

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. Классическая логика	11
1.1 Логические связки. Истинностные таблицы	11
1.2 Законы логики высказываний	13
1.3 Функциональная полнота. СДНФ	15
1.3.1. Полиномы Жегалкины	16
1.3.2. Штрих Шеффера	17
1.4 Логическое следование. Аксиоматизация. Адекватность ..	18
1.5 Историческая справка	22
1.6 Логика предикатов	23
1.6.1. Язык логики предикатов	23
1.6.2. Интерпретация и аксиоматизация	25
1.6.3. Основные свойства: полнота, теорема Линдстрёма, неразрешимость	28
2. Интуитивное понимание многозначной логики и её возникновение	32
2.1 Интуитивное понимание многозначной логики	32
2.2 Источники многозначности в логике	32
2.3 Доказательство независимости аксиом	33
2.4 Аристотелевский фаталистический аргумент	36
2.5 Предыстория появления многозначной логики	38
3. Трехзначные логики	40
3.1 Трехзначная логика Лукасевича \mathbf{L}_3	40
3.1.1. Отличия \mathbf{L}_3 от классической двузначной логики \mathbf{C}_2	42
3.1.2. Трехзначная модальная логика Лукасевича	45
3.2 Трехзначная логика Гейтинга \mathbf{G}_3	48
3.2.1. Трехзначная логика Брауэра \mathbf{G}_3^* (дуальная к \mathbf{G}_3)	49
3.2.2. Взаимоотношение \mathbf{G}_3 с \mathbf{L}_3	50
3.3 Трехзначная логика Бочвара \mathbf{B}_3	50
3.3.1. Два уровня \mathbf{B}_3 : внутренние и внешние логические связки	52
3.3.1.1. Трехзначные изоморфы \mathbf{C}_2	53
3.3.2. Аксиоматизация \mathbf{B}_3	55
3.3.3. Логика Холдена \mathbf{H}_3 и логика Эббингауза \mathbf{E}_3	57
3.4 Трехзначные (регулярные) логики Клини	58

3.4.1.	Сильная логика Клини \mathbf{K}_3	58
3.4.2.	Слабая логика Клини \mathbf{K}_3^w	61
3.4.3.	Регулярность и монотонность	62
3.4.4.	Промежуточная логика Клини $\mathbf{K}_3^{\rightarrow}$ (логика Lisp)	63
3.4.4.1.	Промежуточная логика Клини $\mathbf{K}_3^{\leftarrow}$ (логика Twin Lisp) ..	64
3.4.5.	Взаимоотношения между регулярными логиками Клини	65
3.4.6.	P -логики	67
3.5.	Трехзначные паранепротиворечивые логики	68
3.5.1.	Логика Приста LP	69
3.5.2.	Логика PCont	70
3.5.2.1.	Логика PCont как RM3	71
3.5.2.2.	Решетка паралогик	72
3.5.3.	Логика \mathbf{J}_3	73
3.5.4.	Логика \mathbf{P}^1 и \mathbf{P}^2	75
3.5.4.1.	Параполные логики \mathbf{I}^1 и \mathbf{I}^2 , дуальные к \mathbf{P}^1 и \mathbf{P}^2	77
3.6.	Штрих Шеффера для некоторых трехзначных логик	77
3.7.	Некоторые применения	79
3.8.	Общие вопросы	81
3.9.	Решетка импликативных расширений регулярных логик Клини	83
4.	Логические матрицы и решетки	87
4.1.	Понятие логической матрицы	87
4.2.	Основные свойства логических матриц	88
4.3.	Операции над матрицами	93
4.3.1.	Прямое произведение матрицы \mathfrak{M}_2^c на саму себя	94
4.3.2.	Другие операции. Финитная аппроксимируемость	96
4.4.	Понятие решетки. Основные свойства	99
4.4.1.	Булевы алгебры	102
4.4.2.	Другие “логические” алгебры	103
4.5.	Алгебраическая семантика	106
4.5.1.	Алгебраизация \mathbf{L}_3	110
4.5.2.	Алгебраизация некоторых других трехзначных логик	112
5.	Конечнозначные логики	114
5.1.	Конечнозначные логики Лукасевича \mathbf{L}_n	114
5.1.1.	Матричная логика \mathbf{L}_n	114
5.1.2.	Отношения между конечнозначными логиками \mathbf{L}_n	115
5.1.3.	J_i -операторы	116
5.1.4.	Оператор Слупецкого для \mathbf{L}_n	116
5.1.5.	Критерий Мак-Нотона о выразимости операций в \mathbf{L}_n ...	117
5.1.6.	Аксиоматизация \mathbf{L}_n	117

5.1.7.	Кардинальная степень полноты L_n	120
5.1.8.	L_n и n -значные логики Гёделя G_n	121
5.1.9.	Алгебраизация L_n	123
5.2.	Логики Поста P_n	127
5.2.1.	Матричные логики P_n	127
5.2.1.1.	Трехзначная логика Поста P_3	128
5.2.2.	Алгебры Поста	129
5.2.3.	Аксиоматизация логик P_n	131
5.3.	Другие конечнозначные логики	132
5.4.	Четырехзначные логики	133
5.4.1.	Вводные замечания	134
5.4.2.	L -модальная логика Лукасевича	135
5.4.3.	Решетка расширений четырехзначной классической логики S_4	138
5.4.3.1.	Модальная логика $V2$	140
5.4.4.	Логика Белнапа $DM4$	141
5.4.4.1.	Логика $DM4$ с модальными операторами	145
5.4.4.2.	Логика $DM4$ с эндоморфизмами	146
5.4.4.3.	Логика $DM4$ с импликацией	148
5.4.4.4.	Бирешетки	150
5.4.4.4.1.	Логическая бирешетка: импликация и классическое отрицание	153
5.4.5.	Другие четырехзначные логики	156
5.4.6.	«Логика истинности» Tr и фаталистический аргумент Аристотеля	158
5.4.6.1.	Логика Tr	158
5.4.6.1.1.	Аксиоматизация логики Tr	159
5.4.6.2.	Логика Tr и аксиоматические теории истины	160
5.4.6.3.	Конвенция Тарского и логический фатализм.....	161
6.	Аксиоматизация конечнозначных логик	163
6.1.	Предыстория	163
6.2.	Другие методы аксиоматизации	164
6.3.	Метод Аншакова–Рычкова	164
6.3.1.	Предварительные замечания	166
6.3.2.	Аксиоматизация	168
6.3.2.1.	Синтаксис	168
6.3.2.2.	Семантика	172
6.3.3.	Обобщение и другие вопросы	174
6.4.	Некоторые размышления	175

7. Многозначная логика как функциональная система	178
7.1. Формульная модель n -значной логики	178
7.1.1. Понятие функции n -значной логики. Элементарные функции	178
7.1.2. Формулы как суперпозиция элементарных функций ...	180
7.2. Алгебра функций	182
7.2.1. Оператор замыкания, замкнутые классы и базисы	182
7.2.1.1. Классы Поста	185
7.3. Проблема функциональной полноты	185
7.3.1. Примеры функционально полных систем	186
7.3.2. Признаки функциональной полноты и неполноты	189
7.3.3. Критерий функциональной полноты. Предполнота	190
7.3.3.1. Предполные классы в P_2 и P_3	191
7.3.3.2. Предполные классы в P_n	193
7.3.3.2.1. «Максимальный» предполный класс и его базис	195
7.3.4. Функции Шеффера	197
7.3.4.1. Функция Шеффера для L_n	199
7.4. Принципиальные отличия многозначной логики от двузначной. Континуальность	200
7.5. Трехзначные логики: функциональные свойства	201
7.5.1. Классы функций и базисы для P_3	202
7.5.2. Субмаксимальные клоны	202
7.5.3. Функциональные свойства V_3	205
7.5.3.1. Гипотеза о критерии континуальности трехзначных логик	207
7.5.4. S -классификация	207
7.6. Логики Лукасевича L_n и простые числа	207
7.6.1. Функциональные свойства L_n (теорема В.К. Финна)	208
7.6.2. Матричная логика для простых чисел	211
7.6.3. Алгоритм порождения классов простых чисел	213
8. Бесконечнозначные логики	216
8.1. Бесконечнозначная логика Лукасевича L_∞	216
8.1.1. Алгебраизация L_∞	221
8.1.2. Изменение множества истинностных значений	226
8.2. Интуиционистская логика Int и класс суперинтуиционистских логик	227
8.2.1. Появление Int	227
8.2.2. Основные свойства Int	228
8.2.2.1. Философская интерпретация Int (семантика возможных миров)	230

8.2.3.	Суперинтуиционистские логики	232
8.2.3.1.	Логика Гёделя-Даммита G_{∞}	233
8.3.	Синтез логик L_{∞} и G_{∞}	234
8.3.1.	Симметрический моноид Гейтинга SHM и алгебра Вайсберга-Гейтинга WH	235
8.3.1.1.	Алгебры, эквивалентные с WH	237
8.3.2.	Логика без неподвижных точек LG_{∞}^*	239
8.4.	Модальные логики	241
8.4.1.	К.И. Льюис и К. Гёдель	241
8.4.2.	Некоторые модальные логики	242
8.4.2.1.	Табличность и предтабличность	244
8.4.3.	Шкалы Крипке и принцип соответствия	245
8.4.4.	Важное отступление	246
8.5.	Релевантные логики	248
8.5.1.	Критерий релевантности и логика R	248
8.5.2.	Некоторые необычные свойства	251
8.5.3.	Логика RM	252
8.5.3.1.	Логики $RM_{\rightarrow, \sim}$ и RM_{\rightarrow}	254
8.6.	Паранепротиворечивая логика C_{ω} и иерархия её расширений	255
8.6.1.	Логика C_{ω} и её свойства	256
8.6.2.	Иерархия паранепротиворечивых систем C_n	257
8.6.3.	Неистинностно-функциональная семантика для паранепротиворечивых логик	258
8.6.3.1.	Неалгебраизуемость C_1	259
8.7.	Другие бесконечнозначные логики	260
8.7.1.	Обобщение логики Поста P_n	261
8.7.2.	Предельные и непрерывные логики	261
8.7.2.1.	Неархимедова логическая многозначность	262
8.7.3.	Логики со свойствами других логик	263
8.7.3.1.	Многозначные модальные логики	264
8.7.4.	Дуальность интуиционистских и паранепротиворечивых логик	266
9.	Теория нечетких множеств и нечеткие логики	268
9.1.	Преамбула	268
9.2.	Нечеткие множества и соответствующая логика	270
9.3.	Вторая стадия фазификации	274
9.3.1.	Нечеткие подмножества типа 2	276
9.3.1.1.	Ограничения и упрощения	277
9.3.1.2.	Иерархия минимальных моделей для нечетких алгебр типа 2	280
9.3.2.	На пути к нечеткой логике	282

9.4.	Логики, основанные на t -нормах	285
9.4.1.	T -нормы	285
9.4.2.	Семантический подход	287
9.4.3.	Базисная нечеткая логика BL и ее расширения	289
9.4.3.1.	Базисная нечеткая логика предикатов $BL\forall$	290
9.4.4.	Моноидная логика, основанная на t -норме	291
9.4.5.	Расширения t -логик новыми связками и другие вопросы	293
10.	Истинностные значения: Интерпретация многозначных логик	294
10.1.	Фиксация проблемы	294
10.2.	Логический мир Г. Фреге: два истинностных значения	296
10.3.	Другие логические миры	297
10.4.	Тезис Сушко	299
10.5.	Интуитивная интерпретация L_n . Проблемы	305
10.6.	T - F -последовательности в качестве истинностных значений	308
10.7.	Фактор-семантика: подмножества <i>versus</i> элементы	310
10.7.1.	Фактор-семантика для бесконечнозначной логики L_Σ	315
10.8.	Структуризация истинностных значений	318
Приложение:	Булевы решетки импликативных логик	324
1.	Проблема классификации импликативных логик. Комбинаторы	324
2.	Решетка импликативных логик $L(H_\rightarrow)$	326
3.	Решетка импликативных логик $L(TV_\rightarrow)$: классические версии BCI , BCK и R_\rightarrow	331
4.	Максимальная решетка $L(TV_\rightarrow)$: логики RM_\rightarrow и $L_{\infty\rightarrow}$	335
5.	Решетка импликативных логик $L(TV_\rightarrow)$: логики E_\rightarrow , $S4_\rightarrow$ и $S5_\rightarrow$	340
6.	Некоторые полные пропозициональные логики	342
7.	Несколько замечаний о классификации логик	343
	ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА	346
	ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ	415
	ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	
	CONTENTS	