

С.А.Павлов

КОМБИНИРОВАННЫЕ ЛОГИКИ В.А.СМИРНОВА И ЛОГИКА С ОПЕРАТОРАМИ ИСТИННОСТИ И ЛОЖНОСТИ*

Abstract. *There are two stages in V.A.Smirnov's constructing of combined calculi of propositions and events. In [5] a number of two-level combined calculi are constructed where external level of propositions corresponding to an abstract part of logic is varied as well as their internal level corresponding to ontological presuppositions. At the same time the event terms p differ from propositions θp and acts of assertion are not iterated.*

In his later work [6] V.A.Smirnov points out that an act of assertion itself is an event and the question of iteration arises. Referring to ideas laying in the grounds of von Wright's logic TL in [7] V.A.Smirnov proposes the generalized combined logic of propositions and events.

V.A.Smirnov compares the language of combined logic of propositions and events OCM with the language of von Wrights logic of truth TL and shows that for each T-sentence corresponding formula of OCM can be constructed and vice versa.

Since von Wright's logics of truth are similar to the logic with operators of truth and falsehood [3.4] (these are compared in [4]) it is interesting to compare the last one with combined logic of propositions and events.

V.A.Smirnov formulates a number of combined calculi and logic of truth TL in sequent form. It is formulating the logic with operators of truth and falsehood FLA also in sequent form.

Исходя из двоякой интерпретации пропозициональной логики – сентенциальной и событийной, В.А.Смирнов построил ряд комбинированных исчислений предложений и событий [5, 6]. Построенные логики являются двухуровневыми, включающими внешний уровень для предложений, соответствующий абстрактной части логики, и внутренний, соответствующий онтологическим предпосылкам.

Четкое различие двух уровней логики В.А.Смирнов находит у Н.А.Васильева, в работах которого металогика отделяется от эмпирической логики [1].

В.А.Смирнов исходит также из фрегевского различия утвердительного употребления предложений от неутвердительного.

* Работа выполнена при поддержке РФНФ, грант № 99-03-00120.

1. Два этапа построения двухуровневых комбинированных исчислений

В построении В.А.Смирновым комбинированных исчислений высказываний и событий можно выделить два этапа. На первом этапе в работе [5] построено несколько исчислений, в которых варьируется как внешний уровень для высказываний, так и внутренний уровень, принятым для каждого в отдельности как классической, так и неклассической логик. При этом различаются и не смешиваются событийные термы a и высказывания θa . Акты утверждения не итерируются.

В последующей работе [6], которая может рассматриваться как второй этап построения комбинированных исчислений, В.А.Смирнов отмечает, что акт утверждения сам является событием, и возникает вопрос о его итерации.

В.А.Смирнов предлагает различать два акта: акт предикации – синтез свойств (или отношений) с объектами и акт утверждения – акт соотнесения мыслимого содержания с реальностью.

Акты предикации записываются как выражения вида: $P(a), R(a_1, \dots, a_n)$, которые описывают некоторые положения дел, события и являются событийными термами.

Акты утверждения записываются как выражения вида: $\theta P(a), \theta R(a_1, \dots, a_n)$, которые являются предложениями или высказываниями. Событийные термы и высказывания не смешиваются.

Приведем язык одного из комбинированных исчислений предложений и событий, а именно **СМ**¹.

Алфавит

$p, q, p_1, q_1 \dots$	переменные, пробегающие по событиям
θ	указатель акта утверждения
$\cap, \cup, \supset, \sim$	внутренние логические знаки
$\&, \vee, \rightarrow, \neg$	внешние логические знаки

Правила образования

- 1) событийные переменные суть термы.
- 2) если a, b – термы, то $(a \cap b), (a \cup b), (a \supset b), \sim a$ суть термы.
- 3) если a есть терм, то θa есть формула.
- 4) если α, β есть формула, то $(\alpha \& \beta), (\alpha \vee \beta), (\alpha \rightarrow \beta), \neg \alpha$ суть формулы.

Отметим, что выражения $\theta p \rightarrow p, \theta p \cap \theta q$ не есть ни термы, ни формулы, они не являются правильно построенными выражениями. То есть не разрешается смешивать термы и высказывания.

¹ Здесь употребляются символы языка **СМ**, согласованные с символами последующего расширения этого языка.

Связка эквивалентности определяется стандартно:

$$(\alpha \equiv \beta) =_{df} (\alpha \rightarrow \beta) \& (\beta \rightarrow \alpha)$$

Схемы аксиом

В0. Схемы аксиом классического пропозиционального исчисления.

$$В1. \theta(a \cap b) \equiv \theta a \& \theta b$$

$$В2. \theta(a \cup b) \equiv \theta a \vee \theta b$$

$$В3. \theta \sim(a \cap b) \equiv \theta \sim a \vee \theta \sim b$$

$$В4. \theta \sim(a \cup b) \equiv \theta \sim a \& \theta \sim b$$

$$В5. \theta \sim \sim a \equiv \theta a$$

Правило вывода – modus ponens.

Система **СМ** является логикой де Моргана с внешней классической логикой [5].

В системе **СМ** и в других исчислениях [5] нет итерации акта утверждения. Однако акт утверждения, в свою очередь, может рассматриваться как событие, поэтому В.А.Смирнов предложил расширение **СМ**, в котором такое рассмотрение было бы возможным.

Вторым этапом построения комбинированной логики стало такое ее обобщение В.А.Смирновым, которое включает в рассмотрение итерацию акта утверждения. Акт утверждения рассматриваться им как событие.

Ссылаясь на идеи, положенные в основание логики истины TL [7] фон Вригта, В.А.Смирнов предлагает обобщенную комбинированную логику предложений и событий **ОСМ**.

Правила образования термов и формул языка **ОСМ** задаются следующим образом:

К алфавиту **СМ** добавляются символы квадратных скобок [], роль которых состоит в преобразовании формул, заключенных в них, в событийные термы.

К правилам образования **СМ** добавляем следующее правило:

5) если α есть формула, то $[\alpha]$ есть терм.

Далее к системе аксиом **СМ** добавляем аксиому

$$\theta[\alpha] \equiv \alpha.$$

Таким образом к ряду комбинированных логик из [5] добавляется еще одна².

Это обобщение комбинированной логики В.А.Смирнов провел в работе [6], опубликованной в сборнике, посвященном IV-му

² Поэтому авторам, проводящим сопоставление с комбинированными логиками, следует указывать, с какой из них проводится сопоставление или какая из них используется.

Советско-Финскому коллоквиуму по логике. В этой статье он сравнивает язык обобщенной комбинированной логики предложений и событий **ОСМ** с языком логики истины **ТЛ**, рассмотренной фон Вригтом в работе [7], опубликованной в номере “Synthese”, посвященном 3-му Советско-Финскому коллоквиуму по логике.

Приведем формулировку языка логики истины **ТЛ**³

- 1) Переменная или функционально-истинностная комбинация переменных, предворяемые символом T , есть атомарное T -предложение.
- 2) Если α переменная, то $T\alpha$ есть атомарное T -предложение.
- 3) Если α есть функционально-истинностная комбинация переменных, то $T\alpha$ есть атомарное T -предложение.
- 4) Если α есть функционально-истинностная комбинация атомарных T -предложений и (или) переменных, то $T\alpha$ есть атомарное T -предложение.
- 5) Функционально-истинностная комбинация атомарных T -предложений есть молекулярное T -предложение.
- 6) Атомарное или молекулярное T -предложение есть T -предложение.

Аксиомы

A0 Все тавтологии **РЛ** (классической пропозициональной логики), когда вместо переменных стоят T -предложения.

$$A1 \quad Tp \rightarrow \sim T\sim p$$

$$A2 \quad Tp \leftrightarrow T\sim\sim p$$

$$A3 \quad T(p \& q) \leftrightarrow T(p) \& T(q)$$

$$A4 \quad T\sim(p \& q) \leftrightarrow T(\sim p) \vee T(\sim q)$$

$$A5 \quad T\sim Tp \leftrightarrow \sim Tp$$

Правила вывода

R1. Подстановка **РЛ**- или **ТЛ**-формул вместо переменных в доказуемые формулы.

R2. Modus ponens

R3. Правило истины: если α – теорема, то $T\alpha$ – теорема.

Оператор истины T логики истины **ТЛ** интерпретируется В.А.Смирновым как акт утверждения θ .

В.А.Смирнов показывает, что по каждому T -предложению можно построить формулу языка **ОСМ**, и обратно. Например T -предложению $T(p \rightarrow T(p))$ соответствует формула $\theta([(p \supset [\theta p])])$, а формуле $Tp \rightarrow T\sim T\sim p$ соответствует формула $\theta p \rightarrow [\sim\theta\sim p]$.

Отметим, что остается вопрос о соответствии формул, не являющихся T -предложениями, формулам языка **ОСМ**.

³ В этой формулировке исправлен ряд опечаток, имеющих в работах [6] и [7].

Для логики де Моргана В.А.Смирнов вводит четырехзначную интерпретацию с истинностными значениями 1, 0, И (неопределенность), w (абсурд) [6].

Теоремой **СМ** и **ОСМ** является следующая тетралемма:

$$T1.1 \quad (\theta p \& \neg \theta \sim p) \vee (\theta \sim p \& \neg \theta p) \vee (\neg \theta p \& \neg \theta \sim p) \vee (\theta p \& \theta \sim p)$$

Аналогичная этой теореме тетралемма доказуема в логике истины **T'L** фон Вригта [2]. Отметим, что после логики истины **TL** фон Вригт построил серию логик истины в [2] и в ряде других работ.

Аналогичная T1.1 тетралемма имеет место и в исчислении предикатов истинности и ложности, опубликованном в сборнике тезисов 2-го Советско-Финского коллоквиума по логике [3].

В [3] имеется также аксиома $|p \equiv p$ (где $|$ есть символ оператора истинности), аналогичная аксиоме $\theta[\alpha] \equiv \alpha$ **ОСМ**.

В связи с тем, что логики истины фон Вригта имеют сходство с логикой с операторами истинности и ложности **FL4**, (сопоставление этих логик проведено в [4]), представляет интерес сравнить последнюю с комбинированными логиками предложений и событий.

Отметим, что выразительные возможности языка **FL4** шире, чем языка **ОСМ**.

2. Секвенциальная формулировка логики с операторами истинности и ложности

Ряд комбинированных исчислений и логику истины **TL** В.А.Смирнов формулирует также и в секвенциальной форме. Поэтому имеет смысл сформулировать и логику с операторами истинности и ложности **FL4** в секвенциальной форме.

Отметим, что логика с операторами истинности и ложности **FL4** может рассматриваться как двухуровневая. В ее формулировке используются метапеременные A, B для ппф (первый уровень) и P, P_1 для Т.Ф.-формул (второй уровень). Для Т.Ф.-формул имеет место классическая логика. Операторы истинности и ложности обозначим символами $|$ и \sim , исходную импликацию Imp ⁴.

К обычным правилам для классических связок добавляем следующие логические фигуры заключения:

$$\frac{\Gamma \rightarrow \Delta, P}{\Gamma \rightarrow \Delta, |P} \qquad \frac{P, \Gamma \rightarrow \Delta}{|P, \Gamma \rightarrow \Delta}$$

⁴ Исходная импликация исчисления **FL4** в [4] обозначается как \rightarrow .

$\frac{\Gamma \rightarrow \neg A, B}{\Gamma \rightarrow \Delta, (A \text{ Imp } B)}$	$\frac{\neg A, \Gamma \rightarrow \Delta \quad B, \Gamma \rightarrow \Delta}{ (A \text{ Imp } B), \Gamma \rightarrow \Delta}$
$\frac{\Gamma \rightarrow \Delta, A, \quad \Gamma \rightarrow \Delta, \neg B}{\Gamma \rightarrow \Delta, \neg(A \text{ Imp } B)}$	$\frac{ A, \neg B, \Gamma \rightarrow \Delta}{\neg(A \text{ Imp } B), \Gamma \rightarrow \Delta}$

Отметим, что среди подлогик логики с операторами истинности и ложности **FL4** имеются подструктурные логики. Таковой является трехзначная подлогика **FL3N**, которая, будучи функционально эквивалентной трехзначной логике Лукасевича, является логикой без сокращения.

В заключение отметим, что имеется значительное сходство и параллели в подходах и формулировках комбинированного исчисления **ОСМ** В.А.Смирнова с логикой с операторами истинности и ложности **FL4**, подобно тому, как это имеет место в отношении логик истины фон Вригта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Васильев Н.А.* Воображаемая логика (конспект лекции) // Васильев Н.А. Воображаемая логика. Избранные труды. М., 1989.
2. *Вригт Г.Х. фон.* Логика истины // Вригт Г.Х. Логико-философские исследования. М., 1986.
3. *Павлов С.А.* Исчисление предикатов истинности и ложности // Логический анализ естественных языков. 2-ой Советско-Финский коллоквиум по логике. М., 1979.
4. *Павлов С.А.* Логика ложности FL4 // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН. 1993. М., 1994.
5. *Смирнов В.А.* Утверждение и предикация. Комбинированные исчисления высказываний и событий // Нестандартные семантики неклассических логик. М., 1986.
6. *Смирнов В.А.* Комбинированные исчисления предложений и событий и логика истины фон Вригта // Исследования по неклассическим логикам. IV Советско-финский коллоквиум. М., 1989.
7. *Wright G.H. von.* Truth, negation and contradiction // Synthese. V. 66, N1. 1986.