

Парадигма и идеология: опыт философской реконструкции истории теории нелинейных колебаний*

Предварительные замечания

Следуя Т.Куну, под парадигмой мы будем понимать инструментарий решения научных задач, принятый в некотором научном сообществе (scientific community) и характеризующий это сообщество (научное сообщество — это совокупность ученых, разбросанных, вообще говоря, по всему миру, но работающих в рамках одной парадигмы). Вслед за У.Куайном под идеологией мы понимаем язык (дескриптивную терминологию), принятый в том или ином «идеологическом научном сообществе». Термин «идеологическое научное сообщество» принадлежит не Куайну, а автору настоящей статьи, он выдвинут, чтобы ввести понятие идеологии в горизонт кунианских социологизированных понятий. «Идеологическое научное сообщество» может совпадать с научным сообществом, по Куну, но может и быть более широким. Ведь, по Куну, парадигма предполагает идеологию: постановка научных задач требует обработки эмпирического материала в рамках языка, который несет данная парадигма (должны быть выделены интересные явления, «на основании сходства или путем моделирования» они должны быть отнесены «к той части научного знания, которую какое-то научное сообщество признает в качестве одного из установленных достижений»¹). Однако влияние идеологии может быть более широким, и научное сообщество, скрепленное парадигмой, может оказаться окруженным диффузным идеологическим сообществом.

* В статье представлены результаты исследования, поддержанного Российским Гуманитарным Научным Фондом. Проект № 01-03-00085а.

Чтобы показать введенные понятия «в работе», рассмотрим ряд фрагментов истории теории нелинейных колебаний. Термин «теория нелинейных колебаний» мы используем в куньянском социологизированном смысле. Это не просто дедуктивная система (или попытка сформулировать таковую), а социальное явление — представления, развитые в конце 20-х гг. XX века и в 30-е гг. сообществом ученых, называемом обычно школой Л.И.Мандельштама. Рассматриваемая таким образом теория нелинейных колебаний сменила нелинейную теорию электрических колебаний голландского физика и радиоинженера Б.Ван дер Поля, над которой тот работал уже в начале 20-х гг. В 1927 г. Л.И.Мандельштам поставил перед своим аспирантом А.А.Андроновым задачу, которая вылилась в серию основополагающих работ, выполненных при участии двух других аспирантов Л.И.Мандельштама — А.А.Витта и С.Э.Хайкина. При этом Л.И.Мандельштам не только инициировал создание теории нелинейных колебаний, но вместе со своим другом и соавтором Н.Д.Папалекси внес вклад в разработку этой теории. В этой разработке участвовали также некоторые другие ученики Л.И.Мандельштама, сотрудники Н.Д.Папалекси, ученики и сотрудники А.А.Андронova, который, переехав в 1931 г. из Москвы в Горький (ныне — Нижний Новгород), основал там свою школу, которая может рассматриваться в качестве ветви школы Мандельштама.

Теория нелинейных колебаний не сразу была признана за рубежом. Ее полноценное признание приходится уже на послевоенные годы, когда Н.Минорский написал свою книгу, в которой представил основные результаты школы Л.И.Мандельштама². В 1949 г. вышел английский перевод книги А.А.Андронova, А.А.Витта и С.Э.Хайкина «Теория колебаний», изданной в СССР в 1937 г. (поскольку Витт был арестован, его имя было удалено с титула этой книги), книги, представляющей основное содержание и программу теории нелинейных колебаний (так, во всяком случае, говорится в предисловии Мандельштама к этой книге)³. В 1966 г. вышел английский перевод второго издания этой книги (1959 г.), подготовленного учеником Андронova Н.А.Железцовым. Впоследствии работы по теории нелинейных колебаний растворились в общем потоке публикаций по нелинейной динамике.

В настоящей статье планируется показать, что не только парадигма, но и идеология направляла формирование и развитие теории нелинейных колебаний, причем именно идеология привела к нетривиальным концепциям, оказавшимся в 70-е гг. в сфере интересов синергетики — теории самоорганизации. В следующем параграфе

речь пойдет о той парадигме, в рамках которой формировалась теория нелинейных колебаний. В третьем параграфе мы рассмотрим эту парадигму «в работе», т.е. обсудим ряд достижений теории нелинейных колебаний (30-е гг.), полученных на пути того, что Т.Кун называл «решение головоломок». В четвертом параграфе будет описана идеология нелинейных колебаний и будет прослежено, как она «работала» за пределами тех задач, которые решались в рамках парадигмы.

Парадигма теории нелинейных колебаний

Как было отмечено выше, теория нелинейных колебаний пришла на смену нелинейной теории электрических колебаний ван дер Поля. Последняя в свою очередь генетически связана с разработкой теории радиотехнического устройства — лампового генератора. В этом устройстве, работающем, как и всякое реальное устройство, с «трением» (т.е. являющемся неконсервативной системой), возникают незатухающие колебания. Конечно, это значит, что система содержит источник энергии (или в систему поступает энергия извне). Однако речь не идет о вынужденных колебаниях. Ламповый генератор сам генерирует незатухающие колебания. Он является автономной системой (дифференциальные уравнения таких систем не содержат времени явно), т.е. системой с неперiodическим источником энергии. Незатухающие колебания возникают за счет особой конструкции лампового генератора, включающего, кроме колебательного контура, усилитель (электронную лампу), связанный с колебательным контуром обратной связью.

Оставляя открытым вопрос о парадигме теории ван дер Поля, опишем ту парадигму, которая сложилась в работах Мандельштама, Андрoнова и их сотрудников в конце 20-х гг. Будем следовать «элементам дисциплинарной матрицы», перечисленным Куном в «Дополнении 1969 г.» к его книге «Структура научных революций».

В качестве первого элемента Кун указывает на «символические обобщения» — математические формулы, выражающие универсальные научные законы. В современной физике — это главным образом дифференциальные уравнения. «Символические обобщения» должны быть достаточно емкими, чтобы постановка конкретных задач шла путем «расшифровки» этих «обобщений».

Ван дер Полю в основном исходил из уравнения, носящего теперь его имя и описывающего принцип действия простого лампового генератора:

$$d^2x/dt^2 - \mu(1 - 2x^2)dx/dt + x = 0 \quad (1)$$

Здесь x — обобщенная координата (в случае лампового генератора — сила тока), t — время, а нелинейный элемент $2x^2 dx/dt$ выражает работу усилителя (электронной лампы).

В трудах Андронова и других представителей школы Мандельштама «символическим обобщением» становится дифференциальное уравнение, по отношению к которому уравнение ван дер Поля — частный случай. Это следующее уравнение:

$$d^2x/dt^2 + 2\delta dx/dt + \omega^2 x = f(x, dx/dt) \quad (2)$$

где x и t , как и раньше, обобщенная координата и время, δ — коэффициент затухания, ω — собственная частота, т.е. циклическая частота того процесса, который происходил бы в отсутствии трения и внешней силы, $f(x, dx/dt)$ — нелинейная функция, описывающая действие источника энергии, включенного в систему управления, обеспечивающую незатухающие колебания. Уравнение (2) может быть каждый раз по-своему записано для различных нелинейных задач радиотехники и механики — для описания лампового генератора, часов, фрикционного маятника (так называемого маятника Фруда, представляющего собой обычный маятник, посаженный с трением на вращающийся с постоянной скоростью вал) и т.д.

На втором месте после «символических обобщений» у Куна стоят «общепризнанные предписания» типа «теплота представляет собой кинетическую энергию частей, составляющих тело». У Мандельштама, Андронова, их сотрудников и учеников таким предписанием было в первую очередь следующее: «построить фазовый портрет колебательной системы — ее траекторию на фазовой плоскости (где осями координат являются x , dx/dt)». Уравнение (2), вообще говоря, не интегрируется, не решается в элементарных функциях. Ван дер Поль, решая уравнение (1), действовал изобретенным им же приближенным методом — методом медленно меняющихся амплитуд (μ трактовалось им как малый параметр). Построение фазового портрета может также рассматриваться как интегрирование. Поскольку фазовый портрет подчиняется строгим законам теории дифференциальных уравнений, построение фазового портрета обеспечивает точное решение дифференциального уравнения. Поскольку фазовый портрет сам по себе не несет количественной информации об амплитуде, фазе и частоте колебаний, то это решение качественное. Отсюда термин, популярный в окружении Андронова, — «качественное интегрирование».

К задаче построения фазового портрета близко подошел ван дер Поль в 1926 г. Действуя методом изоклин, он наметил контуры того, что потом было названо фазовым портретом уравнения (1)⁴. Но его «фазовый портрет» не был объектом качественной теории дифференциальных уравнений, заложенной А. Пуанкаре в последние десятилетия XIX века. Это была скорее картинка, графическая иллюстрация.

Фазовые портреты уравнений (1) и (2) построил Андронов в своих работах 1928–1929 гг., ставших основой его кандидатской диссертации. Андронов показал, что незатухающие колебания, имеющие место в ламповом генераторе, часах и т.д. (он назвал их автоколебаниями), изображаются на фазовой плоскости в виде предельных циклов Пуанкаре — замкнутых кривых, к которым асимптотически приближаются все близлежащие кривые. Предельный цикл окружает особую точку, символизирующую состояние равновесия⁵. В последующих работах Андронов рассмотрел переходные процессы — случаи «жесткого» и «мягкого» возбуждения колебаний в ламповом генераторе — и нашел их геометрические образы на фазовой плоскости.

«Качественное интегрирование» предполагает анализ устойчивости колебаний. Андронов показал, что автоколебаниям соответствуют устойчивые предельные циклы Пуанкаре. При этом существенными оказываются два вида устойчивости: устойчивость по Ляпунову и структурная устойчивость (грубость) колебательной системы. Устойчивость по Ляпунову означает устойчивость по отношению к малым изменениям начальных условий. Термин «грубость динамической системы» был введен Андроновым уже в его первых работах о предельных циклах. Однако корректное формулирование этого понятия было осуществлено им вместе с Л.С. Понтрягиным в 1937 г. Грубой называется система, фазовый портрет которой устойчив по отношению к небольшим изменениям дифференциального уравнения, описывающего эту систему. Чтобы сформулировать «грубость» более точно, надо уравнение (2) переписать в следующем виде:

$$d^2x/dt^2 + \omega^2x = f(x, dx/dt) \quad (3)$$

где нелинейная функция $f(x, dx/dt)$ представляет уже не только непериодический источник энергии, но и фактор затухания (к тому есть свой резон, так как трение может быть нелинейным). Грубым движением будет устойчивое по отношению к малым изменениям правой части уравнения (3).

Руководствуясь теорией устойчивости, развитой А.М.Ляпуновым в начале XX века, Андронов вместе с А.А.Виттом показали, что при условии грубости системы по характеристическим показателям Ляпунова можно судить об устойчивости предельного цикла и, стало быть, о наличии автоколебаний.

В терминологии Т.Куна фазовый портрет — это «онтологическая модель». Мандельштам, Андронов и их сотрудники и ученики пользовались, однако, и «эвристическими моделями» — нестрогими, оценочными «фазовыми портретами», к которым приводят приближенные методы интегрирования дифференциальных уравнений. Дело в том, что качественная теория дифференциальных уравнений, управляющая структурой фазовых портретов, мало что говорит о том, как строить фазовый портрет, исходя из эмпирического материала. Она, например, не дает критериев существования предельных циклов, символизирующих устойчивые периодические движения (автоколебания). Кроме того, качественная теория, как следует из ее названия, не содержит формул, позволяющих рассчитать количественные параметры колебаний — их частоту, фазу и амплитуду.

Важную роль в истории теории нелинейных колебаний сыграл так называемый метод припасовывания (позднее названный методом кусочно-линейной аппроксимации). Собственно, в 1927 г. Мандельштам поставил перед своим аспирантом Андроновым задачу проанализировать устойчивость движений, получаемых по методу припасовывания. Андронов, как отмечалось выше, тогда решил другую задачу: он получил описание колебаний, имеющих место в ламповом генераторе, часах и т.д., в терминах предельных циклов Пуанкаре. Метод припасовывания, однако, продолжал использоваться в теории нелинейных колебаний. Так, например, этим методом Мандельштам в своих «Лекциях о колебаниях», прочитанных в 1931 г., решал уравнение (2). В упоминавшейся выше книге Андропова, Витта и Хайкина (1937 г.) был подведен предварительный итог работы над методом припасовывания. Этот метод был оснащен методом точечных отображений, восходящим опять же к Пуанкаре, что расширило его возможности и позволило решать с его помощью проблему устойчивости колебательных систем. Однако систематическое применение метода припасовывания приходится на военные годы, когда Андронов с сотрудниками вплотную занялись задачами теории автоматического регулирования. Андронов писал, что именно в эти годы им была решена задача устойчивости движений, поставленная перед ним Мандельштамом в 1927 г.

автоматического регулирования. Андронов писал, что именно в эти годы им была решена задача устойчивости движений, поставленная перед ним Мандельштамом в 1927 г.

Пользуясь методом припасовывания, фазовый портрет ищут путем составления решения нелинейного уравнения типа (2) из кусочков решений линейных уравнений, аппроксимирующих отдельные участки этого решения, и «сшивания» линейных решений исходя из требования непрерывности решения нелинейного уравнения. При этом константу интегрирования линейного решения, отвечающего последующему линейному кусочку, находят путем «припасовывания» этого участка к предыдущему: начальные значения, характеризующие этот участок, должны совпадать с конечными значениями, характеризующими предыдущий участок.

Тот эскиз фазового портрета, который дает метод припасовывания, сильно зависит от начальных значений, при которых получено решение первого линейного уравнения, словом, от того, при каких условиях начато «припасовывание». При помощи метода точечных отображений этот недостаток может быть отчасти преодолен: во внимание может быть принят интервал возможных начальных значений. Так или иначе, метод припасовывания позволяет судить о характере фазового портрета решаемой задачи и оценить количественные характеристики этого портрета. Он как бы открывает дверь в фазовое пространство, находясь в котором надо уже двигаться по иным законам — не по законам эмпирических наблюдений и правил, а по законам строгой математической теории — качественной теории дифференциальных уравнений.

Выше упоминался другой приближенный метод — метод медленно меняющихся амплитуд, разработанный ван дер Полем. Этот метод тоже использовался для эвристических соображений, касающихся фазового портрета. В 1930 г. Андронов и Витт при помощи метода медленно меняющихся амплитуд рассмотрели явление «захватывания», имеющего место в неавтономной системе (в отличие от уравнений (1) и (2), описывающих автономные системы, в уравнениях для неавтономных систем присутствует член, учитывающий периодическую внешнюю силу)*. При этом они получили образ это-

* Для неавтономных систем типичны «биения», колебания, характеризуемые двумя частотами (частотой ω — см. уравнение (2) и частотой внешней силы). «Захватыванием» называется принудительная синхронизация: изменяя частоту внешней силы, мы наблюдаем, что при некотором значении этого параметра возникают однородные колебания с этой частотой.

го явления в фазовом пространстве, т.е. проследили изменение фазового портрета автоколебательной системы с изменением частоты внешней силы⁶.

Метод медленно меняющихся амплитуд состоит в замене уравнения (1) более простыми «укороченными» уравнениями, чье решение аппроксимирует решение исходного уравнения при малых значениях параметра μ . В книге Андронова, Витта и Хайкина объясняется соотношение фазовых портретов исходного уравнения и фазового портрета «укороченных уравнений». Система координат исходного уравнения, помещенная на фазовую плоскость «укороченных» уравнений, вращается по часовой стрелке с угловой скоростью, равной 1. Предельным циклам исходного уравнения соответствуют окружности состояний равновесия на фазовом портрете «укороченных» уравнений, спиральям, накручивающимся на предельные циклы, — прямые траектории на этом вспомогательном фазовом портрете.

Разумеется, эти соответствия ведут лишь к предположительному фазовому портрету исходного уравнения. Однако это предположение вводится в контекст строгой математической теории — качественной теории дифференциальных уравнений. Тем самым оно приобретает более высокий статус в структуре физики. Все теории физики предположительны. Однако среди них имеются замкнутые концептуальные системы, оперирующие строгими понятиями и законами. Эту строгость придает им строгий математический аппарат, в рамках которого они формулируются. Благодаря качественной теории дифференциальных уравнений такой теорией становится теория нелинейных колебаний.

Уже в первых своих работах по предельным циклам Пуанкаре Андронов применял другой асимптотический метод — метод малого параметра, введенный Пуанкаре в «Новых методах небесной механики» (этот метод называют также методом Пуанкаре). В 1930-х гг. в соавторстве с Виттом он применял этот метод в области, выходящей за пределы тех исследований, которые велись на основе качественной теории дифференциальных уравнений.

Сопоставив «онтологические» и «эвристические» модели, мы уже затронули третий элемент куновской «дисциплинарной» матрицы — ценности. Для школы Мандельштама был характерен фундаментализм — предпочтение отдавалось общим физическим теориям, а не «продуктивным» моделям. Как сам Андронов, так и Мандельштам истолковывали работу Андронова по предельным циклам Пуанкаре как основополагающую в теории нелинейных колебаний. Они считали, что благодаря этой работе теория нелинейных колебаний обре-

ла строгий математический аппарат и тем самым приблизилась по своему статусу к фундаментальной теории (типа механики, электродинамики и т.д.). Ван дер Полю, развивший теорию электрических колебаний и опубликовавший свои исследования одновременно с Мандельштамом и Андроном, не только использовал приближенные методы, он декларировал принципиальную важность этих методов⁷. Мандельштам и Андроном, отдавая должное эффективности методов ван дер Поля, отмечали, что им не было создано теории, «адекватной» рассматриваемому предмету и ведущей к далеко идущим качественным предсказаниям.

В своем предисловии к книге Андронова, Витта и Хайкина Мандельштам подчеркнул концептуальную значимость этой работы. В ней не только разбирались методы, учитывающие нелинейность в виде поправки к линейным расчетам, но и создавался специфический язык нелинейной физики. «В сложной области нелинейных колебаний, – предсказывал Мандельштам, – выкристаллизуются свои специфические общие понятия, положения и методы, которые войдут в обиход физика, сделаются привычными и наглядными, позволят ему разбираться в сложной совокупности явлений и дадут мощное эвристическое оружие для новых исследований»... Физик, интересующийся современными проблемами колебаний, должен уже теперь участвовать в продвижении по этому пути»⁸.

Сказанное не означает, что Мандельштам, Андроном, их сотрудники и ученики недооценивали приближенные методы. Скорее наоборот, почти все их работы 30-х гг. связаны с применением приближенных методов. Предпочтение, отдаваемое точным методам, было своего рода регулятивной идеей. Оно определяло изложение материала в учебниках и обзорных статьях. Кроме того, это предпочтение стимулировало работу по обоснованию приближенного метода медленно меняющихся амплитуд (Л.И. Мандельштам и Н.Д. Папалекси, 1935 г.). И наконец (и это, пожалуй, самое главное), поставив во главу угла качественную теорию дифференциальных уравнений, Андроном в соавторстве с рядом своих сотрудников и учеников разработал теорию эволюции фазового портрета системы, имеющей место при изменении параметра системы. Эта разработка началась с упоминавшегося выше исследования «мягкого» и «жесткого» возбуждения лампового генератора и привела к обогащению теории нелинейных колебаний концепциями «смены устойчивости» и точек бифуркации.

же какой-то асимптотический метод, какой-то корреспондент-принцип», — говорил Мандельштам⁹. Однако впоследствии он не только одобрил работы своих учеников, использовавших метод малого параметра, но и сам вместе с Н.Д. Папалекси применил этот метод в статье об явлении резонанса второго рода (1934—35 гг.). Андронов и Витт использовали метод малого параметра при расчете системы с двумя степенями свободы. Они сами отмечали, что эта система пока слишком сложна для рассмотрения ее с позиций качественной теории дифференциальных уравнений¹⁰. Тем не менее, руководствуясь той шкалой ценностей, которая была принята в школе Мандельштама, Г.С. Горелик, один из последних аспирантов Мандельштама и сотрудник Андропова, писал, что «метод малого параметра занимает в его (Андропова) работах совершенно второстепенное место. Главное в них — применение к исследованию нелинейных колебаний качественной теории дифференциальных уравнений и связанных с ней топологических методов»¹¹.

И наконец, четвертый компонент «дисциплинарной матрицы» — примеры, на которых отрабатывается формулирование и решение задач, примеры, показывающие как конкретизировать «символические обобщения» и применять к ним «предписания», как «эвристические модели» позволяют построить «онтологическую модель». Как отмечалось выше, теория нелинейных колебаний первоначально складывалась как теория простого радиотехнического устройства — лампового генератора. Это устройство и служило «разделяемым примером», на котором в учебниках объяснялось понятие автоколебаний и использование предельных циклов Пуанкаре для описания автоколебаний. В «Лекциях по колебаниям» Мандельштам приводит еще один пример — маятник Фроуда, в книге Андропова, Витта и Хайкина ламповый генератор соседствует с часами.

Парадигма «в работе»

Чтобы пояснить ту роль, которую играла парадигма в становлении теории нелинейных колебаний, рассмотрим, как были решены две задачи: задача о колебаниях в мультивибраторе Абрагама и Блоха (системе, не содержащей заметных индуктивностей) и задача о колебаниях скрипичной струны. Первая задача (1930 г.) привела к формированию учения о релаксационных колебаниях, сильно несинусоидальных колебаниях, состоящих из быстрых и медленных движений. Вторая (1936 г.) означала прорыв в область распределенных систем, непрерывных сред. В своих первых работах, инициирован-

ных андроновским применением предельных циклов Пуанкаре, Мандельштам, его сотрудники и ученики имели дело исключительно с сосредоточенными системами, колебания которых являются пространственными перемещениями – качаниями маятника, движениями электрического заряда. Хотя параметры, определяющие поведение таких систем – масса маятника, индуктивность и емкость в колебательном контуре, – практически не являются точечными, а распределены по своим пространственным областям, от этой их неточности можно отвлечься. Сосредоточенные системы описывают обыкновенные дифференциальные уравнения, распределенные – уравнения в частных производных.

Задачей о мультивибраторе Абрагама–Блоха занялся Андронов непосредственно вслед за своими основополагающими работами по концепции автоколебаний. Руководствуясь аналогией с ламповым генератором, он описал эту систему как автоколебательную. Но перед ним встали теоретические трудности. Приняв естественную идеализацию, отбросив малые «паразитные» индуктивности, Андронов получил дифференциальные уравнения первого порядка, которые не только не давали предельного цикла, но и показывали, что такового быть не может. Чтобы решить эту задачу, Андронову пришлось обусловить свою идеализацию дополнительной гипотезой и сконструировать соответствующий аналог предельного цикла Пуанкаре. Это означало развитие понятия автоколебаний: наряду с обычными томсоновскими автоколебаниями, наблюдаемыми в простом ламповом генераторе, были описаны релаксационные автоколебания, состоящие в чередовании «быстрых» и «медленных» движений.

Андронов сам дал следующее описание этой истории:

«В 1929 г. я стою, – как дальше будет видно, в известном смысле слишком прямолинейно, на той точке зрения, что математическим образом незатухающих колебаний, или автоколебаний, является предельный цикл Пуанкаре. Я рассматриваю различные системы и ищу везде предельные циклы. Однако, я беру обычную идеализованную схему мультивибратора Абрагама – Блоха, содержащую одни только емкости, но показывающую автоколебания. Я пишу дифференциальные уравнения динамики, ищу цикл, но без результатов. Более того, я смог доказать, что рассматриваемые дифференциальные уравнения не могут иметь предельного цикла. Вместо цикла я нашел специфическую кривую, показывающую, что фазовая скорость становится бесконечной. Наличие такой кривой не позволяет однозначно установить движение изображающей точки. Получается парадокс: автоколебания означают циклы, циклов нет, а система

совершает автоколебания. С этим парадоксом я пришел к Мандельштаму, который немедленно понял, в чем дело. После некоторой дискуссии он подытожил: «Если доказано, что циклов нет, это уже что-то. Поскольку система совершает колебания, то либо ваша идеализация негодна, либо Вы не знаете, как с ней работать». Он добавил, что уезжает в Ленинград и постарается там обдумать этот парадокс. По возвращении из Ленинграда он сказал следующее: «Мы с Н.Д.Папалекси думаем, что с вашей идеализацией можно работать и найти периодическое решение, интересное с физической точки зрения. Но это решение не будет принадлежать к непрерывным решениям, которые вы ищете. Это будет разрывное решение, т.е. соответствующее движение изображающей точки будет совершать мгновенные скачки. Мы думаем, что можно найти периодическое решение, если ввести дополнительную гипотезу, что при этих изменениях энергия, запасенная в конденсаторах, изменяется непрерывно». Вскоре я вместе с Виттом попытались реализовать эти соображения Мандельштама. Преодолев некоторые вычислительные трудности, мы нашли разрывное периодическое решение»¹².

Итак, задача о мультивибраторе Абрагама–Блоха была решена Андроновым в два этапа.

I. (1): Он исходил из двух нелинейных дифференциальных уравнений, соответствующих «символическому обобщению»; (2): для каждого из двух колебательных контуров мультивибратора – свое уравнение. При этом, исключив малые, «паразитные» индуктивности цепи, он получил два уравнения первого порядка.

Андронов строго показал, что эта система уравнений «не допускает никаких непрерывных периодических решений». В то же время парадигмальные задачи подсказывали ему, что система является автоколебательной, т.е. совершает непрерывное периодическое движение.

II. Обсудив вопрос с Мандельштамом, Андронов в соавторстве с Виттом решил «головоломку». Удерживая ту же идеализацию, он принял «гипотезу скачка», подсказанную ему Мандельштамом и Папалекси. Эта гипотеза, состоящая в том, что напряжения на конденсаторах непрерывны, позволяет «достроить» фазовую траекторию уравнений мультивибратора до предельного цикла в четырехмерном фазовом пространстве. Изображающая точка, достигнув критического значения (скорость изменения напряжения на сетке обращается в бесконечность), совершает скачок в точку кривой, определенной указанными условиями непрерывности, и затем снова движется по фазовой траектории этих уравнений.

обращается в бесконечность), совершает скачок в точку кривой, определенной указанными условиями непрерывности, и затем снова движется по фазовой траектории этих уравнений.

Задачу о колебаниях скрипичной струны решал Витт, который еще в 1934 г. опубликовал статью о «распределенных автоколебательных системах». В этой работе, однако, как Витт сам оговаривает, он действовал весьма грубыми приближенными методами. Во-первых, он рассматривает нелинейные системы как слабо нелинейные, что дает ему возможность применять метод малого параметра, причем в его самом простом варианте, где учитывается только первый член ряда по степеням параметра μ . Во-вторых, Витт предполагает, что теорема Ляпунова об устойчивости, справедливая для концентрированных систем, имеет силу и для распределенных систем.

В статье о колебаниях скрипичной струны Витт уже работает в рамках парадигмы теории нелинейных колебаний. Математически эта задача формулируется в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных: волновое уравнение и уравнения, выражающие граничные условия — одно из них нелинейное. Чтобы привести задачу к виду, соответствующему «символическому обобщению» (1) — (2), Витт использует метод точечных отображений (см. выше). Иными словами, он из уравнений в частных производных получил «функциональное уравнение», к которому в соответствии с методом точечных отображений приводятся задачи с обыкновенными дифференциальными уравнениями. «Чтобы получить универсальные соотношения, мы будем пользоваться безразмерными величинами, — пишет Витт. — Положение точки на струне мы будем измерять величиной $u = x/l$, где x — расстояние рассматриваемой точки струны от закрепленного конца, l — длина половины струны, время мы будем измерять отношением $\tau = tc/l = 4t/T$, где c — скорость распространения колебаний в струне, t — время, T — период основного тона свободных колебаний. Обозначим через u отношение v/l , где v — смещение струны. По Даламберу:

$$u = \varphi_1(\tau - y) + \varphi_2(\tau + y) \quad (a)$$

$$\text{при } y = 0: u = 0 \text{ и, следовательно, } \dot{u} = 0 \text{ (для } \tau > 0) \quad (b)$$

$$\text{при } y = l: \frac{\partial u}{\partial y} = -\Phi \left(\frac{\partial u}{\partial t} - a \right)^{13}. \text{ (для } \tau > 0) \quad (c)$$

Нелинейная функция Φ представляет действие смычка на струну. Подставляя (a) в (b) и (c) и учитывая начальные условия, Витт приходит к функциональному уравнению, позволяющему искать предельные циклы на фазовой плоскости:

$$\varphi(\tau + T) = \psi(\varphi(\tau))$$

с начальными значениями $\varphi(t) = \varphi_0(\tau)$, $0 < \tau < T$.

Это уравнение, определяющее точечные отображения, он исследовал при помощи итераций. При этом он ввел понятие стационарной последовательности, примерами таких последовательностей служат последовательности, все члены которых одинаковы, и периодические последовательности. Он также ввел понятие последовательности, устойчивой по Кёнигсу. Аналогия с предельными циклами возникает, когда эти последовательности наносятся на диаграммы Лемерея (графики функции $\psi(\varphi(\tau))$ в декартовых координатах $\varphi(\tau) = x$ и $\varphi(\tau + T) = y$).

Витт рассматривал пример весьма простой распределенной нелинейной системы: нелинейность у него была сосредоточенной в точке соприкосновения смычка и струны. Систематическое исследование нелинейных колебаний распределенных систем началось позже — в 50-х гг. И проводилось уже не в рамках «парадигмы автоколебаний», а «идеологии автоколебаний».

Идеология теории нелинейных колебаний

Вслед за Куайном, сопоставлявшим онтологию и идеологию теории, мы будем понимать под последней языковые ресурсы теории, ту дескриптивную терминологию, которая приходит в науку вместе с данной теорией. Идеологию можно понимать также как множество понятий, находящихся выражение на языке теории (вместе с понятиями идеологию составляют наглядные модели и иллюстрации, поясняющие понятия)¹⁴.

Идеология теории нелинейных колебаний — это в первую очередь понятие автоколебаний, введенное, как отмечалось выше, Андроновым в статьях 1928–1929 гг. Фактически с автоколебаниями имел дело и ван дер Поль, описывая незатухающие колебания в ламповом генераторе, но он не вводил для них специального термина. Андронов же не только ввел специальный термин, он придал этому явлению теоретическую глубину, связав автоколебания с предельными циклами на фазовой плоскости. И до Андропова радиоинженеры и радиофизики знали, что для лампового генератора типичны незатухающие колебания, характеризующиеся своей специфической амплитудой, независимой от условий возбуждения этих колебаний. Андронов, однако, сделал это понятие теоретическим. Он по-

казал, что устойчивость автоколебаний может пониматься в математическом смысле и эксплицируется как устойчивость по Ляпунову и грубость колебательной системы.

Понятие автоколебаний стало набирать авторитет после Первой Всесоюзной конференции по колебаниям (1931 г.), которую провела школа Л.И.Мандельштама¹⁵. Автоколебания были в центре внимания этой конференции. Мы читаем в одной из статей 1936 г., что «в настоящее время существует математически строгая и физически адекватная теория обширного класса автоколебательных явлений, доказавшая свою плодотворность в большом числе исследований»¹⁶. «Явление автоколебаний... встречается в природе на каждом шагу», — пишет в своем учебнике Г.С.Горелик, о подходе которого к методу малого параметра шла речь выше¹⁷. «Советскими учеными, — говорится в одном из обзоров, — по существу была создана новая область науки о колебаниях — область автоколебаний, которая в настоящее время пополняется новыми исследованиями и результатами»¹⁸.

В послевоенные годы появляются книги, специально посвященные автоколебаниям. В 1944 г. вышла книга К.Ф.Теодорчика, занявшего в 1939 г. пост. и.о. заведующего кафедрой колебаний, основанной Л.И.Мандельштамом. Книга называлась «Автоколебательные системы», и она выдержала три издания. Три издания выдержала и книга крупного специалиста по проблемам автоматического регулирования А.А.Харкевича «Автоколебания». В предисловии к этой книге, написанной «без единой математической формулы в основном тексте», констатируется «широкое значение автоколебаний не только для техники, но и вообще для естествознания»¹⁹.

Идеология возникает вместе с парадигмой, можно также сказать, что парадигма несет некую идеологию. Однако идеология распространяется дальше парадигмы. Выше мы охарактеризовали четыре составные части парадигм по Куну: «символические обобщения» (обычно это — дифференциальные уравнения), «предписания» (обычно это — методы решения дифференциальных уравнений), ценности, устанавливающие иерархию среди предписаний, и разделяемые примеры, достаточно простые задачи, позволяющие объяснить, каким образом «предписания» обеспечивают применение «символических обобщений». Как «символические обобщения», так и «предписания» обусловлены определенными правилами (например, правилами математики). Идеология же — это слова и выражения, значения которых разъясняются на примерах (аналогиях и иллюстрациях). Применение этих слов и выражений направляется интуицией. Конечно, в каждом научном сообществе — своя интуиция. Но интуи-

ция может идти дальше правил и даже ставить проблемы, требующие ревизии правил. Значения слов и выражений могут развиваться, образуя то, что Л.Витгенштейн называл «семейные сходства». Например, значение слова «игра», которое Витгенштейн берет в качестве образца, допускает такие примеры, как шахматы, пасьянс, хоревод. Значение же слова «автоколебания» может быть разработано в ряде иллюстраций, начинающихся ламповым генератором, маятником Фруда и механическими часами и включающим скрипичную струну, возбуждаемую смычком, звезды переменной яркости (cepheids), сердце и «биологические часы». Если же обратиться к такому предикату, как «быть обусловленным свойствами самой системы, а не начальными условиями», то этот ряд пополнится такими объектами, как автоволны и диссипативные структуры.

Одним из важных признаков идеологического применения понятия является размывание его содержания. Понятие как бы выходит за пределы своей области применения. По сути дела это значит, что формулируются аналоги этого понятия, что возникают новые понятия под тем же самым термином, причем понятия, не определенные четко.

Первым таким порогом, который преступило понятие автоколебаний, был порог между автоколебаниями и вынужденными колебаниями. «В связи с открытием новых принципов генерации автоколебаний и развитием уже известных, понятие автоколебаний после второй мировой войны значительно расширилось. В частности, к автоколебаниям стали относить не только те незатухающие колебания, энергия которых черпается из постоянного источника, но и те колебания, которые поддерживаются за счет энергии другого достаточно сильного колебательного процесса, возбуждаемого извне... (такие колебания могут быть полностью погашены изменением какого-либо параметра системы, скажем, затухания или расстройки)»²⁰.

Продолжением этого процесса размывания оказывается репликация понятия в виде лингвистических аналогов. По отношению к автоколебаниям таковой явилось появление понятий автоволны и автоструктуры. Первое ввел Р.В.Хохлов в отзыве на докторскую диссертацию А.М.Жаботинского, посвященную колебательным химическим реакциям (1972 г.). Хохлов имел в виду, что Жаботинский описал не только собственно химические автоколебания, но и похожие волновые процессы, похожие в смысле их суверенности — независимости от начальных и, до некоторых пределов, граничных условий и определенности параметрами системы.

Понятие автоструктур появляется в совместной статье двух авторов, относящих себя к школе Мандельштама, — А.В.Гапонова-Грехова (бывшего аспиранта Андропова) и М.И.Рабиновича²¹. Под автоструктурой понимается устойчивая пространственная или временная упорядоченность, возникающая в распределенной системе с явно выраженной нелинейностью и находящейся далеко от равновесного состояния. Свойством автоструктур снова являются их относительная независимость от начальных и граничных условий.

Нетрудно видеть, что при формулировании таких понятий, как автоволны и автоструктуры, используется не просто какое-либо определение автоколебаний, но языковые формы, заложенные в этих определениях. Эти языковые формы передают уже не просто интуицию предельного цикла, которую несут определения автоколебаний, но скорее интуицию аттрактора вообще.

Выше упоминалась статья Гапонова—Грехова и Рабиновича, в которой вводились «автоструктуры». В интервью, данном автору этих строк (22.05.1992), в ответ на вопрос: «Нельзя ли сказать, что для Вас существенна некая «автоколебательная идеология»? — М.И.Рабинович сказал: «Да, безусловно. На самом деле даже не в слове дело. Просто автоколебания, как и автоволны, которые придумал Р.В.Хохлов. Он придумал не сами волны, а слово, очень удачный оборот... Но, понимаете, очень удачное слово. Я практически всю жизнь занимаюсь нелинейными диссипативными неравновесными системами. Это могут быть среды. Я, как правило, волновыми задачами занимаюсь или турбулентностью, но там всегда есть диссипация. У меня гамильтоновы системы, системы без трения, без диссипации, всегда предельный случай. Мне интереснее всегда были системы с аттракторами, у которых при $t \rightarrow \infty$ всегда что-то устанавливается: хаос, так хаос, периодические колебания, так периодические колебания, стохастические структуры — ради бога. В этом смысле для меня структуры и динамический хаос — просто разные типы аттрактора, которые устанавливаются при t , стремящемся к бесконечности, в процессе эволюции поведения системы. Меня всегда интересовали системы, в которых что-то устанавливается, в которых есть нечто объективное, независимое от начальных условий».

Итак, М.И.Рабинович увлечен не столько самой концепцией автоколебаний, сколько содержащейся в ней идеей суверенности, несущей интуицию аттрактора.

Заключение

При философской квалификации научной теории упор обычно делают либо на ее описательные возможности, либо на ее объяснительный инструментарий. В настоящей статье во внимание приняты обе эти ипостаси теоретического знания. Парадигма – это руководство по решению задач, по построению научных объяснений и предсказаний. Идеология же – это язык, аппарат научного описания, простирающегося, как правило, за пределы объяснительных ресурсов.

Примечания

- ¹ Кун Т. Структура научных революций /Пер. с англ. И.З.Налетова. Под ред. С.Р.Микулинского и Л.А.Марковой. М., 1975. С. 70.
- ² *Minorsky N.* Introduction to Nonlinear Mechanics. Michigan: J.W.Edwards, 1947.
- ³ *Andronov A.A., Chaikin S.E.* Theory of Oscillations. Princeton: Princeton Univ.Press., 1949.
- ⁴ Van der Pol B. On Relaxation Oscillations // Philos. Mag. Ser. 7. Vol. 2, 1926. P. 978-992.
- ⁵ *Андронов А.А.* Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний // IV съезд русских физиков. М., Н.-Новгород, Казань, Саратов (5-16 августа 1928 г.). Перечень докладов, представленных на съезд с кратким их содержанием. М.-Л., 1928. С. 23-24; *Он же.* Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations autoentretenues // С.г. Acad sci. Paris. Т. 189, 1929. P. 559-561. Перепечатано: *Андронов А.А.* Собр. тр. М., 1956. С. 32-33, 41-43.
- ⁶ *Andronov A.A., Vitt A.A.* Zur Theorie des Mitnehmens von van der Pol // Archiv fuer Elektrotechnik. Bd. 24, 1930. S. 99-110. Перепечатано: *Андронов А.А.* Собр. тр. С. 51-64.
- ⁷ *Ван дер Поль Б.* Нелинейная теория электрических колебаний. С предисловием С.Э.Хайкина. М.: Связьтехиздат, 1935. 42 с.
- ⁸ *Мандельштам Л.И.* Предисловие // *Андронов А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний. М.-Л.: ОНТИ, 1937. С. 7.
- ⁹ *Андронов А.А.* Собр. тр. С. 458.
- ¹⁰ *Андронов А.А., Витт А.А.* К математической теории автоколебательных систем с двумя степенями свободы // Журнал технической физики. Том 4, 1934. С. 122. Перепечатано: Андронов А.А. Собр. тр. С. 161-182.
- ¹¹ *Горелик Г.С.* Жизнь и труды Андропова // Памяти А.А.Андропова. М., 1955. С. 10.
- ¹² *Андронов А.А.* Собр. тр. С. 464.
- ¹³ *Витт А.А.* Колебания скрипичной струны // Журнал технической физики. Т. 6, 1936. С. 1461.
- ¹⁴ *Quine W.V.O.* The Ways of Paradox and Other Essays. Cambridge (Mass.): Harvard University Press, 1966. P. 215, 245; *Gosselin Mia.* Nominalism and Contemporary Nominalism. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic, 1990. P. 79.
- ¹⁵ Доклады, резолюции и материалы 1-ой Всесоюзной конференции по колебаниям. М.: ГТТИ, 1933. 200 с.
- ¹⁶ *Безменов А.Е.* Методы Баркгаузена–Меллера с точки зрения строгой теории автоколебаний // Журнал технической физики. 1936. Т. 6. Вып. 3. С. 447.
- ¹⁷ *Горелик Г.С.* Колебания и волны. М.; Л.: ГТТИ, 1950. С. 105.
- ¹⁸ *Крылов Н.Н.* Пути развития теории нелинейных колебаний в СССР за 50 лет // Радиотехника. 1969. Т. 24, № 5. С. 10.
- ¹⁹ *Харкевич А.А.* Автоколебания. М., 1950. С. 5.
- ²⁰ *Каплан А.* Автоколебания (не опубликовано). 1979. С. 5.
- ²¹ *Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И.* Л.И.Мандельштам и современная теория нелинейных колебаний и волн // Успехи физических наук. Т. 128, 1979. С. 579-624.