Т.П.Костюк

ЛОГИКА *N* ИЗМЕРЕНИЙ Н.А.ВАСИЛЬЕВА: СОВРЕМЕННАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ[1]

Abstract. *The aim of the paper is to provide a formal reconstruction of Nikolai Vasiliev's idea of n-dimensional logic – logic with n quality types of categorical propositions. According to Vasiliev n-dimensional logic is the generalization of Aristotelian syllogistic (2-dimensional logic containing the two quality types of propositions – affirmative and negative) and of the Imaginary logic (3-dimensional logic containing the three quality types of propositions – affirmative, negative and contradictory). Natural semantics of n-dimensional logic and the adequate formal system are formulated.*

Одной из наиболее оригинальных идей Н.А.Васильева является мысль о связи между онтологией и создаваемой для описания мира логикой. Объекты нашего мира непротиворечивы, что позволяет формулировать высказывания лишь двух качеств: либо утвердительные, содержащие связку «есть», либо отрицательные – со связкой «не есть». Однако если мы вообразим существование мира, в котором предмет может заключать в себе противоречие, т.е. одновременно обладать и не обладать неким свойством, то в логике должны появиться высказывания иного качества (Васильев называет их индифферентными), отражающие этот новый тип связи между субъектом и предикатом посредством связки «есть и не есть». Каждое качество Васильев называет измерением, поэтому стандартная аристотелева логика оказывается двухмерной, а логика с тремя качественными различиями, так называемая воображаемая логика – трехмерной.

Однако, по мнению Васильева, число измерений не может быть ограничено тремя, и построив воображаемую логику, он ставит вопрос о ее обобщении: «Наша воображаемая логика знает утвердительные, отрицательные и индифферентные суждения. Но может возникнуть вопрос, не мыслима ли логика с большим числом качественных различий суждений, чем эти три вида. Это вполне мыслимо. Как Спиноза представлял себе бога с бесконечным числом атрибутов, из которых нам доступно только два: мышление и протяжение, так мы можем мыслить логические системы с каким угодно числом качественных различий суждения, из

[1] Работа выполнена при поддержке РГНФ (грант № 97-03-0452).

которых нам доступны только два: утвердительное и отрицательное» [1, с.76]. Так появляется идея *логики n измерений*. В каждой n-мерной логике действует закон исключенного n+1-го (для единичных высказываний). Частными случаями этого закона являются закон исключенного третьего в аристотелевой логике и закон исключенного четвертого в воображаемой логике.

Первую попытку формальной реконструкции логики n измерений Васильева осуществил В.А.Смирнов [3, с. 258], который предложил аксиоматику для одномерной логики и продемонстрировал процедуру обобщения этой системы до двухмерной, трехмерной и в общем случае n-мерной логики. Однако для построенных исчислений не была сформулирована адекватная семантика. Кроме того, в них не рассматриваются единичные высказывания, с которых, согласно Васильеву, «начинается воображаемая логика так же, как и наша» [1, с.70].

В [2] мною совместно с В.И.Маркиным была сформулирована в семантической и аксиоматической формах система **ВЛ** силлогистического типа, формализующая трехмерную, воображаемую логику Васильева. **ВЛ** может быть естественным образом обобщена до силлогистики $\mathbf{ВЛ_n}$ с произвольным числом n качественных различий высказываний.

В формализованном языке, который будет использоваться при реконструкции n-мерной логики, содержатся сингулярные ($v,w,\ldots$) и общие ($S,P,M,\ldots$) термины. Эта логика будет формулироваться на базе логики высказываний, поэтому в ее язык вводятся пропозициональные связки ($\neg$, $\vee$, &, $\supset$, $\equiv$) и скобки. Кроме этого нам понадобятся по n силлогистических констант для единичных ($\mathbf{J}_1$, $\mathbf{J}_2,\ldots,\mathbf{J}_n$), общих ($\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2,\ldots,\mathbf{A}_n$) и неопределенно-частных ($\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2,\ldots,\mathbf{I}_n$) высказываний различного качества.

Атомарная формула вида $\mathbf{J}_i vP$ содержательно означает, что объект v находится в i-том качественном отношении к P, $\mathbf{A}_i SP$ – что всякий объект из S находится в i-том качественном отношении к P, $\mathbf{I}_i SP$ – что некоторый объект из S находится в i-том качественном отношении к P. Можно положить, что случаю i=1 соответствует утвердительныя связка «есть», случаю i=2 – отрицательная связка «не есть», а случаю i=3 – индифферентная связка «есть и не есть».

Помимо перечисленных типов высказываний Васильев в воображаемой логике использует определенно-частные суждения, например, «Некоторые S есть P, а все остальные S не есть P». Для них в языке содержатся особые силлогистические константы вида $\mathbf{T}_\mathbf{K}$, где $\mathbf{K} \subseteq \{1,2,\ldots,n\}$. Если $K=\{k_1,k_2,\ldots k_m\}$, то $\mathbf{T}_\mathbf{K} SP$ содержательно означает: «Некоторые S находятся в k_1-ом качественном отношении к P, некоторые – в k_2-ом качественном отношении к P,…. а все остальные – в k_m-ом качественном отношении к P». Эти константы могут быть введены посредством определений, раскрывающих их смысл:

$$\mathbf{T}_K SP \Leftrightarrow \&_{i\in K}\mathbf{I}_i SP \,\&\, \&_{j\notin K} \neg\mathbf{I}_j SP.$$

Например, суждение типа «Некоторые S есть P, а все остальные S не есть P» может быть выражено посредством атомарной формулы $\mathbf{T}_{\{1,2\}}SP$, которая равносильна сложной формуле $\mathbf{I}_1 SP$ & $\mathbf{I}_2 SP$ & $\neg\mathbf{I}_3 SP$ & ... & $\neg\mathbf{I}_n SP$.

Сложные формулы языка образуются из атомарных с помощью пропозициональных связок.

Семантическое построение системы $\mathbf{ВЛ_n}$ основывается на идее сопоставления каждому общему термину n объемных характеристик (например, в случае трехмерной, воображаемой логики эти характеристики можно интерпретировать как объем термина, его антиобъем и противоречивую область).

В основе нашей семантической реконструкции логики n измерений лежит идея приписывания каждому общему термину P n различных экстенсиональных характеристик (обозначим их $\psi_1(P)$, $\psi_2(P)$, $\ldots\psi_n(P)$), первую из которых естественно понимать как объем P, вторую – как его антиобъем, третью – как область, противоречивую относительно P.

Моделью для $\mathbf{ВЛ_n}$ является кортеж $<\mathbf{D}, \varphi, \psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_n>$, где $\varphi(v)\in\mathbf{D}$, $\psi_i(P)\subseteq\mathbf{D}$; $\psi_1(P)\neq\varnothing$; $\psi_i(P)\cap\psi_j(P)=\varnothing$, где $1\leq$ i,j $\leq$ n и $i\neq j$; $\psi_1(P)\cup\psi_2(P)\cup\ldots\cup\psi_n(P) = \mathbf{D}$.

Условия истинности атомарных формул в модели $<\mathbf{D}, \varphi, \psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_n>$ следующие:

$|\mathbf{J}_i SP| = \mathbf{1}$ е.т.е. $\varphi(v)\in\psi_i(P)$;

$|\mathbf{A}_i SP| = \mathbf{1}$ е.т.е. $\psi_1(S)\subseteq\psi_i(P)$;

$|\mathbf{I}_i SP| = \mathbf{1}$ е.т.е. $\psi_1(S)\cap\psi_i(P)\neq\varnothing$.

Условия истинности сложных формул – обычные.

Формула A $\mathbf{ВЛ_n}$-общезначима, если и только если $|A| = \mathbf{1}$ во всякой модели.

Класс $\mathbf{ВЛ_n}$-общезначимых формул аксиоматизируется исчислением $\mathbf{ВЛ_n}$, где в качестве исходных силлогистических констант рассматриваются $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2,\ldots, \mathbf{J}_n, \mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \ldots, \mathbf{I}_n$, а общие высказывания определяются так:

$\mathbf{A}_i SP \Leftrightarrow \&_{j\neq i}\neg\mathbf{I}_j SP.$

Постулатами исчисления $\mathbf{ВЛ_n}$ являются следующие схемы аксиом и правила вывода:

A0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний;

A1. $\neg(\mathrm{J}_i vP \& \mathrm{J}_j vP)$, где $i \neq j$;

A2. $\mathrm{J}_1 vP \vee \mathrm{J}_2 vP \vee \ldots \vee \mathrm{J}_n vP$;

A3. $(\mathrm{J}_i vP \& \mathrm{J}_1 vS) \supset \mathrm{I}_i SP$;

A4. $\mathrm{I}_1 SS$;

R1. *modus ponens*;

R2. $$\frac{(\mathrm{J}_1 vS \,\&\, \mathrm{J}_i vP) \supset \boldsymbol{A}}{\mathrm{I}_i SP \supset \boldsymbol{A}}$$ (где $\boldsymbol{A}$ не содержит v).

Семантическая непротиворечивость исчисления **ВЛ**$_n$ доказывается стандартным образом. Полноту исчисления **ВЛ**$_n$ относительно предложенной семантики будем доказывать методом Хенкина.

Введем понятия **ВЛ**$_n$-непротиворечивого, **ВЛ**$_n$-максимального и **ВЛ**$_n$-насыщенного множества.

Назовем множество силлогистических формул **Г** **ВЛ**$_n$-*непротиворечивым*, е.т.е. для любых $\boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{A}_2$,..., $\boldsymbol{A}_m$ из **Г** формула $\neg(\boldsymbol{A}_1 \& \boldsymbol{A}_2 \& \ldots \& \boldsymbol{A}_m)$ недоказуема в **ВЛ**$_n$.

Назовем **ВЛ**$_n$-непротиворечивое множество формул **Δ** **ВЛ**$_n$-*максимальным*, е.т.е. оно удовлетворяет следующим условиям:

а) все теоремы **ВЛ**$_n$ содержатся в **Δ**;

б) $(\boldsymbol{A} \supset \boldsymbol{B} \in \Delta$ и $\boldsymbol{A} \in \Delta) \Rightarrow \boldsymbol{B} \in \Delta$;

в) $\neg\boldsymbol{A} \in \Delta$ е.т.е. $\boldsymbol{A} \notin \Delta$;

г) $\boldsymbol{A} \& \boldsymbol{B} \in \Delta$ е.т.е. $\boldsymbol{A} \in \Delta$ и $\boldsymbol{B} \in \Delta$;

д) $\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B} \in \Delta$ е.т.е. $\boldsymbol{A} \in \Delta$ или $\boldsymbol{B} \in \Delta$;

е) $\boldsymbol{A} \supset \boldsymbol{B} \in \Delta$ е.т.е. $\boldsymbol{A} \in \Delta \Rightarrow \boldsymbol{B} \in \Delta$;

ж) $\boldsymbol{A} \equiv \boldsymbol{B} \in \Delta$ е.т.е $(\boldsymbol{A} \in \Delta \Rightarrow \boldsymbol{B} \in \Delta)$ и $(\boldsymbol{B} \in \Delta \Rightarrow \boldsymbol{A} \in \Delta)$.

Множество формул **Δ** называется насыщенным е.т.е. оно непротиворечиво, максимально и удовлетворяет следующему условию насыщенности:

если $\mathrm{I}_i SP \in \Delta$, то существует v такой, что $\mathrm{J}_1 vS \in \Delta$ и $\mathrm{J}_i vP \in \Delta$.

Лемма 1 (о расширении непротиворечивого множества до насыщенного). Пусть **Г** – произвольное непротиворечивое множество формул, **Т** – множество всех сингулярных терминов языка, и **Т**$_Г$ – множество сингулярных терминов, содержащихся в формулах из **Г**. Если **Т** \ **Т**$_Г$ бесконечно, то **Г** можно расширить до насыщенного множества **Δ**.

Опишем процедуру насыщения Γ до Δ. Пусть C_1, C_2,… C_n – пересчет всех формул языка. Строим последовательность множеств Δ_1, Δ_2, Δ_3,… следующим образом:
$\Delta_1=\Gamma$;
$\Delta_{n+1}=\Delta_n$, если $\Delta_n\cup\{C_n\}$ **ВЛ**$_n$-противоречиво;
если $\Delta_n\cup\{C_n\}$ **ВЛ**$_n$-непротиворечиво, то имеем 2 возможности:
1) если C_n имеет вид $\mathbf{I}_i SP$, тогда $\Delta_{n+1} = \Delta_n\cup\{\mathbf{I}_i SP, \mathbf{J}_1 vS\&\mathbf{J}_i vP\}$, где v не входит в Δ_n;
2) если C_n имеет другой вид, то $\Delta_{n+1} = \Delta_n\cup\{C_n\}$.
Искомое Δ есть результат объединения всех Δ_i.

Докажем, что Δ насыщенно.

Для демонстрации непротиворечивости множества Δ достаточно показать непротиворечивость каждого Δ_i. Доказательство ведем индукцией по номеру i.
1. Δ_1 **ВЛ**$_n$-непротиворечиво по построению (в силу **ВЛ**-непротиворечивости Γ).
2. Допустим, что Δ_n **ВЛ**$_n$-непротиворечиво, тогда, если $\Delta_n\cup\{C_n\}$ **ВЛ**$_n$-противоречиво, то Δ_{n+1} **ВЛ**$_n$-непротиворечиво по построению и индуктивному допущению (т.к. оно совпадает с Δ_n).
3. Рассмотрим, далее, ситуацию, когда $\Delta_n\cup\{C_n\}$ **ВЛ**$_n$-непротиворечиво. В случае (1), когда C_n имеет вид $\mathbf{I}_i SP$, рассуждаем от противного:
Пусть $\Delta_{n+1} = \Delta_n\cup\{\mathbf{I}_i SP, \mathbf{J}_1 vS\&\mathbf{J}_i vP\}$ **ВЛ**$_n$-противоречиво. Тогда в Δ_n имеются формулы A_1, A_2, …, A_m такие, что

ВЛ$_n$ $\vdash \neg(A_1\&A_2\&\ldots\&A_m\&\ \mathbf{I}_i SP\&\mathbf{J}_1 vS\&\mathbf{J}_i vP)$. Отсюда:

ВЛ$_n$ $\vdash (\mathbf{J}_1 vS\&\mathbf{J}_i vP) \supset \neg(A_1\&A_2\&\ldots\&A_m\&\ \mathbf{I}_i SP)$,

ВЛ$_n$ $\vdash \mathbf{I}_i SP \supset \neg(A_1\&A_2\&\ldots\&A_m\&\ \mathbf{I}_i SP)$ R2, v не входит в консеквент

ВЛ$_n$ $\vdash \neg(A_1\&A_2\&\ldots\&A_m\&\ \mathbf{I}_i SP)$,

т.е.множество $\Delta_n\cup\{C_n\}$ оказывается **ВЛ**$_n$-противоречивым, что противоречит условию.

ВЛ$_n$-непротиворечивость множества Δ_{n+1} во втором случае доказывается легко.

Выполнение условий максимальности *а)–ж)* доказывается обычным образом. Условие насыщенности выполняется по построению (случай (1)). *Лемма 1* доказана.

Далее задаем каноническую модель: с каждым **ВЛ**$_n$-насыщенным множеством Δ ассоциируется каноническая модель $<\mathbf{D}_\Delta,\varphi_\Delta,\psi_{1\Delta},\psi_{2\Delta},\ldots,\psi_{n\Delta}>$, в которой $\mathbf{D}_\Delta$ – множество всех сингулярных терминов языка; $\varphi_\Delta(v) = v$ и $\psi_{i\Delta}(P)=\{w: \mathbf{J}_i wP\in\Delta\}$, где $1 \leq i \leq n$;

Каноническая модель $<\mathbf{D}_\Delta,\varphi_\Delta,\psi_{1\Delta},\psi_{2\Delta},\ldots,\psi_{n\Delta}>$ удовлетворяет всем требованиям к моделям в нашей семантике:

(i) $\mathbf{D}_\Delta \neq \varnothing$ (т.к. множество сингулярных терминов языка не пусто);

(ii) $\varphi_\Delta(v)\in\mathbf{D}_\Delta$ (φ_Δ сопоставляет v сингулярный термин – его самого);

(iii) $\psi_{i\Delta}(P)\subseteq\mathbf{D}_\Delta$ ($\psi_{i\Delta}$ сопоставляет P некоторое множество терминов);

(iv) $\psi_{1\Delta}(P) \neq \varnothing$:

1.	$\mathbf{I}_1 PP\in\Delta$	**A4**
2.	$\exists v(\mathbf{J}_1 vP\in\Delta$ и $\mathbf{J}_1 vP\in\Delta)$	1, усл. насыщенности
3.	$\psi_{1\Delta}(P)=\{w: \mathbf{J}_1 wP\in\Delta\}$	определение $\psi_{1\Delta}$
4.	$\mathbf{J}_1 vP\in\Delta$	2
5.	$v\in\psi_{1\Delta}(P)$	3,4
6.	$\psi_{1\Delta}(P) \neq \varnothing$	5

(v) $\psi_{i\Delta}(P)\cap\psi_{j\Delta}(P) = \varnothing$, где $i \neq j$, $1\leq i \leq n$, $1\leq j \leq n$.

1.	$\psi_{i\Delta}(P)\cap\psi_{j\Delta}(P) \neq \varnothing$	допущение
2.	$\exists v(\mathbf{J}_i vP\in\Delta$ и $\mathbf{J}_j vP\in\Delta)$	1, опред. $\psi_{i\Delta}$
3.	$\mathbf{J}_i vP\in\Delta$ и $\mathbf{J}_j vP\in\Delta$	2, $\exists$и
4.	$\mathbf{J}_i vP\&\mathbf{J}_j vP\in\Delta$	3, усл. максимальности *г)*
5.	$\neg(\mathbf{J}_i vP\&\mathbf{J}_j vP)\in\Delta$	**A1**, усл. максимальности *а)*
6.	$\mathbf{J}_i vP\&\mathbf{J}_j vP\notin\Delta$	5, усл. максимальности *б)*
7.	$\psi_{i\Delta}(P)\cap\psi_{j\Delta}(P) = \varnothing$	4, 6

(vi) $\psi_{1\Delta}(P)\cup\psi_{2\Delta}(P)\cup\ldots\cup\psi_{n\Delta}(P) = \mathbf{D}_\Delta$.

1.	$\psi_{1\Delta}(P)\cup\psi_{2\Delta}(P)\cup\ldots\cup\psi_{n\Delta}(P) \neq \mathbf{D}_\Delta$	допущение
2.	$\exists v\in\mathbf{D}_\Delta(\mathbf{J}_1 vP\notin\Delta$ и $\mathbf{J}_2 vP\notin\Delta$ и…и $\mathbf{J}_n vP\notin\Delta)$	1, опред. $\psi_{i\Delta}$
3.	$\mathbf{J}_1 vP\notin\Delta$ и $\mathbf{J}_2 vP\notin\Delta$ и…и $\mathbf{J}_n vP\notin\Delta$	2, $\exists$и
4.	$(\mathbf{J}_1 vP\vee\mathbf{J}_2 vP\vee\ldots\vee\mathbf{J}_n vP)\notin\Delta$	3, усл. максимальности *д)*
5.	$(\mathbf{J}_1 vP\vee\mathbf{J}_2 vP\vee\ldots\vee\mathbf{J}_n vP)\in\Delta$	**A2**, усл. максимальности *а)*
6.	$\psi_{1\Delta}(P)\cup\psi_{2\Delta}(P)\cup\ldots\cup\psi_{n\Delta}(P) = \mathbf{D}_\Delta$	4,5

Лемма 2. Для произвольного $\mathbf{ВЛ_n}$-насыщенного множества Δ и произвольной формулы $\boldsymbol{A}$ верно, что $|\boldsymbol{A}| = \mathbf{1}$ в $<\mathbf{D}_\Delta,\varphi_\Delta,\psi_{1\Delta},\psi_{2\Delta},\ldots,\psi_{n\Delta}>$, е.т.е $\boldsymbol{A}\in\Delta$.

Доказательство ведется индукцией по числу пропозициональных связок в формуле $\boldsymbol{A}$. Базис включает 2 случая:

I. $\boldsymbol{A}$ имеет вид $\mathbf{J}_i vS$.

$|\mathbf{J}_i vS| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\varphi_\Delta(v)\in\psi_{i\Delta}(S)$, е.т.е. $\varphi_\Delta(v)\in\{w:\mathbf{J}_i wS\in\Delta\}$, е.т.е. $v\in\{w:\mathbf{J}_i wS\in\Delta\}$, е.т.е. $\mathbf{J}_i vS\in\Delta$.

II. $\boldsymbol{A}$ имеет вид $\mathbf{I}_i SP$.

$|\mathbf{I}_i SP| = \mathbf{1} \Rightarrow \mathbf{I}_i SP \in \Delta$:

1. $|\mathbf{I}_i SP| = \mathbf{1}$ — допущение
2. $\psi_{1\Delta}(S) \cap \psi_{i\Delta}(P) \neq \varnothing$ — 1, усл. истинности (ii)
3. $\exists v(\mathbf{J}_1 vS \in \Delta$ и $\mathbf{J}_i vP \in \Delta)$ — 2, определение $\psi_{i\Delta}$
4. $\mathbf{J}_1 vS \in \Delta$ и $\mathbf{J}_i vP \in \Delta$ — 3, $\exists$и
5. $\mathbf{J}_i vP \& \mathbf{J}_1 vS \in \Delta$ — 4, усл. максимальности *в)*
6. $((\mathbf{J}_i vP \& \mathbf{J}_1 vS) \supset \mathbf{I}_i SP) \in \Delta$ — **А5**, усл. максимальности *а)*
7. $\mathbf{I}_i SP \in \Delta$ — 6,5, усл. максимальности *г)*

В обратную сторону:

1. $\mathbf{I}_i SP \in \Delta$ — допущение
2. $\exists v(\mathbf{J}_1 vS \in \Delta$ и $\mathbf{J}_i vP \in \Delta)$ — 1, усл. насыщенности
3. $\mathbf{J}_1 vS \in \Delta$ и $\mathbf{J}_i vP \in \Delta$ — 2, $\exists$и
4. $\psi_{i\Delta}(P) = \{w: \mathbf{J}_i wP \in \Delta\}$ — определение $\psi_{i\Delta}$
5. $\psi_{1\Delta}(S) \cap \psi_{i\Delta}(P) \neq \varnothing$ — 2,3
6. $|\mathbf{I}_i SP| = \mathbf{1}$ — 4, усл. истинности (iv)

Индукционный шаг обосновывается тривиально. *Лемма 2* доказана.

Теперь докажем *Теорему о семантической полноте*:

$$\forall A(\mathbf{ВЛ}_n \models A \Rightarrow \mathbf{ВЛ}_n \vdash A).$$

Допустим, что некоторая $\mathbf{ВЛ}_n$-общезначимая формула $\boldsymbol{A}$ недоказуема в $\mathbf{ВЛ}_n$. Тогда $\neg\neg\boldsymbol{A}$ не является теоремой этой системы, а это означает, что множество $\{\neg\boldsymbol{A}\}$ $\mathbf{ВЛ}_n$-непротиворечиво. Расширим его согласно *Лемме 1* до насыщенного множества Δ. Поскольку $\neg\boldsymbol{A} \in \Delta$, постольку (в силу *Леммы 2*) $|\neg\boldsymbol{A}| = \mathbf{1}$ в канонической модели $<\mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta, \psi_{1\Delta}, \psi_{2\Delta}, \ldots, \psi_{n\Delta}>$. Значит, в силу условия истинности формул (v), $|\boldsymbol{A}| = \mathbf{0}$ в этой модели. Но это противоречит допущению о $\mathbf{ВЛ}_n$-общезначимости формулы $\boldsymbol{A}$.

Среди законов n-мерной логики выделим следующие:

$\mathbf{A}_1 SS$ – закон тождества,

$\mathbf{A}_i SP \supset \mathbf{I}_i SP$ – законы подчинения,

$\mathbf{A}_1 SP \supset \mathbf{I}_1 PS$, $\mathbf{I}_1 SP \supset \mathbf{I}_1 PS$, $\mathbf{A}_i SP \supset \neg\mathbf{I}_1 PS$ (при $i \neq 1$) – законы обращения,

$(\mathbf{A}_i MP \& \mathbf{I}_1 SM) \supset \mathbf{I}_i SP$, $(\mathbf{A}_i MP \& \mathbf{A}_1 SM) \supset \mathbf{A}_i SP$ – модусы первой фигуры,

$\mathbf{A}_i PM \& \mathbf{A}_j SM \supset \neg\mathbf{I}_1 SP$, $\mathbf{A}_i PM \& \mathbf{I}_j SM \supset \neg\mathbf{A}_1 SP$ (при $i \neq j$) – модусы второй фигуры,

$(\mathbf{A}_i MP \& \mathbf{A}_1 MS) \supset \mathbf{I}_i SP$, $(\mathbf{I}_i MP \& \mathbf{A}_1 MS) \supset \mathbf{I}_i SP$, $(\mathbf{A}_i MP \& \mathbf{I}_1 MS) \supset \mathbf{I}_i SP$ – модусы третьей фигуры.

Как мы уже указывали, Васильев считает n-мерную логику обобщением воображаемой логики. Однако примечательным является тот факт, что в результате расширения языка любой n-мерной логики константами новых качеств некоторые законы логик с меньшим числом измерений не сохраняются. Например, закон исключенного четвертого трехмерной, воображаемой логики недоказуем в любой n-мерной логике, где n>3, закон исключенного пятого, имеющий место в четырехмерной логике, недоказуем в логике с n>4, и т.д. Таким образом, в каждой n-мерной логике действует свой закон исключенного n+1-го. В то же время законы о попарной несовместимости высказываний разного качества, а также перечисленные выше законы при переходе от n-мерной логики к n+1-мерной сохраняются. Следовательно, при «обобщении» воображаемой логики мы получаем не ее расширение, а преемственную по отношению к ней систему, строящуюся по тем же стандартам и в соответствии с теми же принципами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Васильев Н.А.* Воображаемая логика. Избранные труды. М.: Наука, 1989.
2. *Костюк Т.П., Маркин В.И.* Формальная реконструкция воображаемой логики Н.А.Васильева // Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке (V Общероссийская научная конференция). СПб, 1998.
3. *Смирнов В.А.* Логические идеи Н.А.Васильева и современная логика // [1].