим, схемы $S_1$ и $S_2$ срабатывают при одних и тех же сигналах $s_1, s_2, s_3$; замкнутые во время работы части схемы изображаются последовательно включенной цепью элементов; те ветви схем, в которых встречаются последовательно включенные элементы и нули, размыкают цепь в том месте, где они стоят. Схемы

[6]Если над схемой помещена формула сигнала, то это значит, что изображенная под ней схема находится в том рабочем состоянии, в котором она пребывает все время, пока действует данный сигнал, 1 — символизирует контакт, находящийся под током (замкнутый в данный момент), а 0 — разомкнутый в данный момент. Изображение схемы в рабочем состоянии получают из схемы, изображенной в нормальном состоянии, заменяя в последней 0 на 1, 1 на 0 в тех горизонтальных строках, которые соответствуют элементам $a$, $b$, $c$ сигнала. (Примечание Шестакова. —*Б.Б.*).

показывают, что разомкнутыми они оказываются при одинаковых сочетаниях элементов $a$, $b$, $c$, т. е. когда не работает схема $S_1$, не работает и схема $S_2$, и обратно. Таким образом, они эквивалентны с точки зрения их работы, и мы можем написать: $S_1 = S_2$ , т. е. $ab + ac = a(b + c)$. Ассоциативный закон для сложения и умножения настолько очевиден, что я не буду его иллюстрировать схемами, выпишу лишь его формульное представление:

$$a+(b+c) = (a+b)+c = a+b+c \qquad (ab)c = a(bc) = abc \quad (3)$$

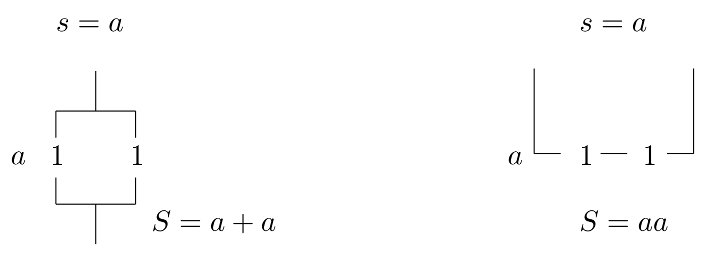
Замечу, что ассоциативный закон не специфичен для данных схем, а справедлив для любых электрических схем.

Кроме ассоциативного и коммутативного законов для сложения и умножения и кроме дистрибутивного закона справедливы еще такие законы, которые не имеют места для обычного алгебраического сложения и умножения, — они специфичны именно для *алгебры логики*. Это так называемые *закон тавтологии* и *закон поглощения*.

Закон тавтологии имеет вид:

$$a + a = a \qquad aa = a \quad (4)$$

и может быть представлен следующими структурными формулами (рис. 10).



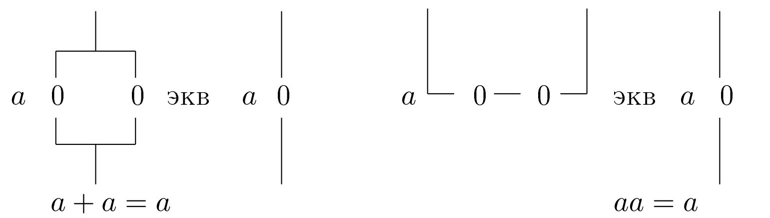



Рис. 10

На словах закон тавтологии можно выразить так:

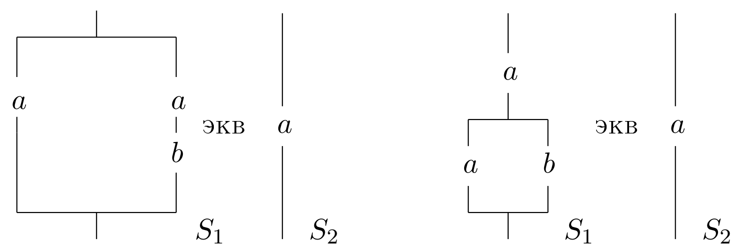
1) включить в схему параллельно друг другу два одинаковых реле (и срабатывающих от одной и той же причины $a$) — это все равно, что включить одно из них.

2) включить в схему последовательно друг за другом два одинаковых реле (и срабатывающих под воздействием одного и того же агента $a$) — это все равно, что включить одно из них.

Этот закон настолько очевиден и настолько наглядно представлен схемами, изображенными как в нормальном, так и в рабочем состоянии ($s = a$), что в излагаемом здесь наброске теории его вряд ли стоит доказывать.

Закон поглощения имеет вид (рис. 11):

$$a + ab = a \qquad a(a + b) = a \tag{5}$$




или

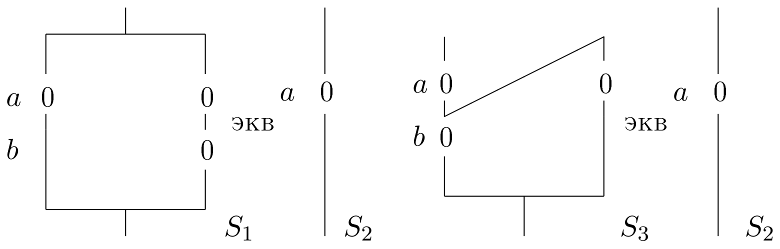



Рис. 11

Как видно из приведенных структурных схем — схема $S_1$ реагирует на $a$, а на $b$ — нет; точно так же и $S_3$ отзывается лишь на $a$, т. е. схемы $S_1$ и $S_3$ эквивалентны схеме, реагирующей заведомо лишь на $a$ (т.е. схеме $S_2$).

Если подан сигнал $s_1 = a$ , то в схемах $S_1$ и $S_3$ контакт реле $b$ закорачивается при работе реле $a$, так что будет ли сигнал $b$ или его не будет, на работу схем это не повлияет (рис.12).

1) $s_1 = a$

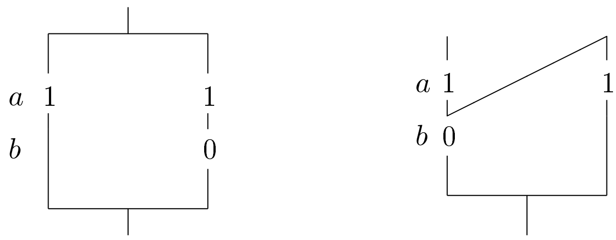



Рис. 12

С другой стороны, если имеется сигнал $s_2 = b$, то схемы $S_1$ и $S_2$ не смогут работать, так как оказываются разомкнутыми контактами реле $a$: схемы $S_1$ и $S_3$ замыкаются лишь при срабатывании реле $a$.

2) $s_2 = b$

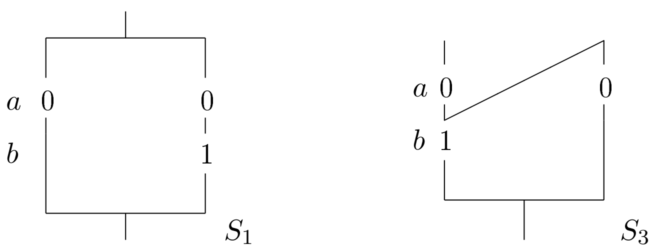



Рис. 13

Таким образом, схемы $S_1$ и $S_3$ оказываются эквивалентными схеме $S_2$, содержащий лишь один замыкающей контакт $a$. На словах закон поглощения можно выразить так: параллельное присоединение к реле $a$ последовательно включенных реле $a$ и $b$ эквивалентно реле $a$; последовательное подключение к реле $a$ комбинации из параллельно соединенных реле $a$ и $b$ эквивалентно срабатыванию реле $a$.

Мы дали определение понятия суммы контактов реле $a + b$ и произведения их $a \bullet b$ и показали, что эта сумма и это произведение обладают свойствами *логического сложения* и *логического умножения.* Нетрудно распространить понятие суммы и произведения на схемы $S_1, S_2, \ldots$, состоящие из любого конечного числа контактов различных реле, включенных параллельно и последовательно, и показать, что сумма $S_1 + S_2$ и произведение $S_1 S_2$ схем $S_1$ и $S_2$ также обладают свойствами логической суммы и логического произведения.

Мы не станем доказывать это, а заметим лишь, что контакты реле $a, b, \ldots$ можно также рассматривать как элементарные схемы и рассматривать сумму и произведение контактов $a$ и $b$, т.е. $a + b$ и $a \bullet b$ как частный случай суммы и произведения релейных схем.

## 4 Определения логической суммы и логического произведения для релейных схем

Дадим теперь более строгие определения введенных понятий. Суммой двух релейных схем $S_1 + S_2$ условимся называть релейную схему $S$, полученную при параллельном соединении двух данных схем $S_1$ и $S_2$ (рис. 14).

$$S = S_1 + S_2 \qquad (1)$$

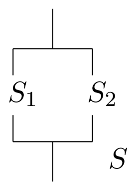
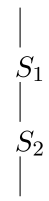



Рис. 14

Произведением релейных схем $S_1$ и $S_2$ назовем схему $S$ полученную в результате последовательного соединения двух данных схем (рис. 15).

$S = S_1 S_2$



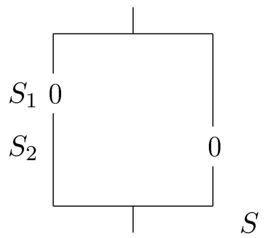

(2)

Рис. 15

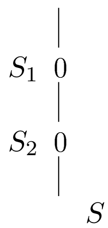
Условимся, далее, обозначать множество сигналов: $s_1, s_2, s_3, \dots$ (представляющих собой сочетания одновременного действия агентов: $a_1, a_2, a_3, \dots$), при поступлении которых срабатывает данная релейная схема $S_i$, той же буквой $S_i$, а множество всех сочетаний из $a_1, a_2, a_3, \dots$, на которые схема $S_i$ не реагирует, — буквой $S'_i$ (очевидно, что $S_i + S'_i = 1$).

Очевидно также, что множество сигналов $S_i$, равно $S_i = \sum_i s$, если сумму понимать как логическую сумму. Тогда структурные схемы суммы и произведения будут иметь вид (рис. 16):

$S = S_1 + S_2$




$S = S_1 S_2$




(3)

Рис. 16

где $S$, помещенное под изображениями схем справа, является их обозначением, а $S_1$ и $S_2$ слева от схем обозначают множества $S_1$ и $S_2$ сигналов, при которых срабатывают схемы $S_1$ и $S_2$.

Обе структурные схемы $S$, как было принято нами, изображены в *нормальном* состоянии, 0 и 1 обозначают схемы — всегда разомкнутую и, соответственно, всегда замкнутую в нормальном состоянии.

При изображении схем в рабочем состоянии мы помещаем над схемой формулу «сигнала», при котором данная схема изображена, и заменяем в схеме, изображенной в нормальном состоянии, 0 на 1 и обратно, 1 на 0 (в тех горизонтальных строках, которые соответствуют агентам, сочетание которых образовало сигнал). Очевидно, сумма схем $S_1$ и $S_2$ срабатывает или когда есть сигналы из множества $S_1$ или когда есть сигналы из множества $S_2$, т. е. сумма всех $S_1 + S_2$ срабатывает от суммы множеств $S_1 + S_2$ сигналов. Точно так же произведение схем $S_1 S_2$ срабатывает лишь при сигналах, которые общи для обеих схем, т. е. произведение схем $S_1 S_2$ срабатывает от произведения множеств $S_1 S_2$ сигналов. Это обстоятельство оправдывает то, что мы условились обозначать множество сигналов, от которых срабатывают схемы, посредством тех же букв, что и схемы, срабатывающие от этих множеств сигналов.

Конечно, при тонких исследованиях все же лучше применять различные обозначения для множеств сигналов и для схем, реагирующих на эти множества: например, оставив применяемые нами буквы для обозначения схем, употреблять для обозначения множеств сигналов эти же буквы, но готического шрифта. Но в нашем наброске теории это не требуется; наоборот, совпадение обозначений для действий над схемами и действиями над множествами сигналов только подчеркивает согласованность действий над схемами и действий над множествами сигналов.

## 5 Определение нуля и единицы

Условимся называть нулем разрыв схемы, который не замыкается никаким реле ни в нормальном, ни в рабочем состоянии схемы, а единицей — короткое замыкание, т.е закорачивание схемы (или ее части), независимо от того, в каком состоянии находится схема — нормальном или рабочем.

Очевидно:

$$\begin{aligned} &0 + S = S \qquad && 0 \bullet S = 0 \\ &1 + S = 1 \qquad && 1 \bullet S = S, \end{aligned} \tag{6}$$

где $S$ — любая релейная схема (см. рис. 17).

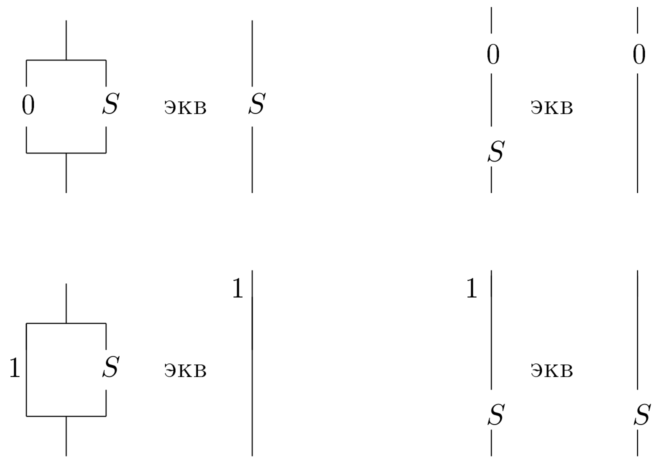



Рис. 17

Равенства (6) можно принять, ввиду их очевидности, в качестве определений, считая, что 0 — такая схема, параллельное присоединение которой к любой схеме $S$ не изменяет ее работу, а последовательное — превращает любую схему $S$ в абсолютно не работающую, т. е. не работающую ни при каких сигналах; 1 — такая схема, которая при последовательном присоединении ее к любой схеме $S$ не меняет ее работу, а при параллельном присоединении превращает ее во *всегда работающую* (т. е. такую, через которую ток проходит *всегда*, независимо от наличия каких-либо сигналов). Отсюда мы и приходим к первоначальному определению нуля и единицы: 0 есть схема, *никогда* не находящаяся под током, т. е. *разомкнутая всегда*, при любом сигнале, а 1 — это схема, находящаяся *всегда под током*, т. е. какова бы ни была схема, она находится в состоянии короткого замыкания. Таким образом, схемы 0 и 1 соответствуют логическому нулю и логической единице. От схемы-нуль и схемы-единицы следует отличать те 0 и 1, которые мы до сих пор употребляли в структурных формулах схем, так как хотя и там нуль обозначал разомкнутый контакт (или схему), а единица — замкнутый контакт (или схему), относилось это к *данному моменту времени*. Различие заключается в том, что схема-0 и схема-1 символизируют размыкание и замыкание, *длящееся сколько угодно долго* (т.е. все время пока существует схема); в структурных же схемах 0 и 1 символизируют лишь *временное* размыкание контакта (схемы), длящееся лишь то время, в течение которого схема пребывает в данном состоянии (нормальном или рабочем).

Изменение состояния схемы изображается на структурной схеме заменой 0 на 1 и 1 на 0 (в строках, соответствующих элементам сигнала). А состояния схемы-0 и схемы-1 ни от каких сигналов не зависят.

Возможность путаницы устраняется тем обстоятельством, что мы никогда не будем чертить схемы-0 и схемы-1, а будем употреблять лишь их аналитические выражения; и наоборот: 0 и 1 структурных схем будут у нас встречаться лишь в их изображениях и никогда не будут встречаться в соответствующих им алгебраических формулах.

## 6 Определение отрицания схемы

Введение понятий схемы-0 и схемы-1 позволяет определить отрицание схемы. Схема $S'$ называется отрицанием схемы $S$, если она удовлетворяет следующим равенствам:

$$S + S' = 1 \qquad\qquad S \bullet S' = 0 \tag{7}$$

Это ситуация, соответствующая рис. 18:

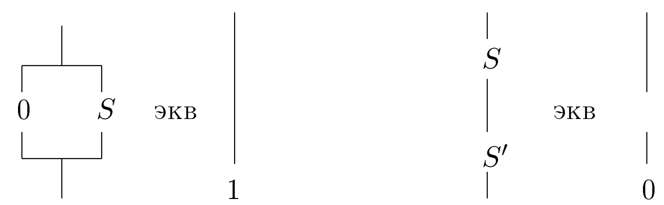



Рис. 18

Отрицание схемы $S$ — это такая схема $S'$, которая работает во всех тех случаях, когда $S$ находится в нормальном (спокойном) состоянии, и обратно — схема $S'$ находится в спокойном, нормальном состоянии во всех тех случаях, когда работает схема $S$. Так, если замыкающий контакт $a$ рассматривать как частный случай схемы $S$, то размыкающий контакт $a'$ будет являться отрицанием схемы $S = a$, т. е. $a' = S'$.

В самом деле:

$$aa' = 0 \qquad \text{и} \qquad a + a' = 1 \tag{7'}$$

На словах определение отрицания схемы $S$ (т.е. схемы не-$S$) можно выразить так: схемой не-$S$ называется такая схема $S'$, которая при последовательном соединении со схемой $S$ образует схему-0, т. е. образует *всегда разомкнутую схему*, а при ином, параллельном подсоединении схемы $S'$ к схеме $S$ образует схему-1, т. е. *всегда замкнутую схему.*

Для иллюстрации мы приведем структурные схемы для формул (7′) (см. рис. 19).

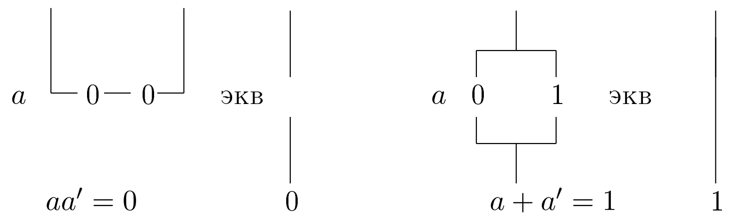



Рис. 19

Таким образом, 1) последовательное соединение замыкающего и размыкающего контактов реле $a$ эквивалентно постоянному разрыву схемы; 2) параллельное соединение замыкающего и размыкающего контактов одного и того же реле $a$ эквивалентно постоянному закорачиванию схемы.

Итак, мы показали, что сумма, произведение и отрицание схемы (и отдельного реле) производится по правилам логического суммирования, умножения и отрицания. Кроме того, мы установили, что действия над *сигналами* производятся также по правилам алгебры логики и притом в *полном соответствии* с действиями над схемами, реагирующими на эти сигналы.

Таким образом, найден тот математический аппарат, применяя который, мы, задав аналитически условия задачи (т.е. те сигналы, при которых должна срабатывать релейная схема), можем путем алгебраических преобразований получить *формулу схемы*, которую можно начертить и которая дает решение задачи. Довольно трудоемкий *процесс придумывания*, изобретения схемы мы *заменяем* значительно менее трудоемким и поддающимся механизации *процессом*, так сказать, *структурного расчета* схемы.

Я не утверждаю, что алгебра логики предоставляет *достаточный* математический аппарат для такого *структурного* (топологического) расчета релейных схем. Наоборот, в дальнейшем будут приведены примеры, показывающие недостаточность этого аппарата, свидетельствующие о том, что существуют релейные схемы (рассматриваемого нами типа), которые не могут быть выражены аналитической формулой в символах алгебры логики и которые, возможно, проще получить путем вычисления. Но, несмотря на это, применение алгебры логики для расчета релейных схем имеет смысл — по крайней мере до того, пока не будет разработан более адекватный математический аппарат, так как все решения задач, поставленных аналитически, хотя они не всегда приводят к самым простым схемам, являются *всегда правильными* решениями.

Перейдем теперь к применению установленных нами определений и изложим общий метод расчета схем. Прежде всего напомню, к какому классу релейных схем применим этот метод расчета. Он относится (по крайней мере, в разработанном до сих пор виде) лишь к *одноактным* релейным схемам *без последействия*, работающим от сочетаний одновременного действия нескольких агентов: $a, b, c, \dots$ Он может быть не приложим к *схемам с последействием*, каковой является, например, следующая схема (см. рис. 20),

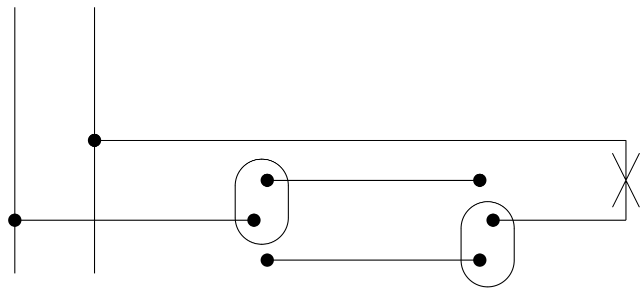


Рис. 20

и вообще ко всем тем схемам, которые содержат выключатели, переключатели и контакты, остающиеся в том положении, в которое они пришли в результате действия какого-либо агента. Предлагаемый метод применим для расчета лишь таких схем, которые возвращаются в начальное положение, как только прекращается действие «раздражителя».

Пусть на схему действуют $n$ различных агентов: $a, b, c, \ldots$ Так как мы разбираем схемы, реагирующие на сочетания одновременных воздействий нескольких из них, то число различных сигналов равно сумме всех сочетаний из $n$ элементов по 1, по 2, по 3, ...и, наконец, по $n$ элементов, т. е. $2^n - 1$. Так, при $n = 5$ имеется возможность передать $2^5 - 1 = 31$ различный сигнал. Условимся записывать сочетания агентов в виде произведения тех букв, которые входят в данное сочетание, и отрицания тех букв, которые в это сочетание не входят, причем для определенности будем записывать сочетание букв в алфавитном порядке *справа налево*. Например, если имеется пять различных агентов: $a, b, c, d, e$, то сочетание $a$ и $c$ мы запишем в виде $e'd'cb'a$.

Множество подобным образом записываемых сочетаний можно однозначно перенумеровать, считая номером сочетания то двоичное число, которое получается при замене в данном сочетании букв на единицы, а отрицаний букв на нули. Так, в нашем примере заменяя буквы $a$ и $c$ на 1, а $b', d'$ и $e'$ на 0, мы вместо сочетания $e'd'c\,b'a$ получим двоичное число 00101 равное 5, которое мы и можем счесть номером нашего сочетания. Таким образом, вместо того чтобы говорить, что нам дано сочетание $a$ и $c$, мы можем сказать, что нам дано пятое сочетание. Нулевое сочетание, очевидно, будет состоять из одних отрицаний: $e'd'c'b'a'$.

Номер сочетания, заключенный в круглые скобки, мы условимся читать как сочетание, имеющее данный номер. Так, в нашем примере $(5) = e'd'cb'a$; нулевое сочетание: $(0) = e'd'c'b'a'$. Вообще, задав номер $n$ сочетания, мы однозначно задаем и само сочетание. Так, если $n = 8$, то записав восьмерку в виде двоичного числа: 8=01000, мы тем самым находим, что заданное сочетание есть $(8) = e'dc'b'a'$, т. е. получаем сочетание, состоящее из одного $d$. Если же нам дано, что сочетания образуются не из пяти элементов, а из четырех, тогда то же сочетание запишется в виде: $(8) = dc'b'a'$. Мы будем называть $d$ первой *значащей* буквой. Как мы видим, номер сочетания не зависит от того, сколько отрицаний стоит до первой значащей буквы.

Нумерация сочетаний значительно упрощает запись задач, которые мы собираемся решать. Так, мы имеем теперь возможность не выписывать каждый раз состав того сочетания, о котором идет речь, — мы можем ограничиться указанием номера этого сочетания.

Номером сигнала мы будем называть номер сочетания, образующего этот сигнал, и условимся записывать этот номер в виде нижнего индекса при обозначении сигнала. Поэтому обозначение $s_n = (n)$ означает сигнал, являющийся $n$-ым сочетанием из заданных агентов: $a, b, c, \ldots$ Прибор в некоторой схеме, который должен реагировать на сочетание $(n)$, мы будем обозначать через $A_n$. Релейную схему, срабатывающую от сочетания $(n)$, мы будем обозначать через $S_n$.

Для того чтобы прибор $A_n$ реагировал на сигнал $s_n$, необходимо, очевидно, включить его *последовательно* с релейной схемой $S_n$, т. е. схема должна иметь вид (рис. 21):

$S_nA_n$

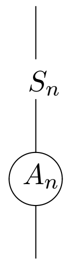



Рис. 21

Предположим, мы хотим получить схему телеграфа (пишущей машины), работающего при одновременных сочетаниях (аккорде) частот, пришедших, например, на пяти различных частотах. Задача состоит в том, чтобы получить релейную схему, которая при получении сигнала $s_n (n = 1, 2, 3, \ldots, 31)$ вызывала бы работу электромагнита $A_n$, отпечатывающего букву, переданную сочетанием $(n)$. Аналитически условия этой задачи мы можем, на основании принятых нами обозначений, выразить так: при $s_n = 1 (n = 1, 2, 3, \ldots, 31)$ должно быть $S_nA_n$, что можно прочитать так: когда есть сигнал $s_n$ должна срабатывать схема $S_nA_n$ и притом только она одна.

В сущности мы уже имеем решение этой задачи. В самом деле, поскольку реле мы условились обозначать теми же буквами, что и действующие на них агенты, то получается, что $S_n = (n)$ и, следовательно,

$$S_nA_n = (n)A_n \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots, 31).$$

Придавая $n$ все возможные в этом случае значения, получаем все схемы, реагирующие на каждый из сигналов $s_n$; при

$$
\begin{array}{ll}
n = 1 & S_1A_1 = (1)A_1 = e'd'c'b'aA_1 \\
n = 2 & S_2A_2 = (2)A_2 = e'd'c'ba'A_2 \\
n = 3 & S_3A_3 = (3)A_3 = e'd'c'ba\,A_3 \\
\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
n = 31 & S_{31}A_{31} = (31)A_{31} = edcbaA_{31}
\end{array}
$$

то есть (см. рис. 22):

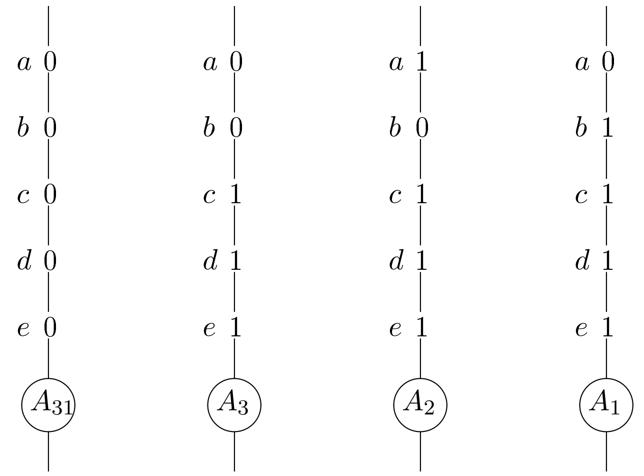



Рис. 22

Если теперь мы захотим объединить все эти схемы в одну схему, которая питается от одного источника тока, то мы, как легко видеть, должны попросту *сложить* все эти схемы, т. е. соединить их все параллельно. Полученная схема $S$ будет срабатывать (т. е. включаться) или от сигнала $s_1$, или от $s_2$, или $s_3, \ldots$, или от $s_{31}$, т. е. от логической суммы сигналов.

Итак, схема $S = \sum_{n=1}^{31} S_nA_n$ срабатывает от сигнала $s = \sum_{n=1}^{31} s_n$. Каждое же слагаемое суммы схем срабатывает от слагаемых суммы сигналов $S = \sum_{n=1}^{31} S_nA_n = \sum_{n=1}^{31}(n)A_n = (1)A_1 + (2)A_2 + (3)A_3 + \cdots + (31)A_{31} = e'd'c'b'aA_1 + e'd'c'ba'A_2 + e'd'c'baA_3 + {} + e'd'cb'a'A_4 + e'd'cb'aA_5 + e'd'cba'A_6 + e'd'cbaA_7 + e'dc'b'a'A_8 + {} + e'dc'b'aA_9 + e'dc'ba'A_{10} + e'dc'baA_{11} + e'dcb'a'A_{12} + e'dcb'aA_{13} + {} + e'dcba'A_{14} + e'dcbaA_{15} + ed'c'b'a'A_{16} + ed'c'b'aA_{17} + ed'c'ba'A_{18} +$

$+ed'c'baA_{19} + ed'cb'a'A_{20} + ed'cb'aA_{21} + ed'cba'A_{22} + ed'cbaA_{23} + {}$ $+edc'b'a'A_{24} + edc'b'aA_{25} + edc'ba'A_{26} + edc'baA_{27} + edcb'a'A_{28} + {}$ $+edcb'aA_{29} + edcba'A_{30} + edcbaA_{31}$.Полученная схема $S$ уже имеет не 31 различных источников питания, а всего лишь один, но она все же довольно сложна (имеет $5 \cdot 31 = 155$ контактов).

Схему $S$ можно упростить (уменьшить число контактов), и притом сделать это путем чисто аналитическим, применяя алгебру логики:

$S = e'\{d'c'b'A_1 + d'c'ba'A_2 + d'c'baA_3 + d'cb'a'A_4 + d'cb'aA_5 + d'cba'A_6 + d'cbaA_7 + dc'b'a'A_8 + dc'b'aA_9 + dc'ba'A_{10} + dc'baA_{11} + dcb'a'A_{12} + dcb'aA_{13} + dcba'A_{14} + dcbaA_{15}\} + e\{d'c'b'aA_{17} + d'c'ba'A_{18} + d'c'baA_{19} + d'cb'a'A_{20} + d'cb'aA_{21} + d'cba'A_{22} + d'cbaA_{23} + dc'b'a'A_{24} + dc'b'aA_{25} + dc'ba'A_{26} + dc'baA_{27} + dcb'a'A_{28} + dcb'aA_{29} + dcba'A_{30} + dcbaA_{31}\}$.

Окончательно получаем:

$S = e'\{d'\{c'[b'aA_1 + b(a'A_2 + aA_3)] + c[b'(a'A_4 + aA_5) + b(a'A_6 + aA_7)]\} + d\{c'[b'(a'A_8 + aA_9) + b(a'A_{10} + aA_{11})] + c[b'(a'A_{12} + aA_{13}) + b(a'A_{14} + aA_{15})]\}\} + e\{d'\{c'[b'(a'A_{16} + aA_{17}) + b(a'A_{18} + aA_{19})] + c[b'(a'A_{20} + aA_{21}) + b(a'A_{22} + aA_{23})]\} + d\{c'[b'(a'A_{24} + aA_{25}) + b(a'A_{26} + aA_{27})] + c[b'(a'A_{28} + aA_{29}) + b(a'A_{30} + aA_{31})]\}\}$.
Эта схема эквивалентна первоначальной, но содержит всего лишь 61 контакт (число контактов в схеме равно числу букв в ее алгебраической формуле).

Пользуясь этой формулой, мы можем начертить схему (рис. 23):

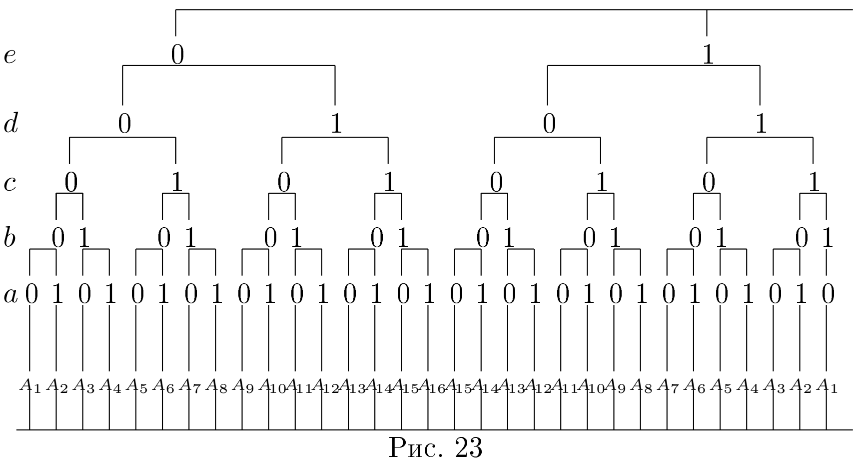



Рис. 23

Схема эта является схемой, однозначно реагирующей на все возможные сочетания различных элементов (в данном случае их пять).

Еще несколько примеров подобного расчета схем: Пусть мы хотим «придумать» схему, которая срабатывала бы, лишь когда есть $a$, или когда есть $b$, но не тогда, когда они *совмещаются*, т. е. действуют вместе. Аналитически эти условия можно записать так:

$$(a+b=1)(ab=0)=(ab+ab'+a'b=1)(ab=0)=(ab'+a'b=1).$$

Логическая единица нашей схемы — это $S=ab'+a'b$ (логической единицей является в сущности формула того «сигнала», при котором срабатывает данная схема). Таким образом, формула нашей схемы и есть $S=ab'+a'b$, и ее структурная схема имеет вид (рис. 24):

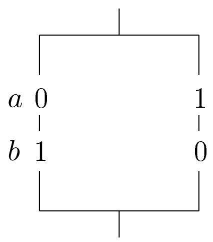



Рис. 24

Эту схему мы будем называть *альтернативной*, так как она реагирует только или на $a$, или на $b$, но не на $ab$ ($b$ становится здесь отрицанием $a$).

Если обозначать сочетания элементов, как мы уже условились, двоичными числами, то формулу, соответствующую нашей схеме, можно записать в виде:

$$S_{(1)+(2)}=01+10=(1)+(2)=\sum_{n=1}^{2}(n),$$

что читается так: схема $S_{(1)+(2)}$ реагирует или на 1-ое сочетание, либо на 2-ое сочетание, но не на какие-либо другие; она является поэтому суммой схем $S_1$ и $S_2$. И в буквенной формуле мы можем пользоваться теми же индексами, т. е. записать эту формулу в виде $S = ab' + a'b$.

Для упрощения записи мы в дальнейшем схему, реагирующую на сумму (в логическом смысле) сочетаний элементов, будем обозначать следующим образом: $S_{l,m,n}$ — это сумма, реагирующая на сигнал $s = (l) + (m) + (n)$. Очевидно, что

$$S_{m,n} = S_m + S_n,$$

т. е. схема, реагирующая на логическую сумму сочетаний $(m) + (n)$, равна логической сумме схем $S_m$ и $S_n$, реагирующих на слагаемые сочетания $(m)$ и $(n)$.

Этим свойством мы уже воспользовались, когда выводили формулу схемы пишущей машины.

## 7 Общий метод составления схем

Его можно описать так. Определяем, от скольких различных агентов должна работать схема. Затем из этих агентов составляем все возможные сочетания и приравниваем к единице те из них, от которых должна срабатывать данная схема, и нулю – – те, при которых схема не должна срабатывать. Сложив все сочетания, равные 1, получаем схему, срабатывающую лишь от этих сочетаний; путем алгебраических преобразований ее можно привести к простейшему виду.

ПРИМЕР 1. Предположим, что схема $S$ должна срабатывать от совмещений агентов $ab$ или $ac$ или $bc$, т. е. должно быть, чтобы $ab + ac + bc = 1$; потребуем, чтобы каждое из слагаемых регистрировалось отдельно: прибор, реагирующий на $ab$, не должен реагировать ни на какие другие сочетания; прибор, реагирующий на $ac$, должен реагировать только на это сочетание; и точно так же прибор, реагирующий на $bc$, должен реагировать исключительно на это сочетание.

Итак, имеется три различных элемента: $a, b, c$. Составляем из них все возможные сочетания и приравниваем единице те из них, которые должны вызывать работу схемы $S$:

$$
\begin{aligned}
(1) &= c'b'a = 0\\
(2) &= c'ba' = 0\\
(3) &= c'ba\ \ = 1\\
(4) &= cb'a' = 0\\
(5) &= cb'a\ \ = 1\\
(6) &= cba'\ \ = 1\\
(7) &= cba\ \ \ = 1.
\end{aligned}
$$

От каждого сочетания, равного единице, должен, согласно условиям задачи, срабатывать свой прибор. Помножая каждое сочетание на прибор, регистрирующий его, и складывая полученные логические произведения, получаем схему:

$$abc'A_3 + ab'cA_5 + a'bcA_6 + abc = S$$

или

$$S = a(bc'A_3 + b'cA_5) + a'bcA_6 + abc.$$

Можно тот же расчет произвести, не прибегая к буквенным выражениям:

$$S = (3)A_3 + (5)A_5 + (6)A_6 + (7) =$$
$$011A_3 + 101A_5 + 110A_6 + 111 = 011A_3 + 1101A_5 + 10A_6 + 111.$$

## Литература

[1] *Бирюков Б.В., Верстин И.С., Левин В.И.* Жизненный и научный путь Виктора Ивановича Шестакова — создателя логической теории релейно-контактных схем //Логические исследования. Вып. 14. М.: Наука, 2007.

[2] *Бирюков Б.В., Шахов В.И.* Первые приложения логики к технике: Эренфест, Герсеванов и Шестаков. От применения логики к расчету сооружений и релейным схемам к логической теории размерностей физических величин //Логические исследования. Вып. 14. М.: Наука, 2007.

[3] *Левин В.И.* История открытия логического моделирования технических устройств // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естествознание и технические науки. 2004. Том 9. Вып. 4.