Institute of Philosophy
Russian Academy of Sciences

LOGICAL INVESTIGATIONS

Volume 24. Number 2

Moscow
2018

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт философии Российской академии наук

ЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Том 24. Номер 2

Москва
2018

ISSN 2074-1472 (Print)
ISSN 2413-2713 (Online)

Logical Investigations

Scientific-Theoretical Journal

2018. Volume 24. Number 2

Publisher: Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences

Frequency: 2 times per year

First issue: 1993; the journal is a redesigned continuation of the annual *Logical Investigations* that has been published since 1993 till 2015

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media (Roskomnadzor). The Mass Media Registration Certificate No. FS77-61228 on April 3, 2015

Abstracting and indexing: *Zentralblatt MATH*, *Mathematical Reviews*, *Ulrich's Periodicals Directory*, *EBSCOhost (Philosopher's Index with Full Text)*

The journal is included in the list of peer-reviewed scientific editions acknowledged by the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation

Subscription index in the United Catalogue *The Russian Press* is 42046

All materials published in *Logical Investigations* undergo peer review process

Editorial address: 12/1 Goncharnaya St., Moscow 109240, Russian Federation
Tel.: +7 (495) 697-96-65; **e-mail:** `logicalinvestigations@gmail.com`
Website: `https://logicalinvestigations.ru`

ISSN 2074-1472 (Print)
ISSN 2413-2713 (Online)

Логические исследования

Научно-теоретический журнал

2018. Том 24. Номер 2

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии Российской академии наук

Периодичность: 2 раза в год

Выходит с 1993 г.; журнал является прямым продолжением ежегодника «Логические исследования», издававшегося с 1993 по 2015 г.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации СМИ: ПИ № ФС77-61228 от 03 апреля 2015 г.

Журнал реферируется и индексируется: *Mathematical Reviews*, *Zentralblatt MATH*, *Ulrich's Periodicals Directory*, *РИНЦ*, *EBSCOhost (Philosopher's Index with Full Text)*

Журнал включен в Перечень российских рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук (группа научных специальностей «09.00.00. – философские науки»)

Подписной индекс в Объединенном каталоге «Пресса России» — 42046

Публикуемые материалы прошли процедуру рецензирования и экспертного отбора

Адрес редакции: Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1, оф. 308
Тел.: +7 (495) 697-96-65; **e-mail:** logicalinvestigations@gmail.com

Сайт: https://logicalinvestigations.ru

TABLE OF CONTENTS

В НОМЕРЕ

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 11–35
УДК 16

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 11–35
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-11-35

История логики
History of Logic

О.Ю. Гончарко, Я.А. Слинин, Д.А. Черноглазов

Логические идеи Феодора Продрома: «О великом и малом»*

Оксана Юрьевна Гончарко
Санкт-Петербургский государственный университет.
Российская Федерация, 199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.
E-mail: goncharko_oksana@mail.ru

Ярослав Анатольевич Слинин
Санкт-Петербургский государственный университет.
Российская Федерация, 199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.
E-mail: slinin@mail.ru

Дмитрий Александрович Черноглазов
Санкт-Петербургский государственный университет.
Российская Федерация, 199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.
E-mail: d_chernoglazov@mail.ru

Аннотация: В данной статье — второй в историко-философском цикле статей о логических трудах Феодора Продрома, византийского автора XII века, — рассматривается трактат Феодора Продрома «О великом и малом», адресованный Михаилу Италику и написанный в лучших традициях неоплатонического комментария к «Категориям» Аристотеля. Цель статьи — познакомить современного читателя с логическими идеями Феодора Продрома, а также оценить оригинальность его комментария.

Этот небольшой трактат посвящен вопросу отнесения понятий «великого» и «малого», а также «многого» и «немногого» к какой-либо из десяти категорий Аристотеля. Однако аристотелевское решение не устраивает Феодора Продрома по той причине, что Аристотель не относит эти понятия к какой-то отдельной категории, но допускает возможность их отнесения к разным категориям (количества и отношения) с разных точек зрения.

В статье приводится ряд аргументов Феодора Продрома, с помощью которых он пытается показать, что понятия «великого» и «малого» не относятся к категории отношения. Аргументация Феодора Продрома довольно подробна и разнообразна: он приводит контрпримеры аристотелевским рассуждениям, критикует сами критерии отнесения понятий к категориям, анализирует практику словоупотребления понятий и их

* В статье представлены исследовательские результаты, полученные при выполнении проекта РФФИ № 18-011-00207 «Логическое образование в Византии: Феодор Продром и логические опыты XII века».

сравнительных степеней, практику использования падежей в греческом языке, порядок категорий, выстраивает вполне оригинальную последовательность аргументов против аристотелевского решения, изящно прибегая к тексту самого Аристотеля.

Однако, как мы попытались показать в статье, этот небольшой текст Феодора Продрома близок по содержанию к некоторым фрагментам «Комментария к “Категориям”» Порфирия, в которых также затрагивается проблема отнесения понятий «великого» и «малого» к той или иной категории. Несмотря на то, что Феодор Продром приходит к несколько другим выводам, чем Порфирий, использование фрагментов его текста очевидно, и даже складывается впечатление, что Феодор Продром спорит скорее с Порфирием, чем с Аристотелем.

Ключевые слова: история логики, средневековая логика, византийская философия XI–XII вв.

Для цитирования: *Гончарко О.Ю., Слинин Я.А., Черноглазов Д.А.* Логические идеи Феодора Продрома: «О великом и малом» // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 11–35. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-11-35

Феодор Продром, будучи придворным поэтом, оратором и ученым, представлял собой одну из центральных фигур в византийской интеллектуальной среде XII в. Под его именем до нас дошли самые разнообразные сочинения, например речи, торжественные оды, хвалебные стихотворения в адрес самодержца и представителей императорской фамилии, комментарии к канонам Иоанна Дамаскина, любовный роман в ямбах, пародийная драма о войне кошек и мышей, сатирические диалоги, письма к разным лицам и т. д. Однако Продром уделял внимание не только риторике, сатире и богословию, но также логике и философии. Его труды необходимо рассматривать наряду с сочинениями Михаила Пселла, Иоанна Итала, Михаила Эфесского и Эвстратия Никейского. XI–XII вв. — эпоха расцвета византийской философии и византийской логической мысли, а Феодор Продром здесь один из наиболее важных авторов, логическое наследие которого еще только предстоит проанализировать.

Логические и философские взгляды Феодора Продрома отражены в трех его сочинениях. Первое из них — это до сих пор не изданный комментарий ко второй книге «Второй Аналитики» Аристотеля. Второе произведение — диалог «Ксенедем, или Гласы» (Ξενέδημος, ἢ Φωναί), написанный в платоновской традиции диалога и посвященный рассмотрению пяти предикабилий Порфирия [Cramer, 1836, Гончарко, Черноглазов, 2015, Гончарко, Черноглазов, 2016a, Гончарко, Черноглазов, 2016b].

Третье произведение — письмо «О великом и малом» [Tannery, 1887], обращенное к учителю Феодора Продрома Михаилу Италику, в котором Продром вступает в спор с Аристотелем: в «Категориях», согласно Продрому, Аристотель утверждает, что понятия великого и малого, немногого и многого скорее принадлежат категории отношения, что Продромом подвергается сомнению, поскольку он не согласен возводить эти понятия к категории отношения и разными способами, в частности отталкиваясь от аргументов Порфирия и Аристотеля, пытается это доказать.

Проблему трактата «О великом и малом» Феодор Продром формулирует следующим образом: «оказавшись в том месте того раздела о категории количества, где “великое”, “малое”, а кроме того “многое” и “немногое” относилось скорее к категории отношения, а не к категории количества, мне оказалось непросто согласиться с Философом в этом пункте» [Tannery, 1887, 112. 11–14]. В соответствующем разделе «Категорий» Аристотеля эти понятия действительно относятся *скорее* к категории соотнесенного, хотя одновременно могут мыслиться как неопределенные количества, а также как противоположности [Аристотель, 1978, 5 b 11–17].

При этом Феодор Продром так оценивает логический статус размышлений Аристотеля в «Категориях»: «С одной стороны, мой разум вынашивал много возражений [Аристотелю], как мне казалось, весьма удачных, с другой стороны, я осознавал, что во многих случаях Аристотель скорее упражняется, чем доказывает всерьез. Ибо этому мужу [Аристотелю] присуще не только делать умозаключения из непосредственных (*ἐξ ἀμέσων*) первых суждений, но и делать выводы из известных посылок и умозаключать в обе стороны» (*ἐξ ἐνδόξων εὐ μάλα περαίνειν καὶ ἐπιχειρεῖν ἑκατέρωθεν*) [Tannery, 1887, 112. 25–30]. Примечательно, что о логическом статусе собственных рассуждений в этом трактате Продром также замечает: «Я счел, что следует пойти посередине между двумя крайностями: с одной стороны, отпустить поводья слова, но не так, чтобы это мое слово, закусив удила, сбросило наездника с обрыва, но и, с другой стороны, осмелиться сказать что-то, что бы не было недостойно подобающей Аристотелю чести» [Tannery, 1887, 112. 30 — 113. 4]. Таким образом, речь в трактате пойдет не только и не столько о статусе понятий и об их отнесении той или иной категории, а об оценке убедительности аргументации «за» или «против», а также о возможности проследить и оценить ход самой мысли и условия ее правильности.

Начинает Продром с цитаты того фрагмента «Категорий», к которому собирается выстроить комментарий: «Давайте теперь скажем так, и в первую очередь процитируем Аристотеля как он и есть. Он говорит, что ничто не является противоположным количеству, удостоверяя эти слова путем индукции (*ἐκ τῆς ἐπαγωγῆς... ἐπάγει*): “если кто-нибудь не скажет, что многое противоположно немногому, а большое противоположно малому, то [на это мы скажем], что ничто из этого не является количеством, но отношением. Ибо ничто само по себе не является большим и малым, но потому как оно соотносится с другим. Например, гора называется небольшой, а зерно большим, потому что одно больше однородных предметов, а другое — меньше. <...> Независимо от того, если кто-то сочтет или не сочтет их количеством, ничто им не противоположно. Ибо тому, что невозможно осознать само по себе, но только в сравнении с другим, как можно такому чему-то указать, что ему противоположно? Если великое и малое будут противоположными, то получится так, что одно и то же примет в себя противоположности, и [вещи] будут противоположны сами себе"» ([Tannery, 1887, 113. 7–18]; ср. [Minio-Paluello, 1949, 5 b 11–17 и 5, 5 b 30 — 6 a 1]). Продром почти дословно приводит цитату с небольшими стилистическими изменениями в порядке слов: «когда речь идет об определенных количествах... им ничто не протипоположно, разве только если сказать, что "многое" противоположно "малочисленному", или "большое" — "малому". Однако все это не количество, а скорее соотнесенное» [Minio-Paluello, 1949, 5 b 11–17] и «далее, признает ли их кто-нибудь количеством или не признает, во всяком случае нет ничего противоположного им; в самом деле, как можно назвать что-то противоположным тому, что может быть взято не само по себе, а [лишь] в соотнесении с другим? Далее, если "большое" и "малое" будут противоположностями, то окажется, что одно и то же допускает в одно и то же время противоположности и что вещи противоположны сами себе: ведь иногда бывает, что одно и то же в одно и то же время и велико и мало, ибо по сравнению с одним оно мало, а по сравнению с другим оно же велико, поэтому одно и то же бывает в одно и то же время и большим и малым, так что оно допускает в одно и то же время противоположности» [Аристотель, 1978, 5 b 30 — 6 a 1]. Однако его комментарий, предваряющий цитату, не совсем точно ухватывает суть аристотелевской мысли: Аристотель действительно полагает в «Категориях» в этом фрагменте, что ничто не является противоположным определенным количествам (например, двойке, тройке, числу, линии и другим), однако, упоминая понятия великого и малого, многого и немногого, допускает, что неопределенные количества, к каковым относятся эти понятия, могут принимать противоположности. Поэтому приписываемое Продромом Аристотелю мнение не совсем точно совпадает с аристотелевским: по версии Продрома, у Аристотеля нет противоположностей в количестве вообще, но, согласно Аристотелю, их нет только в определенных количествах, а неопределенные достойны отдельного исследования, которое осуществит уже Порфирий в «Комментарии к "Категориям" Аристотеля».

Далее Феодор Продром выстраивает собственное обоснование того, почему понятия великого и малого не относятся к категории отношения. Рассмотрим основные семь его аргументов:

1. Аргумент с помощью контрпримера

Первый аргумент Продром выстраивает, указывая контрпример приведенному выше «аристотелевскому рассуждению»: «Ведь зерно мы сможем, пожалуй, назвать большим, сравнив его, как ты хорошо знаешь, с зерном, и гору маленькой — сравнив с горой… В отношении же тех видов, чудесный мой, для которых количество единиц не больше одного, как солнце, луна или само небо, как мы сможем судить, велики они [или нет]? Ведь для этих предметов дело обстоит, пожалуй, иначе, не подобно тому, как некое зерно по отношению к какому-то другому зерну и гора к горе воспринимали значение большого и малого — так по отношению к солнцу и луне не будет» [Tannery, 1887, 113. 23 — 114].

Данный контрпример связан с такого рода понятиями, которые единственны в своем роде и виде и для которых число индивидов равно единице, а значит, по количеству и по объему род совпадает с видом, а вид с индивидом по числу: «небо является большим не по отношению к другому, маленькому небу, но по отношению к какому, если оно единственное? Так же и в отношении других таких же. Например, величина всей земли велика и разлитие эфира считается обширным, но ни земля, ни эфир при этом не сравниваются ни с какими другими. Ибо они единственные и единичные индивиды (*ἄτομα*) по числу, каждое в своем роде по каждому виду (*μοναδικὰ γὰρ ταῦτα καὶ ἓν ἀριθμῷ καθ' ἕκαστον εἶδος*) [114. 4–9]. И далее заключает: «Поэтому [одно из двух]: или небо не великое (что весьма святотатственно), и разлитие эфира не многое (что весьма смешно), или “великое” и “многое” не принадлежат категории отношения. Если же [“великое” и “многое”] не принадлежат ей, то, очевидно, и противоположные им [понятия], я имею в виду “немногое” и “малое” [тоже категории отношения не принадлежат]» [Tannery, 1887, 114. 15–18]. Однако при возможности сравнивать по величине в том числе и предметы из разных множеств: т. е. образовывать так называемое предметное множество, в которое войдут и солнце, и небо, и гора, и зерно, и человек — этот пример может не восприниматься контрпримером в аристотелевском решении этого вопроса, однако дает интересный повод сравнить, как формировали понятие предметного множества в классический период античности, а как в Византии XII в.

Аристотель не запрещает сравнивать по величине предметы из разных множеств: Продром более категоричен в этом отношении и пишет, что возможно сравнивать предметы по величине друг с другом только внутри вида (гору — только с горой, а зерно — только с зерном). Вопрос заключается в том, как формируется само множество — и, видимо, Продром руководствуется уже другими критериями его формирования. Сравнивая зерно с горой, можно получить предметное множество, куда входят и другие виды понятий, обладающих величиной. Внутри такого множества сравнивать предметы по какому-то свойству (например, по величине) допустимо. Также возможно создавать множества на основе свойств (в канторовской теории множеств любое свойство определяет множество элементов, удовлетворяющих этому свойству) — это другой тип создания множеств: если множество ограничить свойством, то элементы этого множества уже не сравнить с элементами множества, ограниченного другим свойством. Продром близок здесь к этому пониманию формирования множества, но, возможно, еще не осознает этот процесс и не может описать его метатеоретически, однако подходит сам, а также подводит читателя к необходимости такого описания. Поэтому для него пример с солцем и небом — это контрпример как предметов, количество которых не больше одного в множестве — а это значит для него, что невозможно о них судить как о «больших», т. к. нет элементов, с которыми допустимо сравнение. Однако о солнце и небе возможно судить как о больших на основании формирования предметного множества, сравнивая их, например, с зерном. Для этого вовсе не требуется формировать глобальное множество всех множеств: неба и зерна уже достаточно для сравнения по отдельному признаку — по величине.

2. Критика критериев отнесения понятий к категориям

Продром также критикует применительно к «великому» и «малому» следующий критерий отнесения понятий к категории отношения, который Аристотелем применен к понятиям двойного и половинного: «Еще говоря о “двойном” и “половинном”, говорящий не обозначил словом (*τῇ φωνῇ*) что-то твердое, а услышавший не успокоился разумом. Причина же в том, что каждое из них говорится в том смысле, в котором оно соотносится с другим. Если бы “великое” и “малое” относились бы к категории отношения, то и в отношении этих [понятий] было бы подобным образом. Мы же теперь видим все совсем наоборот. Ведь услышавший “великое” не помыслил в том числе и “малое” и наоборот, но, направив свое умозрение к величине того или к малости этого, пришел в состояние покоя. А если кто-либо и это [великое и малое] причислит к предметам, относящимся к категории отношения, когда услышавший одно сразу же мыслит другое, то посмотри, для него к категории отношения будут относиться и “разумное” и “неразумное”, и “богатое” и “бедное”. Ведь подобным же образом рассуждения последуют и о них: ведь услышавший неразумное сразу воспримет какую-нибудь мысль о разумном. А если это будет предположено, то нелепость, как говорят, и слепой увидит... Следовательно, великое не является категорией отношения в силу того, что разумное не является категорией отношения» [Tannery, 1887, 114. 19–33].

У этого аргумента две части: во-первых, Феодор Продром с помощью этого аргумента пытается указать различие в отношениях двух пар понятий (двойного и половинного, с одной стороны, великого и малого — с другой), показав, что в некотором смысле эти пары отличаются; во-вторых, использует аргумент в форме косвенного доказательства: предлагает предположить, что понятия великого и малого относятся все-таки к категории отношения, а потом из этого делает вывод, что тогда и другие виды аристотелевских противолежащих понятий (*τὰ ἀντικείμενα*) необходимо отнести к категории отношения, что с его точки зрения нелепо. Однако, например, Порфирий, несмотря на различия понятийных пар двойного/половинного и великого/малого, тем не менее причисляет их к одной категории отношения, просто отнеся их к разным типам внутри категории [Busse, 1887, 112. 1–4; 112. 22–32].

Вторая часть продромовского аргумента, как нам кажется, и вовсе основана на смешении понятий противоположности (*τὰ ἐναντία*) и противолежания (*τὰ ἀντικείμενα*): из того, что некоторые примеры противолежащих понятий относятся к категории отношения (например, понятия великого и малого), вовсе не следует, что все другие типы противолежаний (например, понятия разумного и неразумного), по Аристотелю, должны также относиться к этой категории.

У Аристотеля же предельно широкий круг понятий может под определенным углом зрения быть отнесен к категории отношения, даже если в языке нет для какого-либо понятия слова, с помощью которого было бы выражено ему соотнесенное. Для этого Аристотель даже предлагает в качестве выхода словотворчество: «иногда же необходимо, пожалуй, даже придумать имена, если нет установленного имени, в отношении которого соотнесенное могло бы быть указано подходящим образом... ведь “кормилоуправляемое” есть “кормилоуправляемое” кормилом (*πηδαλιωτὸν πηδαλίῳ πηδαλιωτόν*)» [1, 7 a 5–15].

С другой стороны, согласно Аристотелю, некоторые классические примеры соотнесенных понятий (как, например, понятия господина и раба) не всегда используются в соотнесенном смысле: «даже у таких соотнесенных, которые по общему признанию, обоюдны (*ἀντιστρέφοντα*) и для которых установлены имена, все же нет обоюдности, если они указываются по отношению к привходящему (*τῶν συμβεβηκότων*), а не по отношению к тому, с чем они соотнесены: например, если “раб” указан не как раб господина, а как раб человека или двуногого существа» [1, 7 a 25–30].

3. Аргумент от практики образования сравнительной степени

Далее Феодор Продром аргументирует с помощью отсылки к практике словоупотребления понятий и словообразования их сравнительных степеней, которые (понятия и их степени) относятся к разным категориям: «И от всех имен, принадлежащих к категории количества, качества или к какой-нибудь другой категории, образуются и говорятся производные слова (*παρωνύμως*), относящиеся к категории отношения: так как от "двойки" — "двойное", а от "красивого" — "более красивое". А от имен, относящихся к категории отношения, не образуется ничего другого в порядке словообразования (*παρωνυμίζεται*), что само бы относилось к категории отношения. Ведь подобно тому, как от "двойки" можно образовать "двойное", от "двойного" не может быть образовано "более двойное" (*διπλασιώτερον*). Двойное не является меньшим или большим другого двойного. Так же как и от "красивого" можно образовать "более красивое", а от "более красивого" нельзя образовать еще одну сравнительную степень (*καλλιώτερον*). Но от "великого" мы производим "большее", а от "малого" — "меньшее", а этому бы не следовало быть, если бы эти слова выражали категорию отношения. [Стало быть], они не принадлежат категории отношения» [Tannery, 1887, 115. 5–15].

С помощью такого метода проверки образованием сравнительной степени Продром предлагает определить, можно ли отнести то или иное понятие к категории отношения. Это действительно интересно в сравнении с Аристотелем в том смысле, что Аристотель также использует эти свойства для того, чтобы исследовать отличительные признаки разных категорий: «допускать/не допускать противоположности» (*ὑπάρχει δὲ καὶ ἐναντιότης ἐν τοῖς*), «допускать/не допускать большую или меньшую степень» (*τὸ μᾶλλον καὶ τὸ ἧττον ἐπιδέχεσθαι*). Например, Порфирий в «Комментарии к "Категориям" Аристотеля» в главе «О количестве» показывает, что количеству не свойственно допускать большую или меньшую степень в том смысле, что нельзя быть в большей степени количеством или в меньшей степени количеством [Busse, 1887, 110. 23–24].

Согласно Аристотелю, «соотнесенное, видимо, допускает большую и меньшую степень. В самом деле, о чем-то говорят как о сходном или несходном в большей или меньшей степени, так же как о равном и неравном в большей или меньшей степени, причем каждое из них есть соотнесенное: о сходном говорят как о сходном с чем-то и о неравном — как о неравном чему-то. Однако, не все соотнесенное допускает большую или меньшую степень: о двойном не говорится как о двойном в большей и в меньшей степени, не говорится так ни о чем другом в этом роде» [Minio-Paluello, 1949, 6 b 20–25].

Феодор Продром как будто не замечает, что Аристотель допускает разные варианты: что помимо понятий двойного и половинного (классического примера соотнесенных понятий) есть еще понятия, допускающие другие возможности, в том числе такие понятия, которые допускают большую и меньшую степень. Продром же ограничивает категорию соотнесенного только одним типом понятий, которые подобны паре двойное/половинное. Такое ограничение обусловлено скорее теми правилами игры, которые придумал сам Продром (или почерпнул из византийской комментаторской традиции), чем текстом Аристотеля.

4. Аргумент от практики использования падежей

Далее Феодор Продром предлагает еще более интересный аргумент от практики использования падежей, который можно было бы условно назвать «методом проверки падежами»: «То, каковы [вещи, принадлежащие категории] отношения, явствует из *ἀκολούθησις* и *ἀντιστροφή*, которые поделены между всего лишь тремя падежами. Или *ἀπόδοσις* и *ἀντιστροφή* должны быть в родительном падеже (как обстоит с отношением отца и сына). Или *ἀπόδοσις* — в родительном падеже, а *ἀντιστροφή* — в дательном (как в отношении науки (*τῆς ἐπιστήμης*) и познаваемого (*τοῦ ἐπιστητοῦ*). Или и *ἀπόδοσις* и *ἀντιστροφή* — в дательном (как в отношении подобного и неподобного (*τοῦ ὁμοίου καὶ ἀνομοίου*). Или и *ἀπόδοσις* и *ἀντιστροφή* — в винительном и дательном соответственно (как действие и страдание (*ἐνέργεια καὶ πάθος*)). И то, что не попадает ни в один из указанных случаев и объясняется както иначе, таковое, мне представляется, очевидно чуждо категории отношения. А "великое" и "малое" действительно не могут быть определены ни по одному из определенных нами определений (*κατ' οὐδεμίαν ἀποδοθείη τῶν ἀποδοθεισῶν ἀποδόσεων*). Следовательно, они не относятся к категории отношения, поскольку они не определяются ни одним из способов, о которых мы сказали. Было бы смешно и поистине по-варварски говорить, что "малое — великого малое" или "великим малое" и наоборот. Если кто-нибудь изобретет вдобавок к сказанному еще и четвертое определение (*ἀπόδοσις*), т. е. еще четвертый способ объяснения, и направит рассуждение таким образом: а именно скажет, что "великое является великим по отношению к малому", а "малое — к великому", то такой человек пусть знает, что он большую часть сущностей щедро передает категории отношения. Ибо о теле говорится, что оно относится к бестелесному, неодушевленное — к душе, бессмертное — к смертному, и вообще все совсем различительные родов различия (*διαιρετικαὶ τῶν γενῶν διαφοραί*) будут принадлежать к категории отношения» [Tannery, 1887, 115. 25–32].

В этом пункте Феодор Продром расходится сразу же и с Аристотелем, и с Порфирием. Согласно Аристотелю, допустимо рассматривать нечто с точки зрения категории отношения, а в другом смысле — с точки зрения любой другой категории. Порфирий также допускает такую возможность. Понятия «отец» и «сын» – это тоже сущности с одной точки зрения, но с другой точки зрения — это категория отношения. Порфирий ради этого различает абсолютный (*ἁπλῶς, κυρίως, καθ᾽ αὑτό*) и относительный (*πρός τι, κατὰ συμβεβηκός*) смысл использования понятий. Т. е. если мы рассмотрим их с точки зрения их отношения — то они будут подлежать категории отношения, а если мы определим их как человека и живое существо — то категории сущности. И эта возможность различных рассмотрений по каким-то причинам не устраивает Продрома.

Порфирий также использует метод учета падежей при разговоре о категории отношения, однако в несколько другом контексте: для Порфирия важно построить классификацию разных грамматических проявлений соотнесенных понятий в греческом языке.

Диалог Порфирия «Комментарий к “Категориям” Аристотеля» построен как беседа Вопроса и Ответа, в которой есть несколько глав, посвященных рассмотрению понятий великого и малого. В одном из таких фрагментов Ответ говорит Вопросу, что есть разные грамматические возможности выразить отношение понятий в языке:

> В. И что такое соотнесенные понятия?
>
> О. Как в случае других категорий, невозможно дать им определения с точки зрения самого общего рода (*γενικώτατον*), но это возможно — с помощью суждения выразить их суть — и это то, что делает Аристотель. Он говорит: «соотнесенные понятия — это те вещи, о которых говорится, что они, будучи сами собой, являются отнесенными к чему-то другому, или как-то иначе соотносятся с чем-либо» (*ἢ ὁπωσοῦν ἄλλως πρὸς ἕτερον*) ([Busse, 1887, 111. 16–20]; ср. [Minio-Paluello, 1949, 8 a 29–33]).

Потом Ответ уточняет, что под отношение всегда подпадают по меньшей мере два (или более) понятий. После этих уточнений Ответ выстраивает классификацию всех возможных грамматических проявлений соотнесения понятий:

В. Но что он прибавляет после? Что он хотел этим добавить и что он имеет в виду под «или как-то иначе соотносятся с чем-либо» (*ἢ ὁπωσοῦν ἄλλως πρὸς ἕτερον*)?

О. Я полагаю, что говоря, что эти вещи называются соотнесенными, что, будучи сами собой, они соотносятся с чем-то еще, он утверждает, что соотнесенные понятия не абсолютны, а существуют, соотносясь друг с другом, и что о некоторых вещах говорится, что они соотнесены с другими вещами так, что оба слова сказываются с помощью одного и того же падежа (*τινὰ μὲν ἑτέρων λέγεται κατὰ πτῶσιν τὴν αὐτὴν ἄμφω*), тогда как другие — с помощью разных падежей (*τινὰ δὲ καθ' ἑτέραν καὶ ἑτέραν*), а другие не сказываются с помощью грамматических падежей вообще (*τινὰ δὲ οὐ κατὰ πτῶσιν*) [Busse, 1887, 111. 30 — 112. 4].

Интересно, что, в отличие от Продрома, Порфирий включает случай понятий великого и малого в классификацию соотнесенных понятий, несмотря на то (или даже вопреки тому), что они не подпадают ни под один случай использования падежей, добавляя к классификации соотнесенных понятий еще один случай, который он обозначает с помощью цитаты из текста «Категорий»: «как-то иначе соотносятся с чем-либо» [Minio-Paluello, 1949, 8 a 29–33]. Для Продрома это «иначе» является основанием не относить понятия великого и малого к категории отношения, а для Порфирия, наоборот, это является основанием включить эти понятия в эту категорию на основании добавления соответствующего пункта классификации соотнесенных понятий:

О. Те соотнесенные понятия, которые образуются с помощью одного и того же падежа: это понятия типа «отец» и «сын»: «отец» — это «сына отец», так же как и «сын» — «отца сын». Слово, от которого образуется отношение, дается в именительном падеже (*κατ´ ὀρθὴν εἴρηται πτῶσιν*), а слово, которое соотнесено, — в родительном падеже (*κατὰ γενικήν*). Аналогично с понятиями господина и раба. Эти соотнесенные понятия соответствуют друг другу в порядке словообразования. А «чувство» — это всегда «чувствуемого чувство» (*αἴσθησις δὲ αἰσθητοῦ αἴσθησις*) — эта пара подпадает под другой грамматический случай, в котором слово, от которого образуется отношение, дается также в именительном падеже, а слово, которое соотнесено, — в родительном, но в обратном случае — слово, от которого образуется

> отношение, дается в именительном, а слово, которое соотнесено, — в дательном (*κατὰ δοτικὴν*), а не в родительном: «чувствуемое» — это всегда «чувством чувствуемое» (*αἰσθητὸν αἰσθήσει αἰσθητόν*). В связи с этим в данном случае грамматические падежи будут разными для разных сторон отношения. «Великое» используется как соотнесенное с «малым», но никто не скажет, что оно «великое малым великое» или «великое малого великое», ни то, что «малое — это великого малое» или «малое — великим малое», но если кто-то и будет мыслить их как соотнесенные (*ἐπινοίᾳ ἐπινοεῖται*), то не будет использовать ни один из этих падежных способов (*κατ' ἐκφορὰν δὲ οὐκέτι πτωτικὴν*). Таким образом, эти понятия «как-то иначе соотносятся с чем-либо» (*ὁπωσοῦν ἄλλως πρὸς ἕτερον ἔχει*), но грамматически это выражается не так, как в случае других соотнесенных понятий или вообще без использования падежей. Но о всех из них, поскольку они есть то, что они есть, не говорится, что они существуют сами по себе, но в соотнесении с чем-то другим [Busse, 1887, 112. 8–21].

В этом отношении отдельным интересным историко-логическим исследованием может стать анализ комментаторской традиции по вопросу о «великом» и «малом» от Симпликия и Аммония Александрийского до Феодора Продрома. В частности, было бы интересно выявить момент, в который происходит сдвиг в осознании разных возможностей отнесения понятий к категориям: от аристотелевского и Порфириева не строгого отнесения до продромовского строгого (взаимоисключающего).

Также интересно отметить, что Порфирий включает «большее» и «меньшее» в классификацию видов соотнесенных понятий, несмотря на метод падежей. Он не противопоставляет, а отождествляет случай «великого» и «малого» со случаем «двойного» и «половинного», а Продром — наоборот: интересная эволюция в комментаторской традиции, и отдельным интересным вопросом было бы выяснение того, чем этот сдвиг мог быть мотивирован:

> В. Какие же примеры приводит Аристотель?
>
> О. «Большее» — это «большее [по отношению к] меньшему» (*τὸ μεῖζον ἐλάττονος μεῖζον*), а «меньшее» — это «меньшее [по отношению к] большему» (*τὸ ἔλαττον μείζονος ἔλαττον*), а ткаже «двойное» — «двойное половинного» (*τὸ διπλάσιον ἡμίσεως διπλάσιον*), а «половинное» — «половинное двойного» (*ἥμισυ διπλασίονος ἥμισυ*). Он также упоминает обладание (*ἕξις ἐκτοῦ*

> *ἕξις, τὸ δὲ ἑκτὸν ἕξει ἑκτόν*), расположение (*διάθεσις*), восприятие (*αἴσθησις*), знание (*ἐπιστήμη*) (ср. [Minio-Paluello, 1949, 6 a 37 — 6 b 3]). Все упомянутые примеры — будучи вещами сами-ми по себе, соотнесены с чем-то другим, но они не все удовлетворяют одним и тем же грамматическим образцам (*κατὰ τὴν αὐτὴν πτῶσιν ἀντιστρέφει ἀλλήλοις*). Т. е. знание — познаваемого знание (*ἐπιστήμη ἐπιστητοῦ ἐπιστήμη*), а чувство — чувствуемого чувство (*αἴσθησις αἰσθητοῦ αἴσθησις*), но то, что познаваемо, есть не «познаваемое знания» (*οὐκέτι δὲ τὸ ἐπιστητόν ἐπιστήμης ἐπιστητόν*), а «познаваемое знанием» (*ἐπιστήμῃ ἐπιστητόν*), так же как и «чувствуемое» не есть «чувствуемое чувства» (*οὐδὲ τὸ αἰσθητὸν αἰσθήσεως αἰσθητόν*), но «чувствуемое чувством» (*αἰσθήσει αἰσθητόν*) ([Busse, 1887, 112. 22–32]: ср. [Minio-Paluello, 1949, 11 a 37–38]).

В этом отношении Порфириева трактовка аристотелевской мысли не соответствует продромовской трактовке:

> В. А какие примеры он приводит относительно тех вещей, которые «как-то иначе соотносятся с чем-либо» (*τῶν δὲ ὁπωσοῦν ἄλλως πρὸς ἕτερον λεγομένων*)?
>
> О. Аристотель самолично прояснил дело, поскольку после добавления фразы «как-то иначе соотносятся с чем-либо» он продолжает примером про гору: «о горе говорится, что она велика» (ср. [Minio-Paluello, 1949, 6 b 7–8]). Потому что о горе говорится, что она велика, в отношении малой горы. Но это выражается не с помощью падежей (*οὐχὶ καὶ τῇ πτώσει*), поскольку не говорится, что «великая гора» есть «великая гора малой горы» (*οὐ γὰρ λέγεται τὸ μέγα μικροῦ μέγα*), также не говорится, что и «малая вещь» — это «малая вещь великой вещи» (*οὐδὲ τὸ μικρὸν μεγάλου μικρόν*), но скорее говорится, что «великая вещь» — «больше, *чем* меньшая вещь» (*τὸ μεῖζον μικροτέρου μεῖζον*), а «меньшая — меньше, *чем* большая» (*τὸ μικρότερον μείζονος μικρότερον*) [Busse, 1887, 112. 33–113. 2].

Таким образом, Порфириев пример соотнесенных понятий, которые «как-то иначе соотносятся с чем-либо», у Продрома превращается в случай, который «не подпадает ни под один из указанных случаев и объясняется как-то иначе» [Tannery, 1887, 115. 27–28], что, с точки зрения Феодора Продрома, должно быть «чуждым категории отношения» [Tannery, 1887, 115. 29].

5. Аргумент от эстетики порядка категорий

Этот аргумент можно считать продолжением предыдущего аргумента (поскольку речь также идет о грамматических случаях выражения соотнесенных понятий в языке с помощью падежей или «как-то иначе»), однако есть основание выделить его все-таки в отдельный случай, поскольку в нем ярче выражена причина, по которой Продрому не хотелось бы относить понятия великого и малого к категории отношения. И эта причина — чисто эстетического порядка: «Если кто-нибудь изобретет вдобавок к сказанному еще и четвертое объяснение (*ἀπόδοσις*) и направит рассуждение таким образом, а именно: скажет, что “великое” является “великим по отношению к малому”, а “малое — к великому”, то такой человек пусть знает, что он большую часть сущностей щедро передает категории отношения. Ибо о теле говорится, что оно относится к бестелесному, неодушевленное — к одушевленному, бессмертное — к смертному, и вообще все совсем различительные различия родов (*διαιρετικαὶ τῶν γενῶν διαφοραί*) будут принадлежать к категории отношения. А к какой это привело нелепости (*ἀτοπίας ἐξώλισθεν*), сказано выше» [Tannery, 1887, 116. 1–8].

Однако Продром совершенно не объясняет, почему бы и нельзя так щедро передать все понятия этой категории в определенном отношении. Нелепость, к которой должно привести допущение, что эти понятия принадлежат категории отношения, заключается в том, что, с его точки зрения, в таком случае и другие виды аристотелевских противолежащих понятий (*τὰ ἀντικείμενα*) необходимо отнести к категории отношения. Однако, как мы пояснили выше, разбирая первый аргумент, связанный с порядком категорий, такой вывод Продрома основан скорее на софизме или ошибке, чем на действительном косвенном доказательстве.

И если Аристотель вводит в конце трактата «Категории» более общее понятие видов противолежания (*τὰ ἀντικείμενα*) и даже рассматривает соотнесенное как один из случаев противолежания, то Порфирий, наоборот, делает именно так, как говорит Продром («изобрел вдобавок к сказанному еще и четвертое определение»), т. к. добавляет четвертый пункт к классификации случаев выражения в языке понятий категории отношения и действительно «щедро» утверждает, что все они в каком-то смысле могут быть отнесены к категории отношения.

У Порфирия в большей степени, чем у Аристотеля и Продрома, важную часть рассуждений занимает исследование вопроса о свойствах категорий и основаниях отнесения того или иного понятия к категориям:

> В. Исследуй каким-то образом, является ли наличие противоположности или отсутствие противоположности — признаком

собственным (*ἴδιον*) категории отношения (*τῶν πρός τι*) [Busse, 1887, 113. 31–33].

<...>

О. Я утверждаю, что категории соотнесенного свойственна противоположность (*ἐν τοῖς πρός τί ἐστιν ἐναντιότης*) [Busse, 1887, 114. 1].

<...>

О. Например, добродетель и порок — это противоположности (*ἐναντίον ἐστίν*) [Busse, 1887, 114. 3].

<...>

В. Но почему он далее говорит, что добродетель и порок — это качества (*ποιότητα*)?

О. Он говорит это позже, когда утвреждает, что обладания (*ἕξεις*) — это качества (*ποιότητας*) (ср. [Minio-Paluello, 1949, 11 a 37–38]). Потому что ничего нам не препятствует одну и ту же вещь относить к разным категориям с разных точек зрения (*τὸ αὐτὸ γὰρ πρᾶγμα κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο οὐδὲν κωλύεται εἰς πλείους κατηγορίας ἀνάγεσθαι*) [Busse, 1887, 114. 7–9].

Необходимо отметить отдельно, что для Порфирия, как и для Аристотеля, важно, что одна и та же вещь может быть в разных отношениях отнесена к разным категориям, а вот Продром как в диалоге «Ксенедем» отдельно, так и в этом небольшом трактате о «великом» и «малом» полагает, что у такой возможности отнесения есть ошибочная предпосылка, нарушающая такое правило деления понятий, как, например, правило касательно того, что все члены деления должны взаимно исключать друг друга. Однако что у Аристотеля, что у Порфирия подход к делению сущего на категории не совпадает с подходом к процедуре деления понятий.

6. Аргумент от требования однозначности понятий

Еще интересен следующий аргумент Продрома, который можно считать продолжением третьего его аргумента от образования сравнительных степеней. Он связан скорее с требованием однозначности употребления понятий и чем-то похож на «бритву Оккама»: «И еще, если в отношении "малого" и "великого" говорится "величина", то следует спросить, это сказывается само по себе или привходящим образом? Если само по себе, то и то, и другое являются количеством соименно (*συνωνύμως*), поскольку "величина" сказывается о них обоих, а величина есть количество. Если же “величина” говорится о них привходящим образом как “человек” — в отношении сына и отца, тогда следует спросить, что значит “больше” и “меньше” и для чего они изобретены. Ибо если “меньшее” и “большее” то же самое, что “малое” и “великое”, то какова нужда в обилии имен (*ἡ χρεία τῆς πολυωνυμίας*)? А если “меньшее” и “большее” есть нечто другое, то очевидно, что о “большем” говорится, что оно “большее чего-то меньшего”, и наоборот. Стало быть, несомненно, что “великое” есть что-то другое и не принадлежит категории отношения» (*λείπεται ἕτερόν τι καὶ οὐ πρός τι τὸ μέγα εἶναι*) [Tannery, 1887, 116. 9–19].

Силлогизм таков: если «большее» и «меньшее» принадлежат категории отношения и являются сравнительной степенью от «великого» и «малого», и при этом не равны по значению «великому» и «малому», то «великое» и «малое» не есть категория отношения или должны совпадать по значению с «большим» и «меньшим», что не так.

7. Аргумент в пользу отнесения к одному из видов противолежания

Решив далее, что то, что «великое» и «малое» — это не категория отношения, доказано, Феодор Продром поясняет, что они противопоставлены друг другу как противоположные (т. е. как один из четырех видов противолежания (*τὰ ἀντικείμενα*), отмеченных еще Аристотелем в «Категориях»). Последним аргументом Продрома в этом тексте является следующий: «И еще противоположные (*τὰ ἐναντία*) переходят одно в другое, если есть нечто, способное воспринимать эти противоположности, как, например, горячее — в холодное, порок — в добродетель. С тем же, что принадлежит категории отношения, такого не происходит по необходимости. Ибо чувство не переходит в чувствуемое, а знание — в знаемое. А малое переходит в великое, если есть нечто воспринимающее [эти свойства]. Следовательно, эти [свойства] противоположны и не связаны с категорией отношения» [Tannery, 1887, 118. 2–7]. У Аристотеля «великое» и «малое» тоже относятся к противоположностям как виду противолежания, а не к соотнесенному как другому виду противолежания, хотя в другом отношении относятся и к соотнесенному. Путаница, возможно, здесь происходит из-за того, что и то, и другое (и противоположности, и соотнесенные понятия) — это виды некоторого более общего понятия отношения, которое у Аристотеля и называется противолежанием (*τὰ ἀντικείμενα*).

С другой стороны, возможно противоположности (*τὰ ἐναντία*) тоже рассмотреть как разновидность отношения (как, например, двуместное отношение в современной логике). Но Аристотель понимает отношение несколько иначе — в более узком смысле, т. е. в смысле категории отношения, а не в смысле любого произвольного двуместного отношения. Более близким к современному пониманию двуместного отношения (хоть и не эквивалентным) будет аристотелевское понятие противолежания (*τὰ ἀντικείμενα*). Понятие «противолежание» используется Аристотелем для классификации четырех видов двуместных отношений: этот термин действительно объединяет и противоположные, и соотнесенные понятия: нечто, у чего два элемента — «белое» подразумевает «черное», а «черное» — «белое», но это противоположности, а «знание» подразумевает «познаваемое», но это отношение. Поэтому противолежания (*τὰ ἀντικείμενα*) — это отношение в широком смысле, а не в аристотелевском смысле категории отношения. Продром же, возможно, умышленно, а возможно, и нет, смешивает эти типы отношений с целью получения нужных ему категоричных выводов: в самом конце он делает вывод, что эти понятия принадлежат к противоположному виду противолежания (*τὰ ἐναντία*), а не к тому виду, к которому принадлежат понятия, сопоставленные как отношение.

Свойство «переходить друг в друга» является для Продрома показателем противоположных понятий (*τὰ ἐναντία*): противоположности переходят друг в друга. При этом соотнесенные понятия друг в друга не переходят, а «малое» переходит в «великое» и обратно. Следовательно, эти понятия, с точки зрения Феодора Продрома, не относятся к категории отношения. А отнесение к противоположностям (*τὰ ἐναντία*) несовместимо, с его точки зрения, с отнесением к соотнесенному. Необходимо отметить, что это является аргументом только для Продрома, но никак не для Аристотеля и Порфирия. В самом конце трактата Продром формулирует свой вывод так: «следует считать, что великое и малое противоположны. А тем, кто так не считает, им следует говорить как кому угодно», что можно трактовать двояко: и как допущение плюрализма в организации самой логики, и как, наоборот, выражение невозможности мыслить иначе, поскольку «нелепо» (*ἀτοπία*) [Tannery, 1887, 116. 8].

У Порфирия по-другому выстраивается рассуждение о том, относить ли понятия великого и малого к противоположностям и/или к категории соотнесенного:

> О. «Горькое» и как противоположность «сладкое» сказываются и мыслятся сами по себе (*καθ' ἑαυτὸ λέγεται καὶ νοεῖται*). И даже если бы горькое не существовало, то сладкое могло бы мыслиться само по себе, так же как и если бы сладкое не существовало, то горькое могло бы мыслиться само по себе. Но невозможно говорить о «великом» и «малом», «многом» и «немногом» как прежде всего существующих в самих себе, но необходимо мыслить их вместе, одно с другим (*οὐκ ἔστι καθ' ἑαυτὰ πρῶτον εἰπεῖν,*

> *ἀλλὰ ἀνάγκη συνεπινοεῖσθαι*). Потому что это невозможно — говорить или мыслить что-то как великое, если не соотносить его с чем-то еще, в отношении чего говорится, что эта вещь велика. Это же справедливо и для остальных трех понятий («малое», «многое» и «немногое»). Поскольку никто не способен сказать, что он мыслит что-то определенное (*ὁριστόν ἐστι νοῆσαι*), когда слышит слова «великое» или «малое», «многое» или «немногое». А если так, то о вещах, которые допускают противоположность (*τὰ μὲν ἔχοντα ἐναντιότητα*) [по отношению к себе], может быть сказано, что они существуют сами по себе (*καθ' ἑαυτὰ*) в основном смысле (*πρώτως*), но о выше указанных четырех [понятиях] не может быть сказано, что они существуют сами по себе в основном смысле, поэтому они, пожалуй, не относятся к противоположностям (*τὰ δὲ τέτταρα τὰ εἰρημένα οὐκ ἔστιν εἰπεῖν πρώτως καθ' ἑαυτά, οὐκ ἂν ἐπιδέχοιτο ἐναντιότητα*) [Busse, 1887, 109. 30 — 110. 5].

Если у Продрома аргумент к отличию соотнесенных понятий и противоположных понятий — это отсутствие или наличие свойства перехода одного в другое, то у Порфирия — это возможность или невозможность мыслить понятия сами по себе. Т. е. с точки зрения Порфирия, даже то, что может переходить в свою противоположность, но при этом может мыслиться само по себе, тоже не будет принадлежать категории соотнесенного (как понятия горького и сладкого). Или то, что может переходить в свою противоположность, но при этом не может мыслиться само по себе, то будет принадлежать категории соотнесенного (как понятия великого и малого).

В этом фрагменте интересно также то, что здесь для Порфирия неопределенность количества в случае понятий великого и малого — это аргумент к невозможности мыслить понятие само по себе. Следовательно, неопределенность количества — повод отнести понятие не только к категории количества, но также и к категории отношения, ведь получается, что в этом случае без соотнесенного неясен и сам смысл.

Еще один аргумент, почему «великое» и «малое» не противоположности, выглядит у Порфирия следующим образом:

> О. Если «великое» и «малое» будут мыслиться как противоположности (*τὰ ἐναντία*), то если сравнить вещь с чем-то большим (*τὸ μεῖζον*), чем она, то вещь будет казаться небольшой (*μικρόν*), но по сравнению с чем-то еще меньшим (*τὸ ἔλαττον*) — снова большой (*μέγα*), то вещь окажется противоположной самой себе (*αὐτὸ ἑαυτῷ ἐναντιοῦσθαι*). Вот поэтому «великое» и «малое» не

> противоположности (*ἐναντία*). Но если нет противоположности даже в этих, а также в пространстве, то тогда не будет никакой противоположности в количестве [Busse, 1887, 110. 6–13].

Важно заметить, что Порфирий этот пример приводит с совершенно другой, нежели Продром, целью: показать, что категории количества не свойственна противоположность и что даже понятиям великого и малого как неопределенным количествам также она не свойственна.

Продром тоже комментирует положение Аристотеля о том, что «если великое и малое противоположны, то противоположны в одном и том же, и оно само себе будет противоположным» [Tannery, 1887, 117. 4 — 6]. Однако Продром поясняет, что это рассуждение — паралогизм, а суть его в том, что не добавлено уточнение «в одном и том же отношении» (*πρὸς τὸ αὐτό*) [Tannery, 1887, 117. 18]. Однако у Порфирия несколько другой контекст: важно помнить, что это размышление о «великом» и «малом» инициируется Порфирием для того, чтобы доказать, что количеству ничего не противоположно, причем ни определенному количеству, ни неопределенному. Коротко последовательность аргументов Порфирия можно перечислить следующим образом:

1. «Великое» и «малое» не принадлежат категории количества.

2. «Великое» и «малое» — количества не в собственном смысле, но скорее соотнесенные понятия.

3. Они же не являются и противоположностями, т. к. противолежат друг другу не как противоположности, но скорее как соотнесенные понятия. Другими словами, они не противоположности (*τὰ ἐναντία*), а противолежащие (*τὰ ἀντικείμενα*).

4. «Великое» и «малое» — не только соотнесенные понятия, но также понятия, выражающие неопределенное количество.

5. «Великое» и «малое» используются в двух смыслах: в абсолютном (как неопределенное количество) и в относительном (как части отношения больше/меньше).

6. «Великое» и «малое» не мыслятся сами по себе (но только в сравнении с чем-то).

7. Противоположностями могут быть только те вещи, которые могут существовать и мыслиться сами по себе. А «великое» и «малое» не могут мыслиться сами по себе, следовательно, они не противоположности.

Выводы Порфирия и Продрома хоть и различны, но весьма примечательны: оба автора вынуждены сделать свои выводы в силу определенным образом истолкованных «Аристотелевых» правил игры. Придерживаясь этих правил, каждый приходит хоть и к различным, но в обоих случаях контринтуитивным выводам или по меньшей мере — неочевидным, но в любом случае нуждающимся в пояснениях.

Порфирий даже утверждает, что после категории количества у Аристотеля идет категория отношения именно в связи с тем, что разговор о «великом» и «малом» как о количестве нужно продолжить разговором о них же, но как о соотнесенном, — т. е. вопрос об этих понятиях настолько важен, что на его решении устроена даже сама последовательность изложения категорий у Аристотеля:

> В. Какова третья категория по порядку после количества?
>
> О. Категория отношения.
>
> В. А почему не качество?
>
> О. Потому что когда количества — длина, ширина, глубина — привходят в бытие, вместе с ними привходят (*ἐπιγίνεται*) и «большее» и «меньшее» как отношения. И по этой причине после главы о количестве уместна глава об отношении: поскольку он упоминал уже соотнесенные понятия в главе о количестве. Так что это было бы легче показать, что понимается под «великим» и «малым», «многим» и «немногим», если бы он сразу же пояснил, что такое соотнесенные понятия [Busse, 1887, 111. 6–13].

Продром с Порфирием расходятся в том числе и по поводу того, к какому виду четырех видов противолежания принадлежат понятия великого и малого:

> В. А другим количествам присуща противоположность (*ἐναντίωσις*)?
>
> О. Если определенным количествам (*ἐν μὲν τοῖς ὡρισμένοις*), то нет, а неопределенным количествам (*ἐν δὲ τοῖς ἀορίστοις ποσοῖς*), кажется, может быть присуща противоположность.
>
> В. Что же является неопределенным количеством?
>
> О. Те [понятия], которые выражаются с помощью слов «многое» и «немногое», «великое» и «малое». То, чего много или немного или что велико или невелико, определенно является количеством.

> В. Но это количества в основном смысле (*κυρίως*)?
>
> О. Кажется, что нет.
>
> В. Почему?
>
> О. Т. к. они не означают количества, но скорее отношение (*οὐδὲ γὰρ σημαίνει ποσόν, ἀλλὰ μᾶλλον πρός τι ἂν εἴη*).
>
> В. И что? Они противоположности (*τὰ ἐναντία*)?
>
> О. Нет, нисколько. Они противолежат (*ἀντίκειται*) друг другу, но противолежат не как противоположности, а как части отношения (*οὐχ ὡς τὰ ἐναντία ἀλλ' ὡς τὰ πρός τι*), так что даже если они принадлежат категории отношения, то они не противоположности (*τὰ ἐναντία*), а противолежания (*τὰ ἀντικείμενα*). [Busse, 1887, 107. 31 — 108. 8].

Также по-разному Продромом и Порфирием используется аргумент от относительного смысла понятий великого и малого:

> О. «Великое» и «малое», так же как и «многое» и «немногое», используются в двух смыслах — в абсолютном (*λέγεται τὸ μὲν ἁπλῶς*) и в относительном (*τὸ δὲ τῶν πρός τι*). [Busse, 1887, 108. 13–17]

Это различие Продром, кажется, совсем игнорирует, что подтверждается в том числе его утверждением из диалога «Ксенедем», где он учреждает следующее правило: «причислить понятие... к категории соотнесенного означает необходимость отделить его от всех остальных категорий» [Cramer, 1836, 208. 5–6], а также всей логикой рассуждений в данном трактате о великом и малом. Достаточно интересно было бы поставить вопрос о том, откуда в текстах Продрома такая тенденция. Это совсем не похоже на аристотелевский подход и, как мы попытались показать в данной статье, на подход Порфирия. Подход Продрома более похож на некоторый прототип теории множеств: если есть взаимоисключающие множества, то не может быть элемента, принадлежащего двум таким множествам. Однако непонятно, в какой момент развития византийской комментаторской традиции категории начинают восприниматься как взаимоисключающие множества: у Аристотеля и Порфирия это не так.

Согласно версии Порфирия, у Аристотеля понятия великого и малого рассматриваются только в относительном смысле — т. е. с точки зрения их отнесения к категории отношения, а их отнесение в абсолютном смысле к категории количества не рассматривается, хоть и подразумевается.

Продром же настаивает, что Аристотель относит эти понятия к категории отношения, но не к категории количества — и эта категоричность прочтения Продромом этих фрагментов Аристотеля его отличает от Порфириева прочтения. Впрочем, Продром осознает, что Аристотель не излагает в «Категориях» догматическое учение, а скорее «упражняется», квалифицируя логический статус суждений Аристотеля в «Категориях» как «риторические упражнения Аристотеля» (*τῆς Ἀριστοτέλους γυμνασίας ἐχόμενος*) [Tannery, 1887, 117. 4].

Заключение

Аристотель свойства «допускать/не допускать противоположности», «допускать/не допускать большую или меньшую степень», а также другие подобные свойства использует для того, чтобы исследовать отличительные признаки разных категорий. Вот почему так важно разобраться, к какой категории относятся понятия «великого» и «малого», ведь само отнесение этих понятий к той или иной категории может изменить наши выводы о свойствах самой категории. Разговор об этих понятиях важен не только в теоретическом, но и в метатеоретическом отношении: ведь они являются своеобразным индикатором различия категорий и создают действительную сложность в классификации, если применять правила деления понятий к делению на категории. Однако что у Аристотеля, что у Порфирия к категориям эти правила неприменимы: у Аристотеля и Порфирия несколько другой контекст, и они могут рассматривать различные понятия с точки зрения разных категорий. Продром же считает эту возможность паралогизмом и зачастую, споря с Аристотелем, полемизирует скорее с аргументами Порфирия, причем выстраивает свой текст так, что он спорит, как ему кажется, с самим Аристотелем, используя аргументы Аристотеля, но на самом деле он спорит скорее с Порфирием, иначе поворачивая его же аргументы.

Литература

Аристотель, 1978 – *Аристотель.* Категории // *Аристотель.* Соч.: в 4 т. Т. 2. М.: Мысль, 1978. 687 с.

Гончарко, Черноглазов, 2015 – *Гончарко О.Ю., Черноглазов Д.А.* «Ксенедем» Феодора Продрома: возрождение платоновского диалога в Византии XII века // Вестн. РХГА. 2015. Т. 16. № 4. С. 30–38.

Гончарко, Черноглазов, 2016a – *Гончарко О.Ю., Черноглазов Д.А.* Платоновский диалог «Ксенедем» Феодора Продрома: псевдоантичные герои и их византийские прототипы // Schole. 2016. Т. 10. № 2. С. 571–582.

Гончарко, Черноглазов, 2016b – *Гончарко О.Ю., Черноглазов Д.А.* Логические идеи Феодора Продрома: «Ксенедем, или Гласы» // Логические исследования. 2016. Т. 22. № 2. С. 91–122.

Busse, 1887 – Porphyrii isagoge et in Aristotelis categorias commentarium // Commentaria in Aristotelem Graeca 4.1 / Ed. by A. Busse Berlin: Reimer, 1887. P. 1–22.

Cramer, 1836 – *Cramer J.A.* Theodorus Prodromus. Xenedemus, sive Voces // Anecdota Graeca e codd. manuscriptis bibliothecarum Oxoniensium. 1836. Vol. 3. P. 204–215.

Minio-Paluello, 1949 – Aristotelis categoriae et liber de interpretatione / Ed. L. Minio-Paluello. Oxford: Clarendon Press, 1949. P. 3–45.

Tannery, 1887 – Théodore Prodrome, Sur le grand et le petit / Ed. P. Tannery // Annuaire de l'Association pour l'encouragement des études grecques en France. 1887. T. 21. P. 104–119.

Oksana Yu. Goncharko, Yaroslav A. Slinin,
Dmitry A. Chernoglazov

Theodoros Prodromos' logical works: "On the great and the small"

Oksana Yu. Goncharko
St-Petersburg State University,
7/9 Universitetskaya emb., St-Petersburg, 199034, Russian Federation.
E-mail: goncharko_oksana@mail.ru

Yaroslav A. Slinin
St-Petersburg State University,
7/9 Universitetskaya emb., St-Petersburg, 199034, Russian Federation.
E-mail: slinin@mail.ru

Dmitry A. Chernoglazov
St-Petersburg State University,
7/9 Universitetskaya emb., St-Petersburg, 199034, Russian Federation.
E-mail: d_chernoglazov@mail.ru

Abstract: This is the second in our series of articles concerning the logical treatises of the twelfth century Byzantine author Theodoros Prodromos. The subject of this paper is his treatise "On the Great and the Small" addressed to Michael Italikos and written in the tradition of neoplatonic commentary. The purpose of the article is to familiarize today's readers with Theodoros Prodromos' logical ideas and to analyze some of his commentaries on the "Categories" by Aristotle and the "Commentary on Categories" by Porphyry, assessing their originality.

This treatise is devoted to the problem of classifying the concepts of the "great" and the "small" as related to one of Aristotle's ten categories. However, the Aristotelian solution does not suit Theodoros Prodromos, because Aristotle does not classify these concepts as related to any particular category, but allows them to be referred to different categories (quantity and relation).

We have listed a number of arguments by Theodoros Prodromos that he uses to demonstrate that the concepts of the "great" and the "small" do not belong to the category of relation. Theodoros Prodromos' argumentation is rather detailed and sophisticated: he builds counterexamples to Aristotle's reasoning, criticizes the criteria for classifying the concepts into categories, analyzes the practice of using words and grammar cases in Greek and the list of categories in order to build a completely original argumentation against the Aristotelian solution resorting to Aristotle's text.

However, as we try to show in this paper, this short text by Theodoros Prodromos is very close to some fragments of the "Commentary on the Categories" by Porphyry, which also touches upon the problem of classifying the concepts of the "great" and the "small". Although, Theodoros Prodromos comes to conclusions that are somewhat different from Porphyry's, the use of fragments from his text is clear; it even seems that Theodoros Prodromos argues here against Porphyry, rather than against Aristotle.

Keywords: history of logic, medieval logic, Byzantine philosophy

For citation: Goncharko O.Yu., Slinin Ya.A., Chernoglazov D.A. "Logicheskie idei Feodora Prodroma: "O velikom i malom"" [Theodoros Prodromos' logical works: "On the great and the small"], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 11–35. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-11-35 (In Russian)

Acknowledgements. The research is supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no.18-011-00207.

References

Aristotle, 1978 – Aristotle. Kategorii, in: Aristotle. *Sochineniya v chetyrekh tomakh* [Collection of Texts in 4 Volumes]. Vol. 2. 1978. (In Russian)

Busse, 1887 – Busse, A. (ed.) "Porphyrii isagoge et in Aristotelis categorias commentarium", in: *Commentaria in Aristotelem Graeca 4.1.* Berlin: Reimer, 1887, pp. 1–22.

Cramer, 1836 – Cramer, J.A. "Theodorus Prodromus. Xenedemus, sive Voces", *Anecdota Graeca e codd. manuscriptis bibliothecarum Oxoniensium*, 1836, Vol. 3, pp. 204–215.

Goncharko, Chernoglazov, 2015 – Goncharko, O.Yu., Chernoglazov, D.A. ""Ksenedem" Feodora Prodroma: vozrozhdenie platonovskogo dialoga v Vizantii XII veka" [Theodoros Prodromos' "Xenedemos": Renaissance of Platonic Dialogue in the 12th century Byzantium], *Vestnik Russkoi Khristianskoi Gumanitarnoi Akademii* [Review of the Russian Christian Academy for the Humanities], 2015, Vol. 16, No. 4, pp. 30–38. (In Russian)

Goncharko, Chernoglazov, 2016a – Goncharko, O.Yu., Chernoglazov, D.A. "Platonovskii dialog 'Ksenedem' Feodora Prodroma: psevdoantichnye geroi i ikh vizantiiskie prototipy" [Platonic Dialogue "Xenedemos" by Theodoros Prodromos: Antique Protagonists and their Byzantine Prototypes], *Schole*, 2016, Vol. 10, No. 2, pp. 571–582. (In Russian)

Goncharko, Chernoglazov, 2016b – Goncharko, O.Yu., Chernoglazov, D.A. "Theodoros Prodromos Logical Works: 'Xenedemos, or Voices' ", *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2016, Vol. 22, No. 2, pp. 91–122. (In Russian)

Minio-Paluello, 1949 – Minio-Paluello, L. (ed.) *Aristotelis categoriae et liber de interpretatione*. Oxford: Clarendon Press, 1949, pp. 3–45.

Tannery, 1887 – Tannery, P. (ed.) "Théodore Prodrome, Sur le grand et le petit", in: *Annuaire de l'Association pour l'encouragement des études grecques en France*, 1887, Vol. 21, pp. 104–119.

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 36–58
УДК 16

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 36–58
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-36-58

Философия и логика
Philosophy and Logic

В.В. Долгоруков, А.О. Копылова

«Онтологический квадрат» и теоретико-типовая семантика*

Виталий Владимирович Долгоруков
Национальный исследовательский университет «Высшая Школа Экономики».
Российская Федерация, 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д.20.
E-mail: v.dolgorukov@gmail.com

Анастасия Олеговна Копылова
Национальный исследовательский университет «Высшая Школа Экономики».
Российская Федерация, 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д.20.
E-mail: a.o.kopylova@gmail.com

Аннотация: Настоящая статья посвящена конкретному эпизоду в большой дискуссии о соотношении семантики и онтологии, а именно поиску адекватной семантической интерпретации для набора сущностей, постулируемых так называемым «онтологическим квадратом» или «четырехкатегорными онтологиями».

Онтологическим квадратом называется теория, восходящая к работам Аристотеля (в частности, ко второй главе трактата «Категории») и утверждающая необходимость различения между четырьмя типами сущностей: субстанциальными универсалиями, субстанциальными партикуляриями, акцидентальными универсалиями, акцидентальными партикуляриями.

В программной статье «Против Фантологии» Б. Смит пытается продемонстрировать, что онтологический квадрат не может быть адекватно описан в рамках логики предикатов. Б. Смит упрекает Г. Фреге в том, что тот, будучи отцом современной логики, стал одновременно и отцом «фантологии», теории, в рамках которой все разнообразие сущностей сводится к объектам (‘a’) и предикатам(‘F’).

Избавление логики от «фантологии», с точки зрения Б. Смита, возможно благодаря обогащению логики предикатов целым набором отношений, которые соответствуют допущениям «онтологического квадрата» и тем самым обогащают постулируемую логическими теориями систему онтологических допущений. С нашей точки зрения, подход

* Статья подготовлена в результате проведения исследования (проект № 17–05–0040) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета “Высшая школа экономики” (НИУ ВШЭ)» в 2017–2018 гг. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5–100».

Б. Смита обладает рядом недостатков: формулируемая им теория рассматривает в качестве универсалий только предикаты разного типа. То есть богатая система отношений, которая предлагается в рассматриваемом подходе, не лишена «фантологических» черт: все рассматриваемые Б. Смитом отношения на уровне метаязыка соответствуют множеству кортежей.

В настоящей статье мы предлагаем другой вариант формализации сущностей, постулируемых «онтологическим квадратом», — вариант, который базируется на теоретико-типовой семантике и обладает рядом преимуществ перед подходом Б. Смита.

Мы оставляем за скобками вопрос об истинности или адекватности «онтологического квадрата» в качестве метафизической теории. Наш тезис носит более слабый характер: мы постарались продемонстрировать, что теоретико-типовая семантика может рассматриваться как релевантный инструмент для формализации сущностей, которые различаются в «онтологическом квадрате».

Ключевые слова: теория типов, онтологический квадрат, формальная семантика

Для цитирования: *Долгоруков В.В., Копылова А.О.* «Онтологический квадрат» и теоретико-типовая семантика // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 36–58. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-36-58

1. Введение

Данная статья посвящена конкретному эпизоду в большой дискуссии о соотношении семантики и онтологии, а именно поиску адекватной семантической интерпретации для набора сущностей, постулируемых так называемым «онтологическим квадратом» или «четырехкатегорными онтологиями» (см.: [Angelelli, 1967, Lowe, 2006, Lowe, 2013, Smith, 2005]), идея которого восходит еще к Аристотелю (см.: [Аристотель, 1978]).

Б. Смит [Smith, 2005] упрекает Г. Фреге в том, что тот, будучи отцом современной логики, стал одновременно и отцом страшного онтологического чудовища — «фантологии», теории, в рамках которой все разнообразие сущностей сводится к объектам (‘a’) и предикатам(‘F’): «...проводимое Г. Фреге различие между объектом и функцией попирает (rides roughshod) два традиционных онтологических различия — различие между субстанциями и свойствами и различие между партикуляриями и универсалиями» [Smith, 2005, с. 163].

Б. Смит предлагает вернуться назад к Аристотелю в счастливую «дофрегевскую» эпоху, когда логика еще не опиралась на столь бедную онтологическую теорию и не была заражена «фантологией».

Излечение логики от «фантологии», с точки зрения Б. Смита, возможно благодаря обогащению логики предикатов целым набором отношений, которые соответствуют допущениям «онтологического квадрата» и тем самым обогащают постулируемую логическими теориями систему онтологических допущений.

В настоящей статье мы предлагаем другой вариант формализации сущностей, постулируемых онтологическим квадратом, — вариант, который базируется на теоретико-типовой семантике и обладает рядом преимуществ перед подходом Б. Смита.

2. «Онтологический квадрат» и «Фантология»

2.1. «Фантология»

В статье «Против Фантологии» Б. Смит [Smith, 2005] утверждает, что в течение последних ста лет аналитическая философия находилась под серьезным влиянием теории, в соответствии с которой понимание реальности может быть схвачено через первопорядковую конструкцию 'Fa' (или 'Rab' для отношений), т. е. структура реальности изоморфна структуре логики предикатов.

Термин «фантология» ("fantology" происходит от выражения 'Fa'). С помощью этого обозначения подчеркивается, что в логике предикатов есть всего два синтаксически разных вида выражений, а следовательно, в реальности должно быть два согласованных с ними вида сущностей — общие (свойства) и единичные (объекты)[1].

Б. Смит относит к фантологам не только Г. Фреге, но и Платона, Г. Лейбница, И. Канта и Д. Юма, поскольку все они тем или иным образом указывали на язык как источник онтологических различий[2]. Важно отметить, что Б. Смит не обрушивается с критикой на саму логику предикатов, он скорее описывает, как некоторые онтологические установки, стоящие за ней, имплицитно определили развитие аналитической философии. Главный упрек Б. Смита фантологии, таким образом, сводится к тому, что общее и универсальное относится к предикату, а единичное — к объекту. В этом смысле все дополнительные категории сводятся к двум основным. Что теряется при подобной постановке вопроса? Для того чтобы это показать, Б. Смит предлагает упрощенную версию онтологического квадрата, изначально описанную И. Ангелелли [Angelelli, 1967, p. 11], а затем доработанную И. Лёве [Lowe, 2006], А. Бэком [Bäck, 2000], Л. Шнейдером [Schneider, 2009].

---

[1] Говоря о фантологии, Смит имеет в виду наиболее простые версии логики предикатов без функциональных констант.

[2] Нам кажется, что было бы уместным провести различие между фантологией в узком смысле (изоморфизм между структурой реальности и структурой логики предикатов) и в широком смысле (изоморфизм между структурой реальности и структурой языка).

2.2. «Онтологический квадрат»

Онтологическим квадратом называется теория, восходящая к работам Аристотеля (в частности, ко второй главе трактата «Категории») и утверждающая необходимость различения между четырьмя типами сущностей: субстанциальными универсалиями, субстанциальными партикуляриями, акцидентальными универсалиями, акцидентальными партикуляриями. Вторая глава трактата «Категории» уже в своем названии («Сказываемое о предмете и находящееся в предмете») обозначает два основных вида отношений, по которым строится квадрат и соответственно четыре класса объектов: «то, что говорится о подлежащем», «то, что находится в подлежащем», «то, что не находится в подлежащем» и «то, что не говорится о подлежащем» [Аристотель, 1978].

Как соотносятся два основных отношения в аристотелевской терминологии и традиционное позднейшее деление на субстанции, акциденции, универсалии и партикулярии? То, что не находится в подлежащем, — это субстанции, то, что находится в подлежащем, — акциденции, то, что говорится о подлежащем, — универсальное, то, что не говорится, — единичное, или партикулярное.

Таблица 1

Онтологический квадрат Аристотеля (версия Ангеллели)

	То, что не находится в подлежащем	**То, что находится в подлежащем**
То, что говорится о подлежащем	Человек	Белое
То, что не говорится о подлежащем	Этот человек	Это белое

Аристотель в «Категориях» объясняет это следующим образом: «я называю находящимся в подлежащем то, что, не будучи частью, не может существовать отдельно от того, в чем оно находится»[Аристотель, 1978], — именно поэтому то, что «не находится в подлежащем» является субстанцией в классической рецепции Аристотеля. Категория того, что «не говорится о подлежащем и не находится в подлежащем», — это, например, согласно Аристотелю, отдельный человек и отдельная лошадь. Развивает идею деления категорий Э. Лёве, у которого мы находим четырехчастную иерархию различных категорий [Lowe, 2006]:

- сущности на первом уровне делятся на универсалии и партикулярии;
- универсалии делятся на свойства и отношения, партикулярии – на конкретные и абстрактные;

- конкретное — на вещи и события;
- вещи на субстанциальные и несубстанциальные

Однако даже эта иерархия у Э. Лёве все равно рано или поздно сводится всего к двум основным видам категорий: универсальное и партикулярное, что делает остальные категории от них зависимыми, а не рядоположенными. Онтологический квадрат, который представлен в рассматриваемой статье Б. Смита [Smith, 2005], выглядит достаточно традиционным для рецепции Аристотеля образом: по вертикали он делится на универсалии и партикулярии, по горизонтали — на субстациональное и акцидентальное.

Таблица 2

Онтологический квадрат Аристотеля (по Б. Смиту)

	Субстанции	**Акциденции**
Универсалии	Вторая субстанция *человек* *кот*	Вторая акциденция *головная боль* *солнечный загар*
Партикулярии	Первая субстанция *этот человек* *этот кот*	Первая акциденция *эта головная боль* *этот солнечный загар*

От традиционного аристотелевского квадрата в первопорядковой логике предикатов остается только два основных угла — универсальное и единичное, или, говоря другим языком, свойства и объекты.

2.3. Решение Б. Смита

Б. Смиту в этом контексте кажутся принципиальными несколько моментов. Во-первых, традиционно в «фантологии» общность относится к предикату. Во-вторых, язык первопорядковой логики предикатов, разработанный Г. Фреге, Б. Расселом и А. Уайтхедом, в первую очередь и наиболее успешно применим к математическим выражениям, потому что объекты математики не существуют во времени и пространстве. Однако когда дело доходит до объектов, существующих эмпирически, ситуация оказывается сложнее — здесь важны категории действия, события, процессы и др.

Представленные в работе Э. Лёве три альтернативных пути описания свойств во времени в логике предикатов не кажутся Смиту удовлетворительными, а, напротив, по его мнению, заставляют платить слишком высокую цену[3]. Б. Смит предлагает ввести равнопорядковые категории, то

[3] Для Б. Смита выделение категории «процессуальности» является принципиальным, однако в данной статье мы сосредоточимся на других упущенных углах квадрата, хотя событие может быть описано как отдельный тип, но это находится за пределами рассмотрения данной работы.

есть расширить основную матрицу, превратив квадрат в секстет: по вертикали останется — универсальное и партикулярное, в то время как по горизонтали структура изменится, появится три новые категории — независимые континуэнтные сущности, зависимые континуэнтные сущности и оккурентные сущности (события и процессы).

Таким образом, в этом секстете выделяются не только индивидуальные и универсальные субстанции, но и индивидуальные и универсальные качества, а также индивидуальные и универсальные процессы. Примером первой категории (Смит называет их вторая субстанция и первая субстанция) могут быть человек, если мы говорим об универсалиях, и этот человек, если мы говорим о партикуляриях. Примером второй категории (второе качество и первое качество) могут быть головная боль, солнечный загар, если мы говорим об универсалиях, и соответственно эта головная боль, если мы говорим о партикуляриях. Примером третьей категории (вторичный и первичный процесс): хождение, мышление, в случае если мы говорим об универсалиях, «это хождение», «это мышление», в случае если мы говорим о партикуляриях.

Сущности в этих категориях связаны между собой различными формальными отношениями: экземплификации, партиципации, присущности, различения, инстанциации[4]. Итак, Б. Смит предлагает следующее решение: он предлагает добавить в язык логики предикатов следующие отношения:

- $=(x, y)$: x идентично y
- $Part(x, y)$: единичный x является частью y
- $Inst(x, y)$: единичный x инстанциирует универсальный y
- $Inhere(x, y)$: единичный x присущ индивидуальному y
- $Exemp(x, y)$: единичный x экземплифицирует свойство y
- $Dep(x, y)$: индивидуальный x зависит в своем существовании от универсального y
- $Is\_a(x, y)$: универсальный x является подвидом универсального y
- $Precedes(x, y)$: индивидуальный процесс x предшествует индивидуальному процессу y

[4]Перевод формальных отношений между категориями в статье Б. Смита является проблемным, поэтому авторами было принято решение калькировать большинство терминов с целью более точного сохранения смысла.

- $Has\_Participant(x, y)$: индивидуальный объект y участвует в индивидуальном оккуренте x
- $Has\_Agent(x, y)$: индивидуальный объект y агент индивидуального оккурента x
- $Realizes(x, y)$: индивидуальный процесс реализует индивидуальную функцию y

Отношения связи между различными сущностями в онтологическом секстете Б. Смита можно прояснить на нескольких примерах: субстанциальная партикулярия инстанциирует субстанциальную универсалию и экземплицифирует акцидентальную универсалию (или, иными словами, универсальное свойство). Так, например, «Джон — мудр» в этом подходе (см. [Smith, 2005, p. 167]) будет анализироваться как

$$Exemp(j, Wise)$$

Причем мудрость в этом контексте будет являться универсалией, «Джон — человек» станет

$$Inst(j, Human).$$

Акцидентальное и субстанциальное в данном подходе различаются благодаря разным типам отношений — инстанциации и экземплификации.

2.4. Проблемы решения Б. Смита

Мы бы хотели обратить внимание на ряд проблем, связанных с предлагаемым Смитом решением (существуют и другие решения (см. [Lowe, 2006, Schneider, 2009]), но они, как нам кажется, сталкиваются с похожими затруднениями).

Во-первых, стремясь преодолеть ограничения логики предикатов, Б. Смит формулирует теорию, которая в качестве универсалий рассматривает только предикаты разного типа. То есть богатая система отношений, которая предлагается в рассматриваемом подходе, не лишена «фантологических» черт: все рассматриваемые Б. Смитом отношения на уровне метаязыка соответствуют множеству кортежей (а номиналистическая онтология, в которой существуют только объекты и множества, крайне далека от представлений Б. Смита об онтологическом разнообразии сущностей).

Во-вторых, важное для «онтологического квадрата» различие между субстанциальным и акцидентальным в подходе Б. Смита сводится к различию между двумя предикатами $Inst(x, y)$ и $Exemp(x, y)$, разница между которыми определяется конкретной интерпретацией, а не самим внутренним устройством логической теории.

В-третьих, подход Б. Смита не позволяет композициональным образом анализировать произвольные фрагменты естественно-языковых конструкций. Б. Смит предлагает набор инструментов для формулировки достаточно богатой онтологической теории, но не демонстрирует, как могла бы выглядеть семантика для конкретных языковых выражений. Естественным возражением на упрек в некомпозициональности было бы рассмотрение грамматики Р. Монтегю (см.: [Montague, 1973, Montague, 1974]) в качестве композиционального расширения логики предикатов и попытка интеграции подхода Б. Смита и грамматики Р. Монтегю. Но мы постараемся продемонстрировать, что грамматика Р. Монтегю в той же степени не подходит для формализации онтологического квадрата, что и первопорядковая логика.

С нашей точки зрения, лучшей альтернативной для преодоления фантологии является иной способ семантического анализа, а не предлагаемая Смитом теория. В качестве инструментов для формализации сущностей, постулируемых «онтологическим квадратом», может быть использована теоретико-типовая семантика[5].

3. Основные идеи теоретико-типовой семантики

Теоретико-типовая семантика была предложена в пионерской работе А. Ранты [Ranta, 1994] и базируется на интуиционистской теории типов П. Мартина–Лёфа [Martin-Löf, 1984]. Этот подход получил развитие в работах Д. Луо, С. Чатзикириакидиса [Luo, 2012, Luo, 1999, Chatzikyriakidis, Luo, 2014, Chatzikyriakidis, Luo, 2017a], Р. Купера [Cooper, 2005], Г. Сандхолма [Sundholm, 1986, Sundholm, 1989], Д. Бэкки [Bekki, 2014] и др.

Теоретико-типовая семантика позволяет предложить решения для ряда классических семантических проблем: анафорическое связывание и donkey-sentence, аккомодация пресуппозиций и др. (см.: [Chatzikyriakidis, Luo, 2017b, Boldini, 2000, Francez, Dyckhoff, 2010, Ranta, 2004]).

Мы бы хотели продемонстрировать перспективы, которые теоретико-типовая семантика открывает для формализации онтологического квадрата и преодоления «фантологии».

3.1. Что такое «тип»?

С одной стороны, понятие «тип», как и понятие «множество», является элементарным и не определяется через какие-либо другие, с другой стороны, все свойства типов полностью задаются правилами конкретной

[5] Нам представляется, что возможен и перевод рассматриваемых Б. Смитом онтологических отношений на язык теоретико-типовой семантики, но в данной работе мы не будет останавливаться на этом вопросе.

формальной системы (в настоящей работе мы будем опираться на интуиционистскую теорию типов П. Мартина-Лёфа, см. [Martin-Löf, 1984]).

Типы можно рассматривать как конструктивный аналог множества с тем существенным отличием, что типы не обладают свойством экстенсиональности. Свойства множеств полностью определяются объектами, которые являются элементами этого множества, что не верно для типов.

Базовая конструкция теории типов — суждение $a : A$, означает, что объект a относится к типу A (или объект a населяет тип A). При этом невозможно образовать отрицание суждения $a\colon A$, а также применять любые булевы операции, но такое ограничение позволяет рассматривать типы как конструктивные объекты, поскольку суждение $a\colon A$ является разрешимым в отличие от $a \in A$.

3.2. Зависимые типы

Отличительной особенностью теоретико-типовой семантики является использование более богатого набора механизмов конструирования типов. В грамматике Монтегю используется только один конструктор типов, позволяющий из двух типов A и B сформировать тип функции $A \to B$[6].

Данный механизм позволяет порождать типы, соответствующие функциям любой сложности, например:

- $e \to t$ (тип одноместных предикатов)
- $e \to (e \to t)$ (тип двухместных предикатов)
- $(e \to t) \to (e \to t)$ (тип второпорядковых свойств)
- $(e \to t) \to ((e \to t) \to t)$ (тип для кванторов)
- $t \to (t \to t)$ (тип для двухместных связок)

В современной теории типов используются также конструктор произведения типов $A \times B$ и два конструктора зависимых типов: тип зависимой суммы $\Sigma x : A.B(x)$ и тип зависимого произведения $\Pi x : A.B(x)$. Рассмотрим эти конструкторы чуть более подробно:

- Произведение типов $A \times B$ является теоретико-типовым аналогом декартового произведения множеств, этот тип населяют упорядоченные пары $(a, b) : A \times B$.
- Тип зависимой суммы $\Sigma x\colon A.B(x)$[7] представляет собой тип, который населяют пары $(a, b) : \Sigma x\colon A.B(x)$, где $a\colon A$, $b\colon B(a)$.

[6] Альтернативный способ записи: «(A, B)» или «$\langle A, B\rangle$».

[7] Альтернативные варианты нотации: $\Sigma(A, B)$, $\sum_{x:A} B(x)$.

- Тип зависимого произведения: $\Pi x\colon A.B(x)$[8] представляет собой тип, населенный функциями $f(a)\colon B$, зависящими от параметра $a\colon A$.

3.3. Теоретико-типовой анализ универсалий и субстанциальных партикулярий

Рассмотрим основные идеи теоретико-типового подхода к семантическому анализу естественного языка (будем опираться на работу [Chatzikyriakidis, Luo, 2014]):

- предложения TP интерпретируются как пропозиции (тип $Prop$)[9];
- имена нарицательные CN интерпретируются как типы в отличие от одноместных предикатов (тип $e \to t$)в грамматике Монтегю[10];
- непереходные глаголы IV интерпретируются как функции, область определения которой является типом (который для каждого конкретного глагола определяется отдельно), а областью значения является тип пропозиций $Prop$;
- прилагательные Adj интерпретируются аналогичным образом, то есть, как функции: $Type(CN) \to Prop$;
- модифицированные имена нарицательные MCN интерпретируются как зависимые суммы $\Sigma(Type(CN), X)$, где X представляет собой функцию типа $Type(CN) \to Prop$.

Рассмотрим несколько примеров, иллюстрирующих различия грамматики Монтегю (MG) и теоретико-типовой семантики (TTS).

Наиболее существенные различию касаются семантической интерпретации имен нарицательных:

- CN (примеры: *man*, *human*)

  MG : $man', human' : e \to t$[11]

[8] Альтернативные варианты нотации: $\Pi(A, B)$, $\prod\limits_{x:A} B(x)$.

[9] В этом состоит одно из существенных отличий теоретико-типовой семантики от грамматики Монтегю (и от линии Фреге, продолжателем которой является Р.Монтегю, в целом), в рамках которой все истинные предложения отсылают к абстрактному объекту «истина», а все ложные предложения — к абстрактному объекту «ложь».

[10] Такой подход разделяют не все представители теоретико-типового подхода к семантике, в частности, в работе [Bekki, 2014] имена нарицательные рассматриваются как предикаты.

[11] Благодаря механизму η-редукции в грамматике Монтегю следующие варианты анализа являются эквивалентными $\lambda x : e.[man'(x) : t]$ и $man' : e \to t$. Распространенными также являются и другие варианты нотации: $\lambda x_e.[man'_{(e,t)}(x_e)]$ и $\lambda x.[man'(x)]$.

TTS $: Man, Human : Type$

В грамматике Монтегю имена нарицательные («человек», «мужчина», «кошка» и т. д.) анализируются как одноместные предикаты, то есть как выражения типа «$e \to t$». А в теоретико-типовой семантике имена нарицательные анализируются не как одноместные предикаты, а как базовые типы: $Man, Human, Cat$ и т. д. Эти базовые типы мог рассматриваться как подтипы тип сущностей «e». Рассмотрим предложение:

(1) *Джон — человек*

В грамматике Монтегю (1) будет анализироваться как применение предиката к индивидной константе:

$$man'(j)$$

В теоретико-типовой семантике (1) будет анализироваться как суждение о принадлежности объекта типу:

$$j : Man$$

В подходе [Chatzikyriakidis, Luo, 2014] любые имена нарицательные рассматриваются как типы, в том числе такие CN, как «врач», «студент» и т. д. Но такая позиция вызывает существенные возражения: имя нарицательное «врач» удобнее рассматривать как предикат типа $Human \to Prop$, чем как базовый тип. Только синтаксического критерия для различия субстанциальных и акцидентальных универсалий недостаточно, но мы не настаиваем на том, что граница между субстанциальными и акцидентальными предикатами является четкой и свободной от контекста.

Рассмотрим еще несколько примеров:

- IV (пример: *walk, talk*)

  MG $walk' : e \to t$

  TTS $walk' : Human \to Prop$

- Adj (примеры: *man*, *handsome*)

  MG $handsome' : (e \to t) \to (e \to t)$

  TTS $handsome' : Man \to Prop$

В чем состоит преимущество теоретико-типовой семантики перед грамматикой Монтегю? Рассмотрим предложение:

(2) *Стол говорит*

В грамматике Монтегю (2) будет оцениваться как ложное, поскольку предикат $talk$ определен для любого объекта типа e, а в теоретико-типовой семантике (2) будет неправильно-построенным в силу конфликта типов: предикат $talk$ применятся к объектам типа $Human$, к которым стол не относится.

Сравним подход Монтегю и теоретико-типовую семантику для модифицированных имен нарицательных (MCN) и предложений (TP).

- MCN (пример: *handsome man*)

  MG $handsome'(man')\colon e \to t$

  TTS $\Sigma x\colon Man.handsome'(x) : Type$

- TP (пример: *A man walks*)

  MG $\exists x\colon e\ [man'(x) \wedge walk'(x)] : t$

  TTS $\Sigma x\colon Man.walk'(x) : Type$

В грамматике Монтегю модификация имени нарицательного понимается как применение второпорядкового свойства (типа $(e \to t) \to (e \to t)$) к первопорядковому $(e \to t)$, в результате чего появляется модифицированное первопорядковое свойство. В теоретико-типовой семантике модификация зависит от типа свойства. Например, функция $handsome$ может применяться только к объектам типа Man, а не любым объектам. Что опять же позволяет рассматривать высказывания типа

(3) *Стол — красавец*

как бессмысленные (в силу конфликта типов).

Нужно отметить, что тип $\Sigma x : Man.handsome'(x)$ населяют пары объектов (a, p) такие, что $a : Man$, а p — доказательство пропозиции $handsome'(a)$. В силу принципа «пропозиция как тип» в теоретико-типовой семантике истинность пропозиции понимается как населенность соответствующего типа; то есть, выражение "$p\colon handsome'(a)$" может быть сокращено как "$handsome'(a)\ true$".

Таким образом, уже в самой структуре теоретико-типовой семантики заложено различие между двумя типами универсалий — субстанциальными (типизация) и акцидентальными (предикация).

Принадлежность индивида субстанциальной универсалии (отношение $Inst(x, y)$ по Б. Смиту) понимается как принадлежность объекта типу, а обладание индивидом свойством (отношение $Exemp(x, y)$ по Смиту) выражается через применение предиката, зависящего от типа индивида, к этому индивиду. То есть с точки зрения теории типов следующие высказывания:

(4) *Сократ — человек*

(5) *Сократ — мудр*

будут иметь разную логическую форму.

Сравним три интерпретации предложений (4) и (5):

- Логика предикатов (грамматика Монтегю):
  (4): $human'(s)$
  (5): $wise'(s)$

- Теория Б. Смита:
  (4): $Inst(s, Human)$
  (5): $Exemp(s, Wise)$

- Теоретико-типовая семантика:
  (4): $s : Human$
  (5): $(s, p) : \Sigma x : Human.Wise'(x)$

Мы видим, что с точки зрения логики предикатов (и грамматики Монтегю как ее композиционального расширения), предложения (4) и (5) имеют одну и ту же логическую форму, а теория Б. Смита и теоретико-типовая семантика проводят различие между логической формой (4) и (5). Однако в случае теории Б. Смита и «инстанциация», и «экземплификация» являются отношениями, которые определяются на одном и том же универсуме, и лишь в теоретико-типовом подходе анализ предложений (4) и (5) различается принципиальным образом уже на уровне синтаксиса.

3.4. Акцидентальные партикулярии в теоретико-типовой семантике

Мы рассмотрели теоретико-типовой подход к анализу субстанциальных и акцидентальных универсалий, а также субстанциальных партикулярий. Возможна ли теоретико-типовая интерпретация акцидентальных партикулярий?[12]

[12] Вопрос о необходимости включения в онтологию акцидентальных партикулярий является предметом актуальных дискуссий в аналитической метафизике, см. [Campbell, 1990, Moltmann, 2005, Simons, 1994, Lowe, 1998, Moltmann, 2003], но теоретико-типового решения этой проблемы на сегодняшний день не представлено.

Почему мы говорим об акцидентальных партикуляриях как об объектах особого типа?

Рассмотрим следующие предложения:

(6) *Мудрость Сократа отличается от мудрости Платона*

(7) *Васе не нравится этот оттенок красного*

В семантике предложений (6) и (7) мы имеем дело с референцией к абстрактным индивидам. В этих предложениях абстрактные индивиды могут быть заменены на конкретные:

(8) *Это яблоко отличается от того яблока*

(9) *Васе не нравится это яблоко*

Тот факт, что такая замена возможна, показывает, что мы имеем дело с индивидами (партикуляриями), но не с теми же индивидами, что и субстанциальные партикулярии.

Как нам кажется, акцидентальные партикулярии могут быть описаны средствами теоретико-типовой семантики следующим образом: этому типу сущностей будет соответствовать особый тип: $AbstrPart$ (абстрактные партикулярии). А для того, чтобы указать на объекты данного типа нужно рассмотреть функцию, которая бы сопоставляла субстанциальным партикуляриям акцидентальные партикулярии в каком-либо отношении. Например, функция

$$wise\_of' : Human \to AbstrPart$$

будет сопоставлять человеку абстрактный индивид, экземплифицирующий его мудрость.

Возможно, что более аккуратным образом эту функцию[13] можно было бы определить так:

$$wise\_of' : \Sigma(Human, Wise) \to AbstrPart$$

4. Теоретико-типовая семантика как преодоление «фантологии»

Мы рассмотрели основные идеи теоретико-типовой семантики, попробуем показать, что теоретико-типовая семантика не является «фантологической» теорией, то есть позволяет сформулировать онтологические различия, постулируемые «онтологическим квадратом».

[13]Эта функция работает не со всеми людьми, а только с теми из них, для которых найдется доказательство их мудрости.

Каким образом может выглядеть формализация сущностей, которые различает «онтологический квадрат» в теоретико-типовом прочтении?

Рассмотрим четыре разные сущности: 1) «Человек» (субстанциальная универсалия); 2) «Сократ» (субстанциальная партикулярия); 3) «Мудрый» (акцидентальная универсалия) и 4) «Мудрость Сократа» (акцидентальная партикулярия).

Как будет выглядеть теоретико-типовое представление каждой из этих сущностей?

1. Субстанциальным универсалиям в теоретико-типовой семантике соответствуют базовые типы универсума CN. Например, сущности «Человек» будет соответствовать тип $Human$. При этом между типами возможно определить отношение «$<$» (быть собственным подтипом), что позволяет выразить суждение «Все мужчины — люди» следующим образом:

$$Man < Human$$

2. Субстаницальным партикуляриям в теоретико-типовом прочтении будут соответствовать объекты, населяющие типы субстанциальных универсалий. Например, «Сократ» интерпретируется как объект, населяющий тип $Human$.

3. Акцидентальным универсалиям в теоретико-типовой семантике будут соответствовать предикаты, область определения которых варьируется. Важно отметить, что одним из отличий теоретико-типовой семантики от грамматики Монтегю является многосторонность типов, в теоретико типовой-семантике тип объектов «e» разбивается на подтипы, что позволяет более гибким образом подходить к анализу свойств субстанциальных партикулярий: областью определения для функции, соответствующей свойству, становится не все множество объектов, а конкретный тип имени нарицательного.

Такой подход позволяет анализировать высказывание «*Стол танцует*» (в буквальном неметафорическом его употреблении) как бессмысленное, а не как ложное (как оно бы анализировалось в грамматике Монтегю).

Таким образом, обладание субстанциальными и обладание акцидентальным свойством будут по-разному выражаться в теоретико-типовой семантике. Высказывание «Сократ — человек» описывается как суждение о принадлежности объекта типу

$$s \colon Human.$$

Выражение «Сократ мудр» описывается как пропозиция

$$wise'(s) \colon Prop.$$

Нужно отметить, что рассматриваемая нами разновидность теоретико-типовой семантики строится теоретико-доказательственным, а не теоретико-модельным образом. Композициональность в семантиках такого типа базируется на применении правил вывода. Например, вычисление значения целого предложения «Сократ мудр» (в семантике которого подразумевается, что Сократ является человеком) происходит как применение правила введения зависимой суммы:

$$\frac{\Gamma \vdash s\colon Human \;\; \Gamma \vdash p\colon Wise'(s)}{\Gamma \vdash (s,p)\colon \Sigma x\colon Human.Wise'(x)}$$

4. Акцидентальным партикуляриям в теоретико-типовом прочтении может соответствовать специальный тип

$$AbstrPart$$

который населяют такие сущности, как «мудрость Сократа», «этот оттенок белого», «красоты Елены» и т. д. (для такого рода объектов в аналитической метафизике закрепился термин «тропы»). В отличие от конкретных объектов к абстрактным объектам сложно отсылать через имя, поэтому удобно рассмотреть функцию, которая сопоставляла бы конкретному объекту абстрактный объект в каком-либо отношении. Например:

$$wise\_of' : Human \to AbstrPart, \text{—}$$

функция, которая сопоставляет человеку некоторую абстрактную партикулярию.

Представим семантический анализ четырех рассмотренных сущностей в таблице 3.

Таблица 3

Онтологический квадрат в теоретико-типовом прочтении

1. Субстанциальные универсалии «Человек» $Human\colon Type$	**3. Акцидентальные универсалии** «Мудрый» $wise' : Human \to Prop$
2. Субстанциальные партикулярии «Сократ» $s\colon Human$	**4. Акцидентальные партикулярии** «Мудрость Сократа» $wise\_of'(s)\colon AbstrPart$

5. Заключение

Мы бы хотели подчеркнуть, что в данной работе не стремились представить какой-либо онтологический тезис и оставляем за скобками вопрос об истинности или адекватности «онтологического квадрата» в качестве метафизической теории. Наш тезис носит более слабый характер: мы постарались продемонстрировать, что теоретико-типовая семантика, во-первых, может рассматриваться как релевантный инструмент для формализации сущностей, которые различаются «онтологическом квадрате», а во-вторых, обладает рядом преимуществ (возможность композиционального анализа, синтаксически различная интерпретация субстанциальных и акцидентальных сущностей) перед решением Б. Смита.

Литература

Аристотель, 1978 – *Аристотель.* Категории // *Аристотель.* Соч.: в 4 т. Т. 2. М.: Мысль, 1978. 687 с.

Angelelli, 1967 – *Angelelli I.* Studies on Gottlob Frege and Traditional Philosophy. Dordrecht: Reidel, 1967. 291 p.

Asher, 2012 – *Asher N.* Lexical Meaning in Context: a Web of Words. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. 346 p.

Bäck, 2000 – *Bäck A.* Aristotle's Theory of Predication. Leiden: Brill, 2000. 348 p.

Bekki, 2014 – *Bekki D.* Representing Anaphora with Dependent Types // Logical Aspects of Computational Linguistics / Eds. by N. Asher, S. Soloviev. Heidelberg: Springer, 2014. P. 14–29.

Boldini, 2000 – *Boldini P.* Formalizing Context in Intuitionistic Type Theory // Fundamenta Informaticae. 2000. Vol. 42. No. 2. P. 1–23.

Campbell, 1981 – *Campbell K.* The Metaphysic of Abstract Particulars // Midwest Studies In Philosophy. 1981. Vol. 1. No. 6. P. 477–488.

Campbell, 1990 – *Campbell K.* Abstract Particulars. Oxford: Blackwell, 1990. 220 p.

Chatzikyriakidis, Luo, 2014 – *Chatzikyriakidis S., Luo Z.* Natural Language Inference in Coq // Journal of Logic, Language and Information. 2014. Vol. 4. No. 23. P. 441–480.

Chatzikyriakidis, Luo, 2017a – *Chatzikyriakidis S., Luo Z.* Adjectival and Adverbial Modification: The View from Modern Type Theories // Journal of Logic, Language and Information. 2017. Vol. 1. No. 26. P. 45–88.

Chatzikyriakidis, Luo, 2017b – *Chatzikyriakidis S., Luo Z.* (eds.) Modern Perspectives in Type-Theoretical Semantics. Dordrecht: Springer, 2017. 296 p.

Church, 1940 – *Church A.* A Formulation of the Simple Theory of Types // The Journal of Symbolic Logic. 1940. Vol. 5. No. 1. P. 56–68.

Cooper, 2005 – *Cooper R.* Records and Record Types in Semantic Theory // Journal of Logic and Computation. 2005. Vol. 15. No. 2. P. 99–112.

Denkel, 1996 – *Denkel A.* Object and Property. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 276 p.

Francez, Dyckhoff, 2010 – *Francez N., Dyckhoff R.* Proof-Theoretic Semantics for a Natural Language Fragment // Linguistics and Philosophy. 2010. Vol. 33. No. 6. P. 447–477.

Geach, 1962 – *Geach P.* Reference and Generality: An Examination of Some Medieval and Modern Theories. Ithaca: Cornell University Press, 1962. 202 p.

Granström, 2011 – *Granström J.G.* Treatise on Intuitionistic Type Theory. Dordrecht: Springer, 2011. 196 p.

Loux, 1978 – *Loux M.* Substance and Attribute. Dordrecht: Reidel, 1978. 188 p.

Lowe, 1998 – *Löwe E.J.* The Possibility of Metaphysics. Substance, Identity, and Time. Oxford: Clarendon Press, 1998. 288 p.

Lowe, 2006 – *Löwe E.J.* The Four-Category Ontology. A Metaphysical Foundation for Natural Science. Oxford: Oxford University Press, 2006. 222 p.

Lowe, 2013 – *Löwe E.J.* Forms of Thought: A Study in Philosophical Logic. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 226 p.

Luo, 1994 – *Luo Z.* Computation and Reasoning: A Type Theory for Computer Science. Oxford: Oxford University Press, 1994. 240 p.

Luo, 1999 – *Luo Z.* Coercive Subtyping // Journal of Logic and Computation. 1999. Vol. 9. No. 1. P. 105–130.

Luo, 2012 – *Luo Z.* Formal Semantics in Modern Type Theories with Coercive Subtyping // Linguistics and Philosophy. 2012. Vol. 35. No. 6. P. 491–513.

Martin-Löf, 1984 – *Martin-Löf P.* Intuitionistic Type Theory. Napoli: Bibliopolis, 1984. 91 p.

McMahon, 1977 – *McMahon W.E.* Strawson and the Aristotelian Ontological Square // Studies in Language. 1977. Vol. 3. No. 1. P. 363–378.

Moltmann, 2003 – *Moltmann F.* Nominalizing quantifiers // Journal of Philosophical Logic. 2003. Vol. 32. No. 5. P. 445–481.

Moltmann, 2005 – *Moltmann F.* Two Kinds of Universals and Two Kinds of Collections // Linguistics and Philosophy. 2005. Vol. 6. No. 27. P. 739–776.

Montague, 1973 – *Montague R.* The Proper Treatment of Quantification in Ordinary English // Approaches to natural language. Proceedings of the 1970 Stanford workshop on grammar and semantics / Eds. J. Hintikka, J. Moravcsik, P. Suppes. Dordrecht: Reidel, 1973.

Montague, 1974 – *Montague R.* Formal philosophy. New Haven: Yale University Press, 1974. 370 p.

Neuhaus et al., 2004 – *Neuhaus F., Grenon P., Smith B.* A Formal Theory of Substances, Qualities, and Universals // Formal Ontology in Information Systems. Proceedings of the Third International Conference / Eds. by A. Varzi, L. Vieu. IOS Press, 2004.

Ranta, 1994 – *Ranta A.* Type-Theoretical Grammar. Oxford: Oxford University Press, 1994. 240 p.

Ranta, 2004 – *Ranta A.* Grammatical Frameworks: A Type-Theoretical Grammar Formalism // The Journal of Functional Programming. 2004. Vol. 14. No. 2. P. 145–189.

Schneider, 2009 – *Schneider L.* The Logic of the Ontological Square // Studia Logica. 2009. Vol. 91. No. 1. P. 25–51.

Simons, 1994 – *Simons P.* Particulars in Particular Clothing: Three Trope Theories of Substance // Philosophy and Phenomenological Research. 1994. Vol. 3. No. 54. P. 553–575.

Smith, 2005 – *Smith B.* Against Fantology // Experience and Analysis / Eds. by J.C. Marek, M.E. Reicher. Vienna: Öbv&Hpt, 2005. P. 153–170.

Sundholm, 1986 – *Sundholm G.* Proof Theory and Meaning // Handbook of Philosophical logic III: Alternatives to Classical Logic / Eds. by D. Gabbay, F. Guenthner. Reidel. 1986. P. 471–506.

Sundholm, 1989 – *Sundholm G.* Constructive Generalized Quantifiers // Synthese. 1989. Vol. 79. No. 1. P. 1–12.

Vitaliy V. Dolgorukov, Anastasia O. Kopylova

The "ontological square" and modern type theories

Vitaliy V. Dolgorukov
National Research University Higher School of Economics,
20 Myasnitskaya St., Moscow, 101000, Russian Federation.
E-mail: v.dolgorukov@gmail.com

Anastasia O. Kopylova
National Research University Higher School of Economics,
20 Myasnitskaya St., Moscow, 101000, Russian Federation.
E-mail: a.o.kopylova@gmail.com

Abstract: This paper focuses on the connection between "four-category ontologies" (which are based on Aristotle's ontological square) and modern type-theoretical semantics. Four-category ontologies make a distinction between four types of entities: substantial universals, substantial particulars, accidental universals and accidental particulars. According to B. Smith, "fantology is a doctrine to the effect that the key to the ontological structure of reality is captured syntactically in the 'Fa' ".

Smith argues that predicate logic cannot adequately describe these four types of entities, which are reduced to just two kinds — the general ('F') and the particular ('a'). B. Smith has criticized G. Frege's predicate logic. He argues that Frege, being the father of modern logic, simultaneously became the father of "fantology" with its ontological commitments.

Smith transforms the ontological square to the ontological sextet (which also involves universal and particular events) and proposes a set of predicates for different ontological relations connecting these six types of entities.

However, Smith's approach has a number of limitations: he suggests a theory that describes only predicates of different types as universals.

We argue for another formalization for the ontological square's entities. This approach is based on modern type-theoretical semantics, according to which, the difference between substantial universals and accidental universals can be expressed. In first-order logic the sentences "Socrates is a man" and "Socrates is wise" share the same logical form. However, this fact is not consistent with "ontological square" metaphysics ("being a man" is a substantial universal and "being wise" is an accidental universal). Whereas, according to the type-theoretical approach, relations to accidental universals are expressed by judgments about type ($a : A$), but relations to accidental universals are expressed by predication ('Pa').

Keywords: type theory, the "ontological square", formal semantics

For citation: Dolgorukov V.V., Kopylova A.O. ""Ontologicheskii kvadrat" i teoretiko-tipovaya semantika" [The "ontological square" and modern type theories], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 36–58. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-36-58 (In Russian)

Acknowledgements. The article was prepared within the framework of the Academic Fund Program at the National Research University Higher School of Economics (HSE) in 2017–2018 (grant № 17–05–0040) and by the Russian Academic Excellence Project «5-100».

References

Angelelli, 1967 – Angelelli, I. *Studies on Gottlob Frege and Traditional Philosophy.* Dordrecht: Reidel, 1967. 291 pp.

Aristotle, 1978 – Aristotle. "Kategorii" [Categories], in: Aristotle, *Sochineniya* [Selected works], Vol. 2. Moscow: Mysl' Publ., 1978. 684 pp. (In Russian)

Asher, 2012 – Asher, N. *Lexical Meaning in Context: a Web of Words.* Cambridge: Cambridge University Press, 2012. 346 pp.

Bäck, 2000 – Bäck, A. *Aristotle's Theory of Predication.* Leiden: Brill, 2000. 348 pp.

Bekki, 2014 – Bekki, D. "Representing Anaphora with Dependent Types", in: *Logical Aspects of Computational Linguistics*, eds. N. Asher, S. Soloviev. Heidelberg: Springer, 2014. pp. 14–29.

Boldini, 2000 – Boldini, P. "Formalizing Context in Intuitionistic Type Theory", *Fundamenta Informaticae*, 2000, Vol. 42, No. 2, pp. 1–23.

Campbell, 1981 – Campbell, K. "The Metaphysic of Abstract Particulars", *Midwest Studies In Philosophy*, 1981, Vol. 1, No. 6, pp. 477–488.

Campbell, 1990 – Campbell, K. *Abstract Particulars.* Oxford: Blackwell, 1990. 220 pp.

Chatzikyriakidis, Luo, 2014 – Chatzikyriakidis, S., Luo, Z. "Natural Language Inference in Coq", *Journal of Logic, Language and Information*, 2014, Vol. 4, No. 23, pp. 441–480.

Chatzikyriakidis, Luo, 2017a – Chatzikyriakidis, S., Luo, Z. "Adjectival and Adverbial Modification: The View from Modern Type Theories", *Journal of Logic, Language and Information*, 2017, Vol. 1, No. 26, pp. 45–88.

Chatzikyriakidis, Luo, 2017b – Chatzikyriakidis, S., Luo, Z. (eds.) *Modern Perspectives in Type-Theoretical Semantics.* Dordrecht: Springer, 2017. 296 pp.

Church, 1940 – Church, A. "A Formulation of the Simple Theory of Types", *The Journal of Symbolic Logic*, 1940, Vol. 5, No. 1, pp. 56—68.

Cooper, 2005 – Cooper, R. "Records and Record Types in Semantic Theory", *Journal of Logic and Computation*, 2005, Vol. 15, No. 2, pp. 99–112.

Denkel, 1996 – Denkel, A. *Object and Property.* Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 276 pp.

Francez, Dyckhoff, 2010 – Francez, N., Dyckhoff, R. "Proof-Theoretic Semantics for a Natural Language Fragment", *Linguistics and Philosophy*, 2010, Vol. 33, No. 6, pp. 447–477.

Geach, 1962 – Geach, P. *Reference and Generality: An Examination of Some Medieval and Modern Theories.* Ithaca: Cornell University Press, 1962. 202 pp.

Granström, 2011 – Granström, J.G. *Treatise on Intuitionistic Type Theory.* Dordrecht: Springer, 2011. 196 pp.

Loux, 1978 – Loux, M. *Substance and Attribute.* Dordrecht: Reidel, 1978. 188 pp.

Lowe, 1998 – Löwe, E.J. *The Possibility of Metaphysics. Substance, Identity, and Time.* Oxford: Clarendon Press, 1998. 288 pp.

Lowe, 2006 – Löwe, E.J. *The Four-Category Ontology. A Metaphysical Foundation for Natural Science.* Oxford: Oxford University Press, 2006. 222 pp.

Lowe, 2013 – Löwe, E.J. *Forms of Thought: A Study in Philosophical Logic.* Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 226 pp.

Luo, 1994 – Luo, Z. *Computation and Reasoning: A Type Theory for Computer Science.* Oxford: Oxford University Press, 1994. 240 pp.

Luo, 1999 – Luo, Z. "Coercive Subtyping", *Journal of Logic and Computation*, 1999, Vol. 9, No. 1, pp. 105–130.

Luo, 2012 – Luo, Z. "Formal Semantics in Modern Type Theories with Coercive Subtyping", *Linguistics and Philosophy*, 2012, Vol. 35, No. 6, pp. 491–513.

Martin-Löf, 1984 – Martin-Löf, P. *Intuitionistic Type Theory.* Napoli: Bibliopolis, 1984. 91 pp.

McMahon, 1977 – McMahon, W.E. "Strawson and the Aristotelian Ontological Square", *Studies in Language*, 1977, Vol. 3, No. 1, pp. 363—378.

Moltmann, 2003 – Moltmann, F. "Nominalizing quantifiers", *Journal of Philosophical Logic*, 2003, Vol. 32, No. 5, pp. 445–481.

Moltmann, 2005 – Moltmann, F. "Two Kinds of Universals and Two Kinds of Collections", *Linguistics and Philosophy*, 2005, Vol. 6, No. 27, pp. 739–776.

Montague, 1973 – Montague, R. "The Proper Treatment of Quantification in Ordinary English", in: *Approaches to natural language. Proceedings of the 1970 Stanford workshop on grammar and semantics*, eds. J. Hintikka, J. Moravcsik, P. Suppes. Dordrecht: Reidel, 1973.

Montague, 1974 – Montague, R. *Formal philosophy.* New Haven: Yale University Press, 1974. 370 pp.

Neuhaus et al., 2004 – Neuhaus, F., Grenon, P., Smith, B. "A Formal Theory of Substances, Qualities, and Universals About us Centre for Digital Philosophy", in: *Formal Ontology in Information Systems. Proceedings of the Third International Conference*, eds. by A. Varzi, L. Vieu. IOS Press, 2004.

Ranta, 1994 – Ranta, A. *Type-Theoretical Grammar.* Oxford: Oxford University Press, 1994. 240 pp.

Ranta, 2004 – Ranta, A. "Grammatical Frameworks: A Type-Theoretical Grammar Formalism", *The Journal of Functional Programming*, 2004, Vol. 14, No. 2, pp. 145–189.

Schneider, 2009 – Schneider, L. "The Logic of the Ontological Square", *Studia Logica*, 2009, Vol. 91, No. 1, pp. 25–51.

Simons, 1994 – Simons, P. "Particulars in Particular Clothing: Three Trope Theories of Substance", *Philosophy and Phenomenological Research*, 1994, Vol.3, No. 54, pp. 553–575.

Smith, 2005 – Smith, B. "Against Fantology", in: *Experience and Analysis*, eds. by J.C. Marek, M.E. Reicher. Vienna: Öbv&Hpt, 2005. P. 153–170.

Sundholm, 1986 – Sundholm, G. "Proof Theory and Meaning", in: *Handbook of Philosophical logic III: Alternatives to Classical Logic*, eds. by. D. Gabbay, F. Guenthner. Reidel, 1986, pp. 471–506.

Sundholm, 1989 – Sundholm, G. "Constructive Generalized Quantifiers", *Synthese*, 1989, Vol. 79, No. 1, pp. 1–12.

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 59–69
УДК 16+510.64

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 59–69
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-59-69

Неклассическая логика

Non-classical Logic

Natasha Alechina

Model checking for coalition announcement logic

Natasha Alechina
University of Nottingham,
Jubilee Campus, Nottingham, NG8 1BB, UK.
E-mail: natasha.alechina@nottingham.ac.uk

Abstract: This talk is based on joint work with Rustam Galimullin and Hans van Ditmarsh, published in the German Conference on Artificial Intelligence (KI 2018). First I will introduce background and motivation for the work. I will introduce multi-agent Epistemic Logic (EL) for representing knowledge of (idealised) agents, Public Announcement Logic (PAL) for modelling knowledge change after truthful announcements, Group Announcement Logic (GAL) for modelling what kinds of changes in other agents' knowledge a group of agents can effect, and Coalition Announcement Logic (CAL) which is the main subject of the talk. CAL studies how a group of agents can enforce a certain outcome by making a joint announcement, regardless of any announcements made simultaneously by the opponents. The logic is useful to model imperfect information games with simultaneous moves. It is also useful for devising protocols of announcements that will increase some knowledge of some agents, but also preserve other agents' ignorance with respect to some information (in other words, preserve privacy of the announcers). The main new technical result in the talk is a model checking algorithm for CAL, that is, an algorithm for evaluating a CAL formula in a given finite model. The model-checking problem for CAL is PSPACE-complete, and the protocol requires polynomial space (but exponential time).

Keywords: epistemic logic, public announcement logic, coalition announcement logic, model checking algorithm

For citation: Alechina N. "Model checking for coalition announcement logic", *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 59–69. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-59-69

1. What this talk is about

Logics for describing announcements by (groups of) agents, and how announcements affect agents' knowledge. More precisely, model checking algorithm for Coalition Announcement Logic.

The report based on the paper just accepted for the German Conference on Artificial Intelligence (KI 2018).

First, we will introduce some background on logic of knowledge, logic of public announcements, and logics of group and coalition announcements.

1.1. Multi-agent epistemic logic: example

For more detailed exposition of epistemic logic see [Hintikka, 1962].

Consider the following example: there are three agents, a, b and c.

Suppose that, a and b are households that either consume or not consume power (p_1 is true if a's power is on, and p_2 is true if b's power is on). c is an electricity substation that needs to know how many households consume power, but not whether individual households consume power or not.

We describe above the situation of c not knowing anything about power consumption (and a and b knowing their own and each other's status).

Possible worlds (or states) are w_0, w_1, w_2, w_3 with different truth values of p_1 and p_2. In w_0, a and b know that they are in w_0 and $\neg p_1 \wedge p_2$ is true c does not know whether p_1 and p_2 are true (see Fig. 1):

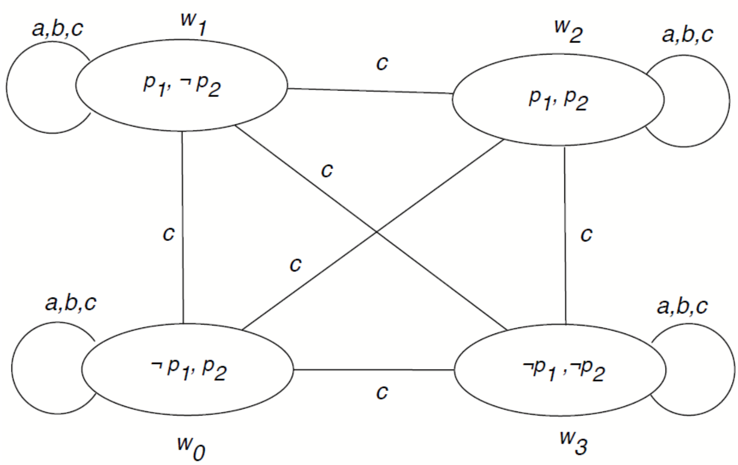

Fig. 1. Example 1.

2. Multi-agent epistemic logic

Fix a non-empty finite set of agents A and a set of propositional variables P.

Definition 1. Kripke model A *Kripke model* is a triple $M = (W, \sim, V)$, where

- W is a non-empty set of states,
- $\sim: A \to \mathcal{P}(W \times W)$ assigns an equivalence relation to each agent, and

- $V : P \to \mathcal{P}(W)$ assigns a set of states to each propositional variable.
- M is called *finite*, if W is finite.
- A pair (M, w) with $w \in W$ is called a *pointed model*, where $w \in W$ is an actual world.

Consider the following *epistemic language* $\mathcal{L}_{EL}$:

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid K_a\varphi$$

where $p \in P$, $a \in A$, and all the usual abbreviations of propositional logic and conventions for omitting parentheses hold. $K_a\varphi$ stands for 'a knows that φ'. The dual operator 'a considers φ possible' $\widehat{K}_a\varphi$ is defined as $\neg K_a \neg\varphi$.

Forcing relation is defined as follows:

$$\begin{array}{lll}
(M, w) \models p & \text{iff} & w \in V(p) \\
(M, w) \models \neg\varphi & \text{iff} & (M, w) \not\models \varphi \\
(M, w) \models \varphi \wedge \psi & \text{iff} & (M, w) \models \varphi \text{ and } (M, w) \models \psi \\
(M, w) \models K_a\varphi & \text{iff} & \forall v \in W : w \sim_a v \text{ implies } (M, v) \models \varphi
\end{array}$$

Let us consider the following example:

$$\begin{array}{l}
(M, w_0) \models K_a(\neg p_1 \wedge p_2) \\
(M, w_0) \models \neg K_c(\neg p_1 \wedge p_2) \\
(M, w_0) \models \neg K_c \neg p_1
\end{array}$$

See the Example 1 on Fig. 1.

3. Public Announcement Logic (PAL)

Public announcement logic was initally proposed by Plaza [Plaza, 2007].

Let us consider the following examples:

Suppose c hears that $(\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)$ is true. Some worlds become impossible (see Fig. 2).

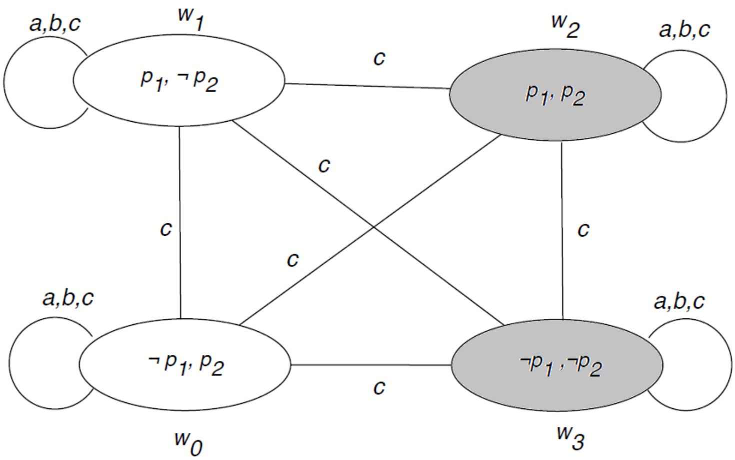

Fig. 2. Example 2.

Suppose c hears that exactly one of the households consumes power: $(\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)$. After this announcement, c only considers w_0 and w_1 possible (see Fig. 3).

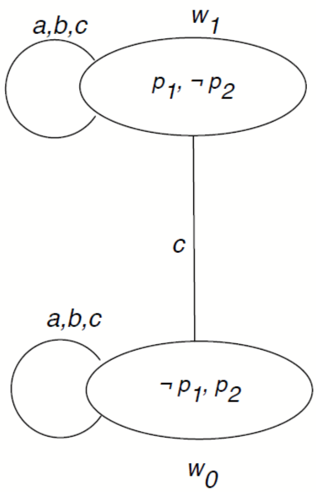

Fig. 3. Example 3.

3.1. Definitions

The language of PAL is $\mathcal{L}_{PAL}$:

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid K_a\varphi \mid [\psi]\varphi,$$

where as before, $p \in P$, $a \in A$.

$[\psi]\varphi$ stands for 'after ψ is truthfully announced, φ holds'.

The dual operator $\langle\psi\rangle\varphi$ is defined as $\neg[\psi]\neg\varphi$ and means 'ψ is true, and after it is announced, φ is true'.

Given (M, w) and $\varphi \in \mathcal{L}_{EL}$, an *updated model* $(M, w)^\varphi$ is a restriction of the original model to the states where φ holds.

$$\begin{array}{lll} (M, w) \models [\varphi]\psi & \text{iff} & (M, w) \models \varphi \text{ implies } (M, w)^\varphi \models \psi \\ (M, w) \models \langle\varphi\rangle\psi & \text{iff} & (M, w) \models \varphi \text{ and } (M, w)^\varphi \models \psi \end{array}$$

4. Group and Coalition Announcement Logics (GAL and CAL)

Intuition: announcements by (group of) agents:

- announcements are made by agents
- agents can only announce what they know
- for example, a can announce $K_a((\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2))$, but c can not
- the only thing c can announce in (M, w_0) is $K_c\top$
- a group of agents can announce a conjunction of formulas, each formula known by an agent in the group.

The language $\mathcal{L}_{GAL}$ of group announcement logic [Ågotnes, van Ditmarsch, 2008] is $\mathcal{L}_{PAL}$ extended with $\langle G\rangle\varphi$, where $G \subseteq A$, which stands for 'there is a truthful announcement by G, after which φ holds'. Let $\mathcal{L}_{EL}^G$ denote the set of formulas of the type $\bigwedge_{a\in G} K_a\varphi_a$, where for every $a \in G$ it holds that $\varphi_a \in \mathcal{L}_{EL}$.

$$(M, w) \models \langle G\rangle\varphi \text{ iff } \exists\psi{\in}\mathcal{L}_{EL}^G : (M, w) \models \langle\psi\rangle\varphi$$

The language $\mathcal{L}_{CAL}$ [Ågotnes et all, 2010] of coalition announcement logic is $\mathcal{L}_{PAL}$ extended with $\langle\!\![G]\!\!\rangle\varphi$, where $G \subseteq A$, which stands for 'there is an announcement by G such that whatever agents in $A \setminus G$ announce simultaneously, afterwards φ holds':

$$(M, w) \models \langle\!\![G]\!\!\rangle\varphi \text{ iff } \exists\psi{\in}\mathcal{L}_{EL}^G\ \forall\chi{\in}\mathcal{L}_{EL}^{A\setminus G} : (M, w) \models \psi \wedge [\psi \wedge \chi]\varphi$$

- a and b together can make an announcement after which $K_c(((\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)) \wedge \neg K_c \neg p_1)$ holds: $(M, w_0) \models \langle a, b\rangle K_c(((\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)) \wedge \neg K_c \neg p_1)$; also,
  $(M, w_0) \models \langle\!\langle a, b\rangle\!\rangle K_c(((\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)) \wedge \neg K_c \neg p_1)$
- a can make an announcement after which $K_c(((\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)) \wedge \neg K_c \neg p_1)$ holds: $(M, w_0) \models \langle a\rangle K_c(((\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)) \wedge \neg K_c \neg p_1)$
- a cannot make an announcement after which $K_c(((\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)) \wedge \neg K_c \neg p_1)$ holds, *no matter what other agents announce simultaneously* (because b can announce $K_b p_2$):

$$(M, w_0) \not\models \langle\!\langle a\rangle\!\rangle K_c(((\neg p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)) \wedge \neg K_c \neg p_1)$$

5. Model checking CAL

Model checking problem for a logic L: given a (finite) model M of L and a formula ϕ of L, does it hold that $M \models \phi$?

Model-checking problem for CAL: given a pointed Kripke model (M, w) and a formula ϕ of CAL, does it hold that $M \models \phi$?

The model checking problem for CAL is interesting because we can use it to plan epistemic actions. What can we tell other agents so that we are guaranteed to get just the right information to them without revealing too much. For example, epistemic planning and verification of distributed protocols.

Definition 2. Bisimulation Let two models $M = (W, \sim V)$ and $M' = (W', \sim',$ $V')$ be given. A non-empty binary relation $Z \subseteq W \times W'$ is called a bisimulation if and only if for all $w \in W$ and $w' \in W'$ with $(w, w') \in Z$:

- w and w' satisfy the same propositional variables;
- for all $a \in A$ and all $v \in W$: if $w \sim_a v$, then there is a v' such that $w' \sim_a v'$ and $(v, v') \in Z$;
- for all $a \in A$ and all $v' \in W'$: if $w' \sim_a v'$, then there is a v such that $w \sim_a v$ and $(v, v') \in Z$.

Let $(M, w), (M^{'}, w^{'})$ are pointed models and $Z \subseteq W \times W^{'}$ is a bisimulation, then (M, w) and $(M^{'}, w^{'})$ are bisimilar.

If Z_1, Z_2 are bisimulations, then $Z_1 \cup Z_2$ is a bisimulation. Union of all bisimulations is a maximal bisimulation.

Definition 3. The *quotient model* of M with respect to some relation R is $M^R = (W^R, \sim^R, V^R)$, where $W^R = \{[w] \mid w \in W\}$ and $[w] = \{v \mid wRv\}$, $[w] \sim_a^R [v]$ iff $\exists w' \in [w]$, $\exists v' \in [v]$ such that $w' \sim_a v'$ in M, and $[w] \in V^R(p)$ iff $\forall w' \in [w] : w' \in V(p)$.

Definition 4. *Bisimulation contraction* of M (written $|M|$) is the quotient model of M with respect to the maximal bisimulation of M with itself, i.e. bisimulation contraction is the minimal representation of M.

Definition 5. A model M is *bisimulation contracted* if M is isomorphic to $|M|$.

Lemma 1. *$(|M|, w) \models \varphi$ iff $(M, w) \models \varphi$ for all $\varphi \in \mathcal{L}_{CAL}$.*

Every pointed model (M, w) is distinguished from all other non-bisimilar pointed models (M, v) by some distinguishing formula $\delta_w \in \mathcal{L}_{EL}$.

Given a finite model (M, w), distinguishing formula δ_w is constructed recursively as follows:

$$\delta_w^{k+1} ::= \delta_w^0 \wedge \bigwedge_{a \in A} (\bigwedge_{w \sim_a v} \widehat{K}_a \delta_v^k \wedge K_a \bigvee_{w \sim_a v} \delta_v^k),$$

where $0 \leq k < |W|$, and δ_w^0 is the conjunction of all literals that are true in w, i.e. $\delta_w^0 ::= \bigwedge_{w \in V(p)} p \wedge \bigwedge_{w \notin V(p)} \neg p$.

A *distinguishing formula for a set of states S* is

$$\delta_S ::= \bigvee_{w \in S} \delta_w.$$

See Fig. 4, 5, 6, 7.

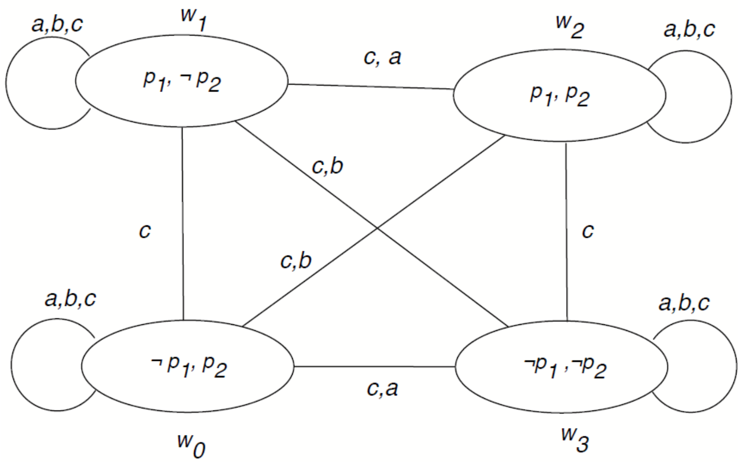

Fig. 4. Example 4 (Alternative model M': a and b only know “their” variable).

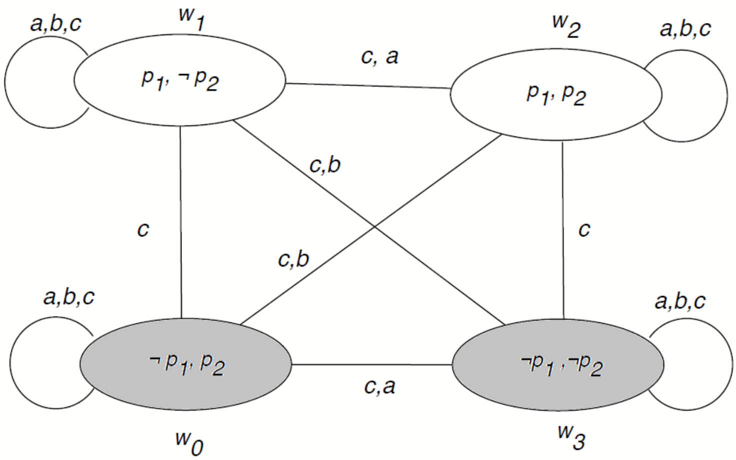

Fig. 5. Example 5 (a's equivalence in w_0: can announce $K_a \neg p_1$).

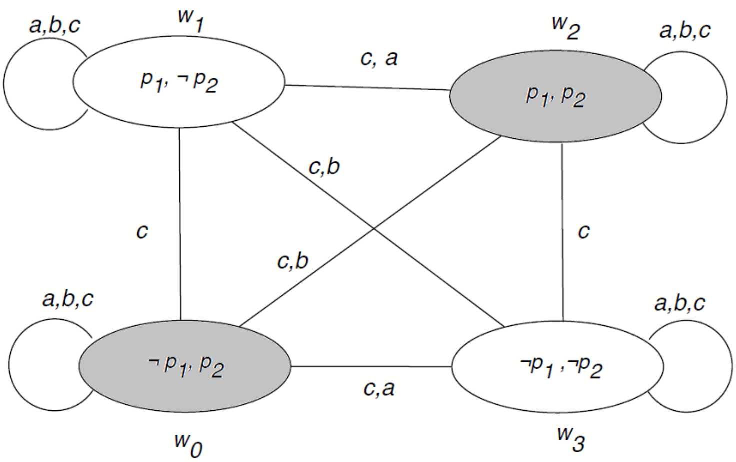

Fig. 6. Example 6 (b's equivalence in w_0: can announce $K_b p_2$).

Let $M/a = \{[w_1]_a, \ldots, [w_n]_a\}$ be the set of a-equivalence classes in M.

Definition 6. A *strategy* X_a for an agent a in a finite model (M, w) is a union of equivalence classes of a including $[w]_a$.

Definition 7. *The set of all available strategies* of a is $S(a, w) = \{[w]_a \cup X_a : X_a \subseteq \bigcup M/a\}$.

Definition 8. *Group strategy* X_G is defined as $\cap_{a \in G} X_a$ for all $a \in G$. The set of available strategies for a group of agents G is $S(G, w) = \{\cap_{a \in G} X_a : X_a \in S(a, w)\}$.

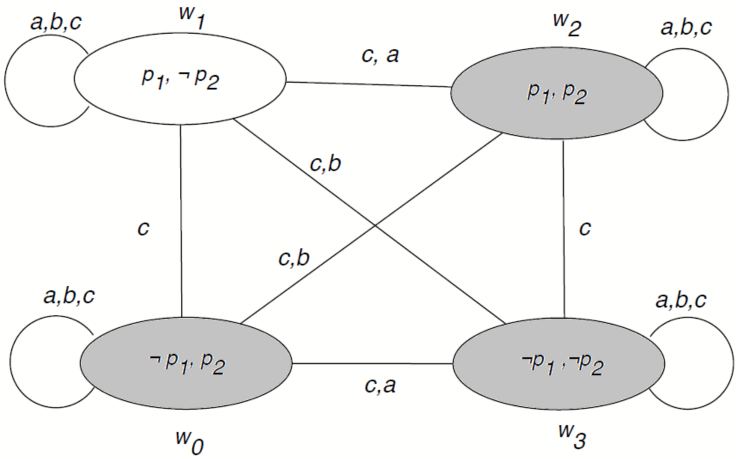

Fig. 7. Example 7 (w_0 is the intersection of a's and b's equivalence classes in w_0: can announce $K_a\neg p_1$ and $K_b p_2$).

Given a finite and bisimulation contracted model (M, w) and strategy X_G, a distinguishing formula δ_{X_G} for X_G is $\bigvee_{w\in X_G} \delta_w$.

In a bisimulation contracted model we propose alternative truth definition for $\langle\!\langle G\rangle\!\rangle$,

$$(M, w) \models \langle\!\langle G\rangle\!\rangle\varphi \text{ iff } \exists X_G \in S(G, w)\, \forall X_{A\backslash G} \in S(A\backslash G, w) : (M, w)^{X_G\cap X_{A\backslash G}} \models \varphi.$$

6. Model checking algorithm

Algorithm $mc(M, w, \varphi_0)$, where (M, w) is a pointed model and φ_0 is some formula:

case φ_0

p : **if** $w \in V(p)$ **then return** *true* **else return** *false*;

$\neg\varphi$: **if** $\neg mc(M, w, \varphi)$ **then return** *true* **else return** *false*;

$\varphi \wedge \psi$: **if** $mc(M, w, \varphi)$ and $mc(M, w, \psi)$ **then return** *true* **else return** *false*;

$K_a\varphi$: **for all** $v \sim_a w$
  if $\neg mc(M, v, \varphi)$ **then return** *false*;
  return *true*

$\langle\psi\rangle\varphi$ **if** $\neg mc(M, w, \psi)$ **then return** *false*, **else** compute the ψ-submodel of M and **return** $mc(M^\psi, w, \varphi)$.

$\langle\!\langle G \rangle\!\rangle \varphi$**:** compute $(|M|, w)$ and sets of strategies $S(G, w)$ and $S(A \setminus G, w)$
for all $X_G \in S(G, w)$
. $check = true$;
. **for all** $X_{A \setminus G} \in S(A \setminus G, w)$
. **if** $\neg mc(|M|^{X_G \cap X_{A \setminus G}}, w, \varphi)$ **then** $check = false$
. **if** $check$ **then return** $true$
return $false$.

Theorem 1. *The model checking problem for CAL is PSPACE-complete.*

7. Summary

We can use model checking to verify properties of announcements (for example, communication protocols, or data collection).

We can also use it to produce strategies (the right announcements to make) given the properties that should hold after the announcement

8. Questions

Question (V.I. Shalack): All these epistemic logic are S5, so we have got a problem with paradox of omniscience. Is there some another way to interpret knolwedge differently? For example, in jurisprudence and legal practice we are led by the principle that ignorance of law was no excuse, i.e. if a law was accepted, than everyone should know this laws and its consequences.

Answer: I prefer the syntactical interpretation of an epistemic modality, where every agent has his own 'knowledge set' of formulas, with their own rules how to infer consequences from these formulas. This way allows to model epistemic situations without logical omniscience. I agree that S5 is not always a good logic for modelling knowledge. On the other hand, if we work with a small number of formulas, then it is less paradoxical to assume omniscience limited to these formulas only.

Acknowledgements. Paper is RAS Institute of Philosophy Seminar Talk, 19 June 2018 (See video `https://www.youtube.com/watch?v=Tfgg-ZO4JkM`). It is a joint work with Rustam Galimullin and Hans van Ditmarsch. This report is based on KI 2018 paper: Rustam Galimullin, Natasha Alechina and Hans van Ditmarsch. Model Checking for Coalition Announcement Logic. To appear in Proc. The 41st German Conference on Artificial Intelligence (KI 2018).

References

Plaza, 2007 – Plaza, J. "Logics of public communications", *Synthese*, 2007, Vol. 158, No. 2, pp. 165–179.

Hintikka, 1962 – Hintikka, J. *Knowledge and belief. An introduction to the logic of the two notions.* Ithaca, New York: Cornell University Press, 1962. 179 pp.

Ågotnes et all, 2010 – Ågotnes, T., Balbiani, P., van Ditmarsch, H., Seban, P. "Group announcement logic", *Journal of Applied Logic*, 2010, Vol. 8, No. 1, pp. 62–81.

Ågotnes, van Ditmarsch, 2008 – Ågotnes, T., van Ditmarsch, H. "Coalitions and announcements", in: Padgham, L., Parkes, D.C., Müller, J.P., Parsons, S. (eds.), *7th International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS 2008)*. IFAAMAS, 2008, pp. 673–680.

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 70–77
УДК 16

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 70–77
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-70-77

I Конгресс Русского общества истории и философии науки. Материалы по логике

I Congress of Russian Society for History and Philosophy of Science. Materials on logic

А.С. Боброва

Чему учат диаграммы? Рассуждения и восприятие*

Ангелина Сергеевна Боброва
РГГУ.
Российская Федерация, 125993, ГСП-3, г. Москва, Миусская пл., д.6.
E-mail: angelina.bobrova@gmail.com

Аннотация: В статье речь пойдет о теории экзистенциальных графов Ч. Пирса (теории графов) и ее базовых единицах – диаграммах или графах. Теория графов – полноценная логическая система. Перед нами алгебра, построенная геометрическим образом. Теория включает в себя несколько разделов, которые примерно эквивалентны логике высказываний, логике предикатов первого порядка, модальным логикам. В центре моего внимания будет обсуждение не столько технических особенностей теории, сколько ее философских оснований. Философские идеи, на которых базируется теория графов, равно как и ее диаграмматический синтаксис, позволяют с несколько иной стороны взглянуть на задачи логики и ее предназначение. В статье графическая система Пирса будет рассмотрена через призму проблемы обмена информации и прироста нового знания. Особое внимание будет уделено вопросу продуктивности использования графического подхода в рамках курсов по логике. Я покажу, каким образом построение и восприятие диаграмм могут способствовать развитию у студентов базовых логических навыков. Теория экзистенциальных графов представляет собой реализацию утверждения, что логика является лишь иным названием для семиотики. Ее ключевыми знаками оказываются знаки-иконы. Именно иконой логических отношений и являются диаграммы, которые сами по себе остаются синтаксическими структурами. Их восприятие же определяется процедурами означивания и интерпретации (семантика экзистенциальных графов может задаваться в духе Тарского, теоретико-игрового подхода и т. д.). Работу с графами стоит рассматривать как эксперименты, напоминающие те, с которыми мы сталкиваемся в естественных науках. В ходе таких экспериментов мы способны не только выявлять необходимые следствия, имплицитно или эксплицитно заключенные

* Работа подготовлена при финансовой поддержке РГНФ, проект № 16-36-00026 а1–ОГН. Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Боброва А.С.* Чему учат диаграммы? Рассуждения и восприятие // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 94–97.

в диаграммах, но и открывать новые знания, наблюдать за процессами обмена информации. Одним словом, работа с графами позволяет перцептивно воспринимать природу высказываний, понятий, а также рассуждений. Последние задаются через представление о трансформации графа, то есть его видоизменения, регламентированного правилами.

Ключевые слова: теория экзистенциальных графов, диаграммы, Пирс, знак-икона, иконичность, логика и информация

Для цитирования: *Боброва А.С.* Чему учат диаграммы? Рассуждения и восприятие // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 70–77. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-70-77

Теория экзистенциальных графов Ч. Пирса, или теория графов, стоит несколько в стороне от магистральной линии развития логики, определяемой вектором Фреге-Рассела. Однако сегодня теория уже не выглядит таким изгоем, каким она была на протяжении прошлого столетия. Перед нами самобытная логическая система, которую можно рассматривать как своеобразное развитие линии алгебры логики. Она состоит из нескольких разделов, которые по своим возможностям примерно эквивалентны логике высказываний, теории первого порядка, модальным логикам. Ее базовой единицей является граф (внешне он напоминает диаграммы в духе Л. Эйлера или Дж. Венна). Задача последнего состоит в наглядной фиксации логических отношений. Диаграммы открыты для трансформаций, возможности которых определяются тремя парами правил. Рассматриваемая теория открыта для различных семантических истолкований (например, в духе А. Тарского, теоретико-игрового подхода). Все это позволяет говорить о том, что теория графов предлагает самостоятельное решение проблем, стоящих перед современными логическими системами: анализ логического следования, законов, вопроса разрешимости и т. д.

В центре моего внимания будет обсуждение не столько технических особенностей диаграмматического подхода, сколько оценка его философских оснований. Философские идеи, на которых базируется теория графов, равно как и ее графический синтаксис, позволяют с несколько иной стороны взглянуть на задачи логики и ее предназначение. Я остановлюсь на вопросах, которые касаются обсуждения проблем обмена информации и прироста нового знания. Как будет показано, анализ этих проблем затрагивает и проблему преподавания логики. Максимальная наглядность и относительная простота теории графов делает ее удобным инструментом для использования в педагогических целях [May, 2017, Sowa, 2001].

1. Теорию графов можно рассматривать как техническую реализацию идеи Пирса о том, что логика есть иное название для семиотики, или науки о знаках. Знаки нужны для передачи мыслей, а потому они оказываются эффективным способом для работы с мыслями и отношениями между

ними. Логика не должна пониматься как проект по построению универсального языка или исчисления в духе Гильберта. Перед нами исчисление мыслей (логика занимается мыслями, но не мышлением).

2. Мысли передаются с помощью разного рода знаков, но особое место в данном случае отводится знакам-иконам [Shin, 2002, Stjernfelt, 2007]. Именно иконами являются диаграммы. Развивая задачи, поставленные перед логикой Новым временем, Пирс нарушает многолетнюю традицию, что мысли выразимы только в символах. Иконическая природа диаграмм позволяет увидеть нелинейный способ представления знаний или информации (тонкости их различения в данной ситуации можно опустить), а также оценить тот факт, что мысль не обязательно должна вербализироваться лингвистически [Hull, 2017]. Фиксируя логические отношения, графы не делают акцента на лингвистической стороне высказываний и понятий, что с несколько непривычной стороны открывает их природу.

3. Рассуждение (процесс перехода от одной формулы к другой) задается с помощью процедуры трансформации исходного графа. Трансформация, задаваемая правилами, воспринимается как его иконическое превращение. Теория графов предлагает смотреть на работу с диаграммами как на эксперимент. В результате даже дедукция начинает трактоваться шире привычного. Эта мысль закрепляется в дихотомии: дедукция королларная (corollarian) и теорематическая (theorematic). Пирс указывается на то, что диаграммы способны передавать не только формальную сторону дедукции (signs formaliter), но и ее сущностный или материальный аспект (signs materialiter). Перечисленные особенности подводят к важному открытию, которое философ определяет как «методевтику (methodeutic) необходимого рассуждения» [Peirce, 1931–1958, CP 4.613]. Одним словом, графы позволяют увидеть, как в рамках логики можно размышлять над природой открытия новых знаний [Hoffmann, 2010, Hoffmann, 2011, Pechlivandis, 2017].

4. Пирс переосмысляет кантовское разделение интуитивного и понятийного знаний. Интуитивное и понятийное оказываются не только зависимыми друг от друга, что имеет место и у Канта, а соединяются воедино: интуиция органично вписывается в процесс рассуждения [Paolucci, 2017], позволяя «необходимому рассуждению собирать информативные истины» [Hookway, 1985, Pietarinen, 2007, Pietarinen, 2006, Stjernfelt, 2007]. Соединение интуитивного и рационального аспектов в рассуждениях рассматривается сегодня и в когнитивных теориях. Правда, рациональные шаги в них не дополняются интуитивными, что имеет место у Пирса, а чаще встречается движение в обратном направлении: рационально обосновыва-

емые переходы вписываются в поток интуитивных выводов. Примером тут может стать аргументативная теория Спербера и Мерсье [Sperber, Mercier, 2017].

5. Диаграммы – синтаксические структуры, максимально зависимые от своей интерпретации. Особенности их построения и прочтения (в теории графов эти процессы разводятся) возвращают нас к идее диалога [Pietarinen, 2006]. Прочтение оказывается тесно связанным с исходными установками агентов: отношения, представленные в графах, регулируются привычками, законами, конвенциями, принимаемыми в той или иной репрезентационной системе [Peirce, 1931–1958, CP 4.418].

Таким образом, особенности графов открывают перед логикой новый ракурс для обсуждения процедур распространения и обмена информации, открытия нового знания, а также обоснования знания, уже имеющегося. Тем самым они дают основание для размышлений о когнитивном повороте в логике, о котором говорят в последние годы [Пиетаринен, 2014, Бентем ван, 2011]. Эти вопросы не теряют своей актуальности, а потому теория графов, будучи к тому же и весьма наглядной, может стать хорошим подспорьем для студентов, испытывающих известные трудности при знакомстве с формальным аппаратом современных логических систем.

Литература

Бентем ван, 2011 – *Бентем ван Й.* Логика и рассуждение: много ли значат факты? // Вопр. философии. 2011. № 12. С. 63–77.

Пиетаринен, 2014 – *Пиетаринен А.-В.* Экзистенциальные графы. К вопросу о диаграмматической логике познания // Логико-философские штудии. 2014. Вып. 12. С. 39–64.

Hoffmann, 2010 – *Hoffmann M.H.G.* Diagrams as Scaffolds for Creativity // AAAIWS'10-07 Proceedings of the 7th AAAI Conference on Visual Representations and Reasoning. 2010. P. 42–49. URL: http://aaai.org/ocs/index.php/WS/AAAIW10/paper/view/2027 (дата обращения: 17.08.2017).

Hoffmann, 2011 – *Hoffmann M.H.G.* Cognitive conditions of diagrammatic reasoning // Semiotica. 2011. Vol. 186 (1/4). P. 189–212.

Hookway, 1985 – *Hookway C.* Peirce. L.: Routledge and Kegan Paul, 1985. 301 p.

Hull, 2017 – *Hull K.* The iconic Peirce: Geometry, Spatial Intuition, and Visual Imagination // Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic / K.A. Hull, R.K. Atkins (ed.). N. Y.: Routledge, 2017. P. 147–173.

May, 2017 – *May M.* Graphs as Images vs. Graphs as Diagrams: a Problem at the Interception of Semiotics and Didactics // Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic / K.A. Hull, R.K. Atkins (ed.). N. Y.: Routledge, 2017. P. 107–118.

Paolucci, 2017 – *Paolucci C.* Semiotics, Schemata, Diagrams, and Graphs: A New Form of Diagrammatic Kantism by Peirce // Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic / Kathleen A. Hull, Richard Kenneth Atkins (ed.). N. Y.: Routledge, 2017. P. 74–85.

Pechlivandis, 2017 – *Pechlivandis C.A.* What Is Behind the Logic of Scientific Discovery? Aristotle and Charles S. Peirce on Imagination // Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic / Kathleen A. Hull, Richard Kenneth Atkins (ed.). N. Y.: Routledge, 2017. P. 132–146.

Peirce, 1931–1958 – *Peirce C.S.* Collected Papers. Vols. 1–8. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press, 1931–1958. [Цитируется как CP с последующим указанием через точку номера тома и номера параграфа.]

Pietarinen, 2007 – *Pietarinen A.-V.* Getting Closer to Iconic Logic // Computation, Information, Cognition: The Nexus and the Liminal. Cambridge: Cambridge Scholars Publishing, 2007. P. 53–74.

Pietarinen, 2006 – *Pietarinen A.-V.* Signs of Logic. Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games, and Communication. Dordrecht: Springer, 2006. 510 p.

Shin, 2002 – *Shin S.-J.* The Iconic Logic of Peirce's Graphs. Cambridge, Mass.: MIT Press, 2002. 220 p.

Sowa, 2001 – *Sowa J.* Existential Graphs: MS 514 by Charles Sanders Peirce with commentary by John F. Sowa. 2001. URL: http://users.bestweb.net/ sowa/peirce/ms514.htm (дата обращения: 17.08.2017).

Sperber, Mercier, 2017 – *Sperber D., Mercier H.* The Enigma of Reason. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 2017. 396 p.

Stjernfelt, 2007 – *Stjernfelt F.* Diagrammatology: An Investigation on the Borderlines of Phenomenology, Ontology, and Semiotics. Dordrecht: Springer, 2007. 507 p.

Angelina S. Bobrova

What do diagrams teach? Reasoning and perception

Angelina S. Bobrova
Russian State University for the Humanities,
6 Miusskaya sq., Moscow, GSP-3, 125993, Russian Federation.
E-mail: angelina.bobrova@gmail.com

Abstract: My paper concerns Peirce's Existential Graph Theory (Graph theory) and its basic units that are diagrams or graphs. Graph theory is a valued logical system. It is algebra demonstrated in geometrical order. The theory is divided into several parts. They approximately correspond to propositional logic, first order logic, and modal logic. I will discuss the philosophical peculiarities of the theory rather than the technical ones. Philosophical ideas of this diagrammatic approach and its graphical syntax open new prospects for looking at the objective of logic. Graph philosophy will be scrutinized through the lens of information exchange and the growth of new knowledge. Special attention will be paid to the conceptual grounds to apply graph theory in practice. I will argue that diagram construction and perception can develop students' logical skills. The existential graph theory realizes Peirce's claim that logic is another name for semiotic. It deals with signs. Diagrams are signs (icons). These syntactical structures can be supplemented with interpretation (the theory accepts Tarski style semantics, game-theory semantics, etc.). A work with graphs is a graphical equivalent to scientific experiments. In the course of such experiments, we are not only able to discover necessary conclusions, which are implicitly or explicitly given in graphs, but also discover new knowledge and to observe the processes of information exchange. In short, graph theory allows us to perceive the nature of propositions, concepts and reasoning. The latter is treated as graph transformations (modifications regulated with the rules).

Keywords: existential graph theory, diagrams, Peirce, icon, iconicity, logic and information

For citation: Bobrova A.S. "Chemu uchat diagrammy? Rassuzhdeniya i vospriyatie" [What do diagrams teach? Reasoning and perception], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 70–77. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-70-77 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is supported by Russian Humanitarian Research Foundation, project № 16-36-00026 a1–OGN. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Bobrova A.S. "Chemu uchat diagrammy? Rassuzhdeniya i vospriyatie" [What do diagrams teach? Reasoning and perception], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 94–97. (In Russian)

References

Benthem, 2011 – Benthem, J. van. “Logika i rassuzhdeniya: mnogo li znachat fakti?” [Logic and Reasoning: Do the Facts Matter?], *Voprosi philosophii* [Problems of Philosophy], 2011, No. 12, pp. 63–77. (In Russian)

Hoffmann, 2010 – Hoffmann, M.H.G. “Diagrams as Scaffolds for Creativity”, in: *AAAIWS’10–07 Proceedings of the 7th AAAI Conference on Visual Representations and Reasoning.* 2010, pp. 42-49. [http://aaai.org/ocs/index.php/WS/AAAIW10/paper/view/2027, accessed on 17.08.2017].

Hoffmann, 2011 – Hoffmann, M.H.G. “Cognitive conditions of diagrammatic reasoning”, *Semiotica*, 2011, Vol. 186 (1/4), pp. 189–212.

Hookway, 1985 – Hookway, C. *Peirce*. London: Routledge and Kegan Paul, 1985. 301 pp.

Hull, 2017 – Hull, K. “The iconic Peirce: Geometry, Spatial Intuition, and Visual Imagination”, in: *Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic*, K.A. Hull, R.K. Atkins (ed.). New York: Routledge, 2017, pp. 147–173.

May, 2017 – May, M. “Graphs as Images vs. Graphs as Diagrams: a Problem at the Interception of Semiotics and Didactics”, in: *Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic*, K.A. Hull, R.K. Atkins (ed.). New York: Routledge, 2017, pp. 107–118.

Paolucci, 2017 – Paolucci, C. “Semiotics, Schemata, Diagrams, and Graphs: A New Form of Diagrammatic Kantism by Peirce”, in: *Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic*, K.A. Hull, R.K. Atkins (ed.). New York: Routledge, 2017, pp. 74–85.

Pechlivandis, 2017 – Pechlivandis, C.A. “What Is Behind the Logic of Scientific Discovery? Aristotle and Charles S. Peirce on Imagination”, in: *Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic*, Kathleen A. Hull, Richard Kenneth Atkins (ed.). New York: Routledge, 2017, pp. 132–146.

Peirce, 1931–1958 – Peirce, C.S. *Collected Papers*. Vols. 1–8. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press, 1931–1958. [Cited as CP followed by volume number, and paragraph number.]

Pietarinen, 2006 – Pietarinen, A.-V. *Signs of Logic. Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games, and Communication.* Dordrecht: Springer, 2006. 510 pp.

Pietarinen, 2007 – Pietarinen, A.-V.“Getting Closer to Iconic Logic”, in: *Computation, Information, Cognition: The Nexus and the Liminal.* Cambridge: Cambridge Scholars Publishing, 2007, pp. 53–74.

Pietarinen, 2014 – Pietarinen, A.-V. “Eksistenzhial’nie graphi. K voprosu o diagrammaticheskoy logike”, [Existential Graphs: What the Diagrammatic Logic of Cognition Might Look Like], *Logico-philosophckie shtudii* [Logical and Philosophical Studies], 2014, Vol. 12, pp. 39–64. (In Russian)

Shin, 2002 – Shin, S.-J. *The Iconic Logic of Peirce’s Graphs.* Cambridge, Mass.: MIT Press, 2002. 220 pp.

Sowa, 2001 – Sowa, J. “Existential Graphs: MS 514 by Charles Sanders Peirce with commentary by John F. Sowa”. 2001. [http://users.bestweb.net/ sowa/peirce/ms514.htm, accessed on 17.08.2017].

Sperber, Mercier, 2017 – Sperber, D., Mercier, H. *The Enigma of Reason*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 2017. 396 pp.

Stjernfelt, 2007 – Stjernfelt, F. *Diagrammatology: An Investigation on the Borderlines of Phenomenology, Ontology, and Semiotics*. Dordrecht: Springer, 2007. 507 pp.

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 78–84
УДК 168

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 78–84
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-78-84

В.Л. Васюков

Логика неклассической науки*

Владимир Леонидович Васюков
Институт философии РАН.
Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д.12, стр.1.
E-mail: vasyukov4@gmail.com

Аннотация: Первая не решенная до сих пор проблема теоретической физики — проблема квантовой гравитации — предполагает построение единой теории, объединяющей общую теорию относительности и квантовую теорию. До сих пор все предпринятые попытки ее построения не увенчались успехом. Но похоже, что один специфический ответ на этот вопрос существует, хотя в силу своей природы он не находился в центре внимания исследователей. Анализ логических проблем квантовой теории приводит к обнаружению общих логических оснований теории относительности и квантовой механики. Оказывается, логическая структура обеих дисциплин основывается на конструкции ортомодулярной решетки, а не булевой алгебры, характерной для классической физики. С другой стороны, учитывая, что и квантовая теория, и теория относительности представляют собой неклассические дисциплины, общая для квантовой теории и релятивистской теории ортомодулярная логическая структура, лежащая в основании квантовой логики и каузальной логики пространства-времени, может расцениваться как логическое основание неклассической науки в целом, как характерный признак неклассического типа научной рациональности, позволяющей учитывать связи между знаниями об объекте и характером средств и операций деятельности. Конструкция ортомодулярной решетки используется также и в релятивистской квантовой теории. В этом случае, как показано, например, в работе Марка Хэдли «Логика квантовой механики, выведенная из классической общей относительности» [Hadley, 1997], разумные допущения о роли измерительного прибора приводят к ортомодулярной решетке высказываний, характерной для квантовой логики. При этом ортомодулярная решетка не закладывается в основание теории, но обнаруживается в процессе исследования при детальном анализе. Она присутствует и в квантовой теории, и в теории относительности. Но может ли она лечь в основу единого формализма, дающего решение проблемы квантовой гравитации? Скорее всего, наличие ортомодулярной решеточной структуры в недрах квантовой теории и теории относительности является следствием неклассического характера этих дисциплин: отсутствие выделенной импликации (кондиционала) в ортомодулярной решетке (как показано в работе [Kalmbach, 1974], существует как минимум пять подобных кондиционалов) указывает на необходимость контроля за особенностями наших наблюдений, поскольку неявный выбор «импликативной» связи между квантовыми высказываниями способен повлиять на результаты наблюдения.

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Васюков В.Л.* Логика неклассической науки // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 78–80.

Ключевые слова: квантовая гравитация, квантовая логика, каузальная логика пространства-времени, неклассический тип научной рациональности

Для цитирования: *Васюков В.Л.* Логика неклассической науки // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 78–84. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-78-84

В 1916 г. А. Эйнштейн, формулируя концепцию гравитационных волн, переносящих энергию, замечает, что согласование ее с атомной физикой требует описания в терминах квантовой теории и самой энергии, переносимой гравитационными волнами. Он пишет: «атом, вследствие внутриатомного движения электронов, должен излучать не только электромагнитную, но и гравитационную энергию, хотя и в ничтожном количестве. Поскольку в природе в действительности ничего подобного не должно быть, то, по-видимому, квантовая теория должна модифицировать не только максвелловскую электродинамику, но также и новую теорию гравитации» [Эйнштейн, 1965, с. 522].

Однако создание подобной теории было отложено физиками на долгое время. Одной из причин было то, что в микромире мы обычно можем игнорировать гравитацию и нам достаточно рассматривать пространство и время в качестве ньютоновского неизменного фона. В макромире же — области гравитации и космологии — квантовые явления не играют никакой роли.

Так или иначе, но проблема осталась и постепенно приобрела статус первой нерешенной проблемы теоретической физики. В настоящее время ее называют проблемой квантовой гравитации и формулируют следующим образом: «Объединить общую теорию относительности и квантовую теорию в одну теорию, которая может претендовать на роль полной теории природы» [Smolin, 2006, p. 5].

Подобное объединение казалось всегда совершенно логичным с точки зрения места, занимаемого в физике квантовой теорией. Поскольку, как пишет Дж. Макки, «объединенными усилиями Гейзенберга, Шредингера, Дирака, Бора, Борна, фон Неймана и других ученых была создана новая, более совершенная механика, которая... включала классическую механику в качестве предельного случая для больших масс и расстояний» [Макки, 1965, с. 59], то квантовые явления, по-видимому, должны оказывать влияние на теорию относительности, создавая какие-то рамки для ее формализма. В сущности, все изложение физики должно было бы начинаться не с классического, а с квантовомеханического описания и лишь затем переходить к описанию «случая больших масс и расстояний». Это напрямую касается и теории относительности.

Однако прямые аналогии и параллели здесь не срабатывают. Дж. фон Нейман еще в 1932 году в «Математических основаниях квантовой механики» рассматривает один из примеров подобного затруднения. Он пишет: «...утверждается, что принципиально невозможно установить одновременность двух событий, происходящих в точках, разделенных расстоянием r, с точностью, превосходящей интервал длительностью r/c (c — скорость света), в то время как, согласно соотношениям неопределенности, принципиально невозможно указать положение материальной точки в фазовом пространстве с точностью, превосходящей область объема $(h/4\pi)$» [Нейман фон, 1964, с. 242–243]. Но природа неопределенности здесь различна. В теории относительности это вызвано тем, что систему координат можно выбирать бесконечно многими различными способами, а в квантовой механике вообще невозможно описывать систему, характеризуемую волновой функцией, точкой в фазовом пространстве.

Так есть ли у теории относительности и квантовой механики что-то общее вообще? Оказывается, что один специфический ответ на этот вопрос существует, хотя в силу своей природы он не находился в центре внимания исследователей. В упомянутой выше книге фон Неймана 1932 года, излагающей физическую теорию на языке чистой математики, можно найти следующее высказывание: «Мы видим, что связь между свойствами физической системы, с одной стороны, и проекционными операторами, с другой, делает возможным некое логическое исчисление над ними» [Нейман фон, 1964, с. 189]. Такое логическое исчисление было им построено в совместной с Г. Биркгофом статье, положившей начало исследованиям особой, неклассической логики квантовой теории. Это логическое исчисление формально основывалось на ортомодулярной решетке замкнутых подпространств гильбертова пространства.

Начиная с конца 70-х годов начали появляться работы, демонстрирующие применимость конструкции ортомодулярной решетки к описанию теории относительности. Так, в работе В. Цеглы «Каузальная логика пространства Минковского» [Cegla, 1981] рассматривалось ортогональное пространство, образуемое каузальной структурой. В специальном случае каузальной структуры семейство дважды ортогональных множеств образует полную ортомодулярную решетку.

Абстрактно каузальное пространство (M, G) можно описать как пару, где M есть непустое множество, а G является структурой, определенной с помощью выделенного покрытия G непустыми подмножествами M. Элементы $f \in G$ называются каузальными путями, а $S(x) = \{f \in G : x \in f\}$ представляет собой множество всех путей, проходящих через x. Точки x и y каузально связаны, если имеется путь, проходящий через них.

Естественно определяемая операция ортодополнения для подмножеств M основывается на каузальной структуре, получаемой отождествлением всего, что каузально связано с данным множеством. Для этого определяем на M симметричное рефлексивное отношение, которое задано на каузальной структуре. Для двух точек x и y из M записываем xRy и говорим, что x и y каузально связаны или просто связаны. Ортодополнение задается как $f^{\perp} = \{x : x$ не связано ни с одной точкой из $f\}$ и полагаем $f \in L(M)$ тогда и только тогда, когда $f^{\perp\perp} = f$. Ясно, что $f^{\perp}$ будет элементом $L(M)$, поскольку $f^{\perp} = f^{\perp\perp\perp}$.

В качестве конъюнкции в $L(M)$ можно рассматривать пересечение множеств $f \wedge g = f \cap g$, дизъюнкцией двух множеств будет каузальное замыкание их пересечения $f \vee g = (f \cup g)^{\perp\perp}$. В работе Х. Касини «Логика каузально замкнутых пространственно-временных подмножеств» [Casini, 2002] показано, что $L(M)$, где есть общее пространство-время, является ортомодулярной решеткой, и показано, что $L(M)$ также имеет логическую интерпретацию в терминах высказываний для классических частиц, когда высказывание, соответствующее подмножеству пространства-времени f, понимается как «частица проходит через f».

Используется конструкция ортомодулярной решетки также и в релятивистской квантовой теории. Так, например, в работе Марка Хэдли «Логика квантовой механики, выведенная из классической общей относительности» [Hadley, 1997] показано, что разумные допущения о роли измерительного прибора приводят к ортомодулярной решетке высказываний, характерной для квантовой логики.

При этом ортомодулярная решетка не закладывается в основание теории, но обнаруживается в процессе исследования. Она присутствует и в квантовой теории, и в теории относительности. Но может ли она лечь в основу единого формализма, дающего решение проблемы квантовой гравитации? Скорее, наличие ортомодулярной решеточной структуры в недрах квантовой теории и теории относительности является следствием неклассического характера этих дисциплин: отсутствие выделенной импликации в ортомодулярной решетке (как показано работе [Kalmbach, 1974], существует как минимум пять подобных импликаций) приводит к требованию контроля за особенностями наших наблюдений, поскольку выбор «импликативной» связи между высказываниями способен повлиять на результаты наблюдения.

Литература

Макки, 1965 – *Макки Дж.* Лекции по математическим основам квантовой механики. М.: Мир, 1965. 129 с.

Нейман фон, 1964 – *Нейман И. фон.* Математические основы квантовой механики. М.: Наука, 1964. 368 с.

Эйнштейн, 1965 – *Эйнштейн А.* Приближенное интегрирование уравнений гравитационного поля // *Эйнштейн А.* Собр. науч. тр. Т. 1. М.: Наука, 1965. С. 514–523.

Casini, 2002 – *Casini H.* The logic of causally closed space-time subsets. 2002. // URL: arXiv:gr-qc/0205013 v2 (дата обращения: 22.11.2002).

Cegla, 1981 – *Cegla W.* Causal Logic of Minkowski Space // Current Issues in Quantum Logic / Eds. by S. Beltrametti and B. van Fraassen. N. Y.: Plenum, 1981. P. 419–424.

Hadley, 1997 – *Hadley M.J.* The Logic of Quantum Mechanics Derived from Classical General Relativity // URL: arXiv:quant-ph/9706018v1 (дата обращения: 09.06.1997).

Kalmbach, 1974 – *Kalmbach G.* Orthomodular Logic // Zeitschr. Math. Log. und Grundl. Math. 1974. Bd. 20, H. 5. S. 395–406.

Smolin, 2006 – *Smolin L.* The trouble with physics: the rise of string theory, the fall of a science, and what comes next. Boston, N. Y.: Houghton Mifflin Company, 2006. 414 p.

Vladimir L. Vasyukov

Logic of non-classical science

Vladimir L. Vasyukov
Institute of Philosophy RAS,
12/1 Goncharnaya St., Moscow, 109240, Russian Federation.
E-mail: vasyukov4@gmail.com

Abstract: The first still unresolved problem of theoretical physics — the problem of quantum gravitation — presupposes building a theory unifying the theory of general relativity and quantum theory. All attempts to date have failed. However, it seems that there is one specific answer to this question, albeit by virtue of its nature it was not in the uppermost of the researcher's mind. Analysis of logical issues in quantum theory leads to the detection of the same general logical foundations both of relativity theory and quantum theory. It turned out that the logical structure of both disciplines is based on the construction of an orthomodular lattice and not Boolean algebra, which is typical for classical physics. On the other hand, taking into account the fact that quantum theory and the theory of relativity are non-classical disciplines, then the common structure underlying both quantum logic and causal logic of space-time should be evaluated as the logical basis of non-classical science in general. It might be considered to be a specific character of the non-classical type of scientific rationality which allows us to consider the links between knowledge on a subject and the specificity of means and activity operations. The construction of an orthomodular lattice is also employed in relativistic quantum theory. In this case, as is shown e.g. in Mark Hadley's paper "The Logic of Quantum Mechanics Derived from Classical General Relativity" [Hadley, 1997], reasonable assumptions about the role of the measurement apparatus leads to an orthomodular lattice of propositions characteristic to quantum logic. In so doing, an orthomodular lattice is not assumed as the basis of the theory but is discovered during the process of inquiry under detailed analysis. It would be detected in quantum theory as well as in the theory of relativity. But should it be assumed as the basis of the unified formal apparatus for resolving the problem of quantum gravitation? It is most likely that the presence of an orthomodular lattice structure in the depth of quantum theory and the theory of relativity is a consequence of the non-classical nature of these disciplines. The lack of a distinguished implication connective (the conditional) in orthomodular lattice (as demonstrated by G. Kalmbach [Kalmbach, 1974] there are five such conditionals) indicates the need to monitor the peculiarities of our observations, since the implicit choice of "implicative" link between quantum propositions can affect our observation results.

Keywords: evaluation, category, non-finite methods, non-standard analysis, generalized non-standard, measure

For citation: Vasyukov V.L. "Logika neklassicheskoi nauki" [Logic of non-classical science], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 78–84. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-78-84 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Vasyukov V.L. "Logika neklassicheskoi nauki" [Logic of non-classical science], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 78–80. (In Russian)

References

Casini, 2002 – Casini, H. *The logic of causally closed space-time subsets* [arXiv:gr-qc/0205013 v2, accessed on 11.11.2002].

Cegla, 1981 – Cegla, W. "Causal Logic of Minkowski Space", in: *Current Issues in Quantum Logic*, eds. by S. Beltrametti and B. van Fraassen. New York: Plenum, 1981. pp. 419–424.

Einstein, 1965 – Einstein, A. "Priblizhennoe integrirovanie uravneniy gravitatsionnogo polya" [Nahemngsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation], in: A. Einstein. *Works. Vol. 1.* Moscow: Nauka, 1965. pp. 514–523. (In Russian)

Hadley, 1997 – Hadley, M.J. *The Logic of Quantum Mechanics Derived from Classical General Relativity*, [arXiv:quant-ph/9706018v1, accessed on 09.06.1997].

Kalmbach, 1974 – Kalmbach, G. "Orthomodular Logic", *Zeitschr. Math. Log. und Grundl. Math.,* 1974, Bd. 20, H. 5, pp. 395–406.

Mackey, 1965 – Mackey, G.W. *Lektsii po mathematicheskim osnovam kvantovoi mekhaniki* [Mathematical foundations of quantum mechanics]. Moscow: Mir, 1965. 129 pp. (In Russian)

Neumann, 1964 – Neumann, J. von. *Matematicheskie osnovy kvantovoi mekhaniki* [Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik]. Moscow: Nauka, 1964. 368 pp. (In Russian)

Smolin, 2006 – Smolin, L. *The trouble with physics: the rise of string theory, the fall of a science, and what comes next.* Boston, New York: Houghton Mifflin Company, 2006. 414 pp.

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 85–91
УДК 510.644

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 85–91
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-85-91

Л.Ю. Девяткин

О континуальном классе четырехзначных максимально паранормальных логик*

Леонид Юрьевич Девяткин
Институт философии РАН.
Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д.12, стр.1.
E-mail: deviatkin@iph.ras.ru

Аннотация: В современной философской логике важное место занимает проблема противоречивой или неполной информации. Широкое применение в этой области получили методы многозначной логики. Одним из перспективных направлений является изучение четырехзначных логик, допускающих работу как с противоречивой, так и с неполной информацией одновременно. Данная работа лежит именно в рамках этого подхода.

Эта статья посвящена континуально бесконечному множеству четырехзначных максимально паранормальных логик. Я описываю четырехзначную матрицу, которая задает логику $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$, и демонстрирую, что, хотя она ни сильно максимально паранепротиворечива, ни сильно максимально параполна, существует континуально много четырехзначных языковых расширений этой логики, обладающих данными свойствами.

Решение поставленной задачи организовано следующим образом. Сначала я строю четырехзначные матрицы логик $\mathbf{P}^1$ и $\mathbf{I}^1$. Оказывается, что матрица $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ представляет собой функциональное расширение как первой, так и второй. Из этого следует, что $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ есть языковой вариант общего языкового расширения $\mathbf{P}^1$ и $\mathbf{I}^1$. Известно, что $\mathbf{P}^1$ и все ее языковые расширения сильно максимально паранепротиворечивы. Поскольку логика $\mathbf{I}^1$ дуальна $\mathbf{P}^1$, как она сама, так и все ее языковые расширения сильно максимально параполны. Однако, хотя $\mathbf{P}^1$ и $\mathbf{I}^1$ погрузимы в $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$, неверно, что она сильно максимально паранепротиворечива или сильно максимально параполна. В то же время этими свойствами обладает ряд ее языковых расширений.

Далее вычисляется нижняя граница числа всех языковых расширений $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ интересующего нас типа. Для этого я показываю, что множество всех операций, определимых в матрице $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$, обогащенной операторами $\bot_f$ и $\top_t$, имеет континуальное множество попарно различных замкнутых надмножеств. Строим замкнутый класс функций F четырехзначной логики, имеющий счетный базис. Такой класс содержит континуально много попарно различных подклассов. В заключение демонстрируем, что никакие два подкласса F, дополненные операциями матрицы $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$, $\bot_f$ и $\top_t$, не окажутся эквивалентны при замыкании относительно суперпозиции.

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Девяткин Л.Ю.* О континуальном классе четырехзначных максимально паранормальных логик // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 67–71.

Ключевые слова: паранепротиворечивость, параполнота, паранормальность, многозначная логика

Для цитирования: *Девяткин Л.Ю.* О континуальном классе четырехзначных максимально паранормальных логик // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 85–91. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-85-91

Для экономии места опускаю элементарные определения. Необходимый для понимания работы материал изложен в указанных далее работах. Определения языка, следования, пропозициональной логики, логической матрицы, гомоморфизма, гомоморфного прообраза, языкового и дедуктивного расширения логики можно найти в книге Р. Вуйчицкого [Wójcicki, 1988, p. 7–35, 56–75, 189–220]. Определения паранепротиворечивости, параполноты, паранормальности, а также максимальности применительно к этим понятиям приводятся в статье А. Аврона и О. Ариэли [Arieli, Avron, 2017]. Используемые понятия, связанные с замкнутыми классами функций, изложены в книге Д. Лау [Lau, 2006].

Начнем с рассмотрения логики $\mathbf{P}^1$ и ее матрицы.

$$\mathcal{P}^1 = \langle\{1, \mathbf{t}, 0\}, \wedge_1, \vee_1, \supset_1, \neg_1, \{1, \mathbf{t}\}\rangle.$$

$\wedge_1$	1	$\mathbf{t}$	0
1	1	1	0
$\mathbf{t}$	1	1	0
0	0	0	0

$\vee_1$	1	$\mathbf{t}$	0
1	1	1	1
$\mathbf{t}$	1	1	1
0	1	1	0

$\supset_1$	1	$\mathbf{t}$	0
1	1	1	0
$\mathbf{t}$	1	1	0
0	1	1	1

	$\neg_1$
1	0
$\mathbf{t}$	1
0	1

Как показали А. Аврон, О. Ариэли и А. Заманская [Arieli, Avron, 2017], логика $\mathbf{P}^1$, задаваемая матрицей $\mathcal{P}^1$, а также все ее языковые расширения сильно максимально паранепротиворечивы. Логика называется сильно максимально паранепротиворечивой, если ни одно ее собственное дедуктивное расширение в том же языке не паранепротиворечиво.

Нетрудно построить и четырехзначную матрицу логики $\mathbf{P}^1$. Для этого добавим такое промежуточное значение «$\mathbf{f}$», что его строка и столбец совпадут с таковыми для значения «0».

$$\mathcal{P}^{1\mathbf{f}} = \langle\{1, \mathbf{t}, \mathbf{f}, 0\}, \wedge_2, \vee_2, \supset_2, \neg_2, \{1, \mathbf{t}\}\rangle.$$

$\wedge_2$	1	$\mathbf{t}$	$\mathbf{f}$	0
1	1	1	0	0
$\mathbf{t}$	1	1	0	0
$\mathbf{f}$	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$\vee_2$	1	$\mathbf{t}$	$\mathbf{f}$	0
1	1	1	1	1
$\mathbf{t}$	1	1	1	1
$\mathbf{f}$	1	1	0	0
0	1	1	0	0

$\supset_2$	1	$\mathbf{t}$	$\mathbf{f}$	0
1	1	1	0	0
$\mathbf{t}$	1	1	0	0
$\mathbf{f}$	1	1	1	1
0	1	1	1	1

	$\neg_2$
1	0
$\mathbf{t}$	1
$\mathbf{f}$	1
0	1

По построению, матрица $\mathcal{P}^{1\mathbf{f}}$ есть гомоморфный прообраз $\mathcal{P}^1$ относительно отображения h: $h(\mathbf{f}) = 0$ и $h(x) = x$, если $x \neq \mathbf{f}$. Как следствие, матрица $\mathcal{P}^{1\mathbf{f}}$ задает логику $\mathbf{P}^1$. Эта матрица рассматривается А.С. Карпенко и Н.Е. Томовой как $\mathcal{M}_8$ [Карпенко, Томова, 2016, с. 69].

Теперь рассмотрим матрицу, дуальную $\mathcal{P}^1$:

$$\mathcal{I}^1 = \langle \{1, \mathbf{f}, 0\}, \wedge_3, \vee_3, \supset_3, \neg_3, \{1\} \rangle.$$

$\wedge_3$	1	$\mathbf{f}$	0
1	1	0	0
$\mathbf{f}$	0	0	0
0	0	0	0

$\vee_3$	1	$\mathbf{f}$	0
1	1	1	1
$\mathbf{f}$	1	0	0
0	1	0	0

$\supset_3$	1	$\mathbf{f}$	0
1	1	0	0
$\mathbf{f}$	1	1	1
0	1	1	1

	$\neg_3$
1	0
$\mathbf{f}$	0
0	1

В силу дуальности [Brunner, Carnielli, 2005], логика $\mathbf{I}^1$, задаваемая матрицей $\mathcal{I}^1$, а также все ее языковые расширения сильно максимально параполны. Называем логику сильно максимально параполной, если ни одно ее собственное дедуктивное расширение в том же языке не параполно.

Как и в предыдущем случае, построим четырехзначный гомоморфный прообраз $\mathcal{I}^1$, на этот раз добавив значение «$\mathbf{t}$», строка и столбец для которого совпадают с таковыми для «1». Кроме того, сделаем «$\mathbf{t}$» выделенным значением.

$$\mathcal{I}^{1\mathbf{t}} = \langle \{1, \mathbf{t}, \mathbf{f}, 0\}, \wedge_2, \vee_2, \supset_2, \neg_4, \{1, \mathbf{t}\} \rangle.$$

$\wedge_2$	1	$\mathbf{t}$	$\mathbf{f}$	0
1	1	1	0	0
$\mathbf{t}$	1	1	0	0
$\mathbf{f}$	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$\vee_2$	1	$\mathbf{t}$	$\mathbf{f}$	0
1	1	1	1	1
$\mathbf{t}$	1	1	1	1
$\mathbf{f}$	1	1	0	0
0	1	1	0	0

$\supset_2$	1	$\mathbf{t}$	$\mathbf{f}$	0
1	1	1	0	0
$\mathbf{t}$	1	1	0	0
$\mathbf{f}$	1	1	1	1
0	1	1	1	1

	$\neg_4$
1	0
$\mathbf{t}$	0
$\mathbf{f}$	0
0	1

Эта матрица рассматривается Томовой и Карпенко как $\mathcal{M}_{13}$ [Карпенко, Томова, 2016, с. 69].

Заметим, что матрицы $\mathcal{P}^{1\mathbf{f}}$ и $\mathcal{I}^{1\mathbf{t}}$ различаются определениями отрицаний, а бинарные операции и классы выделенных значений в них совпадают. Как вытекает из работ П. Войтыляка [Wojtylak, 1981] и Р. Вуйчицкого [Wójcicki, 1988, p. 56–75], если матрицы двух логик с совпадающими множествами-носителями и классами выделенных значений имеют общее функциональное расширение, то эти логики имеют общее языковое расширение. В работе А.С. Карпенко и Н.Е. Томовой [Карпенко, Томова, 2016, с. 76] показано, что таким функциональным расширением является матрица $\mathcal{I}^1\mathcal{P}^1$, являющаяся частью последовательности паранормальных матриц, предложенной В. Фернандесом [Fernández, 2001, p. 69].

$$\mathcal{I}^1\mathcal{P}^1 = \langle \{1, \mathbf{t}, \mathbf{f}, 0\}, \wedge_2, \vee_2, \supset_2, \neg_5, \{1, \mathbf{t}\} \rangle.$$

$\wedge_2$	1	**t**	**f**	0
1	1	1	0	0
t	1	1	0	0
f	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$\vee_2$	1	**t**	**f**	0
1	1	1	1	1
t	1	1	1	1
f	1	1	0	0
0	1	1	0	0

$\supset_2$	1	**t**	**f**	0
1	1	1	0	0
t	1	1	0	0
f	1	1	1	1
0	1	1	1	1

	$\neg_4$
1	0
t	1
f	0
0	1

Аксиоматизация $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ также приводится В. Фернандесом в процитированной работе [Fernández, 2001, p. 121–123].

Итак, паранормальная логика $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ представляет собой языковой вариант общего языкового расширения логик $\mathbf{P}^1$ и $\mathbf{I}^1$. Однако она не является ни максимально параполной, ни максимально паранепротиворечивой. Дело в том, что как в $\mathbf{P}^1$, так и в $\mathbf{I}^1$ имеет место закон $(p \wedge \neg p) \supset (q \vee \neg q)$. Но эта формула принимает значение «0» в $\mathcal{I}^1\mathcal{P}^1$ при $p = \mathbf{t}$; $q = \mathbf{f}$. Таким образом, $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ имеет собственное дедуктивное расширение, которое паранепротиворечиво и параполно. В то же время имеет место следующий факт. Пусть функции $\bot_f$ и $\top_t$ отвечают следующим условиям:

- $\bot_f x = \mathbf{f}$, если $x = \mathbf{t}$, и $\bot_f x = 0$ в противном случае;
- $\top_t x = \mathbf{t}$, если $x = \mathbf{f}$, и $\top_t x = 1$ в противном случае.

Тогда любое функциональное расширение матрицы $\mathcal{I}^1\mathcal{P}^1$, содержащее $\bot_f$ и $\top_t$, задает языковое расширение $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$, которое одновременно максимально параполно и максимально паранепротиворечиво относительно $\neg_4$. Покажем, что класс таких расширений имеет мощность континуум. Для этого рассмотрим функции следующего вида:

- $f_n(x_1, \dots, x_n) = 1$, если $x_i = \mathbf{t}$ для некоторого $i \in \{1, \dots, n\}$, и $x_j = 1$ для всех $j \neq i$;
- $f_n(x_1, \dots, x_n) = \mathbf{t}$, если $x_1 = \dots = x_n = \mathbf{t}$;
- $f_n(x_1, \dots, x_n) = \mathbf{f}$, если $x_1 = \dots = x_n = \mathbf{f}$;
- $f_n(x_1, \dots, x_n) = 0$ в противном случае.

Как следует из Леммы 14.10.4 в [Lau, 2006, p. 426], такие функции образуют счетный базис замкнутого класса функций $F = [\{f_i | i \geq 2\}]$, то есть $f_k \notin F_k = [\{f_i | i \geq 2\} \setminus \{f_k\}]$ для всех f_k. Это дает нам континуальное множество замкнутых классов функций. Теперь обозначим как G множество всех функций, выразимых посредством $\vee_2$, $\wedge_2$, $\supset_2$, $\neg_4$, $\bot_f$ и $\top_t$. Нетрудно убедиться, что для всех f_k также имеет место $f_k \notin [G \cup F_k]$. Допустим обратное: пусть f_k выражается формулой $\Phi(\Phi_1, \dots, \Phi_m)$, где $\Phi \in G \cup F_k$, а $\Phi_1, \ldots, \Phi_m$ — либо переменные из списка $x_1, \ldots, x_k$, либо функции из $G \cup F_k$. Если $\Phi(\Phi_1, \ldots, \Phi_m)$ содержит хотя бы одну функцию из G, то $\Phi(\Phi_1, \ldots, \Phi_m) \neq \mathbf{t}$ при $x_1 = \cdots = x_n = \mathbf{t}$ или $\Phi(\Phi_1, \ldots, \Phi_m) \neq \mathbf{f}$ при $x_1 = \cdots = x_n = \mathbf{f}$. Но это невозможно по определению f_k. Следовательно, в $\Phi(\Phi_1, \ldots, \Phi_m)$ могут входить только функции из F_k. Однако это снова ведет к противоречию. Таким образом, существует континуум четырехзначных языковых расширений $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$, которые одновременно максимально параполны и максимально паранепротиворечивы. Описанные расширения $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ попарно различны, то есть не являются языковыми вариантами друг друга, так как в расширениях $\mathbf{P}^1$ не имеет места принцип замены.

Литература

Карпенко, Томова, 2016 – *Карпенко А.С., Томова Н.Е.* Трехзначная логика Бочвара и литеральные паралогики. М.: ИФ РАН, 2016. 110 с.

Arieli, Avron, 2017 – *Arieli O., Avron A.* Four-Valued Paradefinite Logics // Studia Logica. 2017. Vol. 105. No 6. P. 1087–1122.

Arieli, Avron, Zamansky, 2011 – *Arieli O.*, *Avron A.*, *Zamansky A.* Maximal and Premaximal Paraconsistency in the Framework of Three-Valued Semantics // Studia Logica. 2011. Vol. 97. No. 1. P. 31–60.

Brunner, Carnielli, 2005 – *Brunner A.B., Carnielli W.A.* Anti-Intuitionism and Paraconsistency // Journal of Applied Logic. 2005. Vol. 3. No. 1. P. 161–184.

Fernández, 2001 – *Fernández V.L.* Semântica de Sociedades para Lógicas n-valentes. Campinas: IFCH-UNICAMP. 2001. 126 p.

Lau, 2006 – *Lau D.* Function Algebras on Finite Sets: Basic Course on Many-Valued Logic and Clone Theory. Berlin; Heidelberg; N. Y.: Springer. 2006. 670 p.

Wojtylak, 1981 – *Wojtylak P.* Mutual interpretability of sentential logic I // Reports on Mathematicl Logic. 1981. Vol. 11. P. 69–89.

Wójcicki, 1988 – *Wójcicki R.* Theory of Logical Calculi: Basic Theory of Consequence Operations. Dordrecht: Kluwer, 1988. 474 p.

Leonid Y. Devyatkin

On a continual class of four-valued maximally paranormal logics

Leonid Y. Devyatkin
Institute of Philosophy of Russian Academy of Sciences,
12/1 Goncharnaya Str., Moscow, 109240, Russian Federation.
E-mail: deviatkin@iph.ras.ru

Abstract: The problem of contradictory or incomplete information has an important place in modern philosophical logic. The methods of many-valued logic have been widely applied in this field. One promising direction is the study of four-valued logics, which facilitate working with contradictory as well as incomplete information simultaneously. This work lies within this approach.

This paper is devoted to a set of continuum cardinality consisting of maximum strong four-valued paranormal logics. I describe the four-valued matrix that induces the logic $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ and demonstrate that, although it is neither maximally paraconsistent nor maximally paracomplete in the strong sense, there are continuum-many of its four-valued linguistic extensions that possess such properties.

The solution to the problem is structured as follows. First, I construct the four-valued matrices for the logics $\mathbf{P}^1$ and $\mathbf{I}^1$. It turns out that the matrix of $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ constitutes a functional extension of the former as well as the latter. This entails that $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ is a linguistic variant of a common linguistic extension of $\mathbf{P}^1$ and $\mathbf{I}^1$. It is known that $\mathbf{P}^1$ and all of its linguistic extensions are maximally paraconsistent in the strong sense. Since $\mathbf{I}^1$ is the dual of $\mathbf{P}^1$, it and all of its linguistic extensions are maximally paracomplete in the strong sense. However, while $\mathbf{P}^1$ and $\mathbf{I}^1$ are embeddable into $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$, it is not the case that it is maximally paraconsistent or maximally paracomplete. At the same time, some of its linguistic extensions do have such properties.

Further, the lower boundary of the total amount of linguistic extensions of $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ of the relevant type is established. For this I show that the set of all operations definable in the matrix of $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$ supplemented with the operators $\bot_f$ and $\top_t$ has continuum-many pairwise distinct closed supersets. The closed class F of functions of four-valued logic with the countable basis is constructed. Such a class contains continuum-many pairwise distinct subclasses. Finally, it is demonstrated that no two subclasses of F supplemented with operations of the matrix of $\mathbf{I}^1\mathbf{P}^1$, $\bot_f$ and $\top_t$ will be equivalent upon closure with respect to superposition.

Keywords: paraconsistnecy, paracompleteness, paranormality, many-valued logic

For citation: Devyatkin L.Yu. “O kontinual’nom klasse chetyrekhznachnykh maksimal’no paranormal’nykh logik” [On a continual class of four-valued maximally paranormal logics], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 85–91. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-85-91 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Devyatkin L.Yu. "O kontinual'nom klasse chetyrekhznachnykh maksimal'no paranormal'nykh logik" [On a continual class of four-valued maximally paranormal logics], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 67–71.

References

Arieli, Avron, 2017 – Arieli, O., Avron, A. "Four-valued paradefinite logics", *Studia Logica*, 2017, Vol. 105, No 6, pp. 1087–1122.

Arieli, Avron, Zamansky, 2011 – Arieli, O., Avron, A., Zamansky, A. "Maximal and premaximal paraconsistency in the framework of three-valued semantics", *Studia Logica*, 2011, Vol. 97, No. 1, pp. 31–60.

Brunner, Carnielli, 2005 – Brunner, A.B., Carnielli, W.A. "Anti-intuitionism and paraconsistency", *Journal of Applied Logic*, 2005, Vol. 3, No. 1, pp. 161–184.

Fernández, 2001 – Fernández, V.L. *Semântica de Sociedades para Lógicas n-valentes.* Campinas: IFCH-UNICAMP, 2001. 126 pp. (In Portugese)

Karpenko, Tomova, 2016 – Karpenko, A.S., Tomova, N.E. *Trekhznachnaya logika Bochvara i Literal'nye Paralogiki* [Bochvar's three-valued logic and literal paralogics]. Moscow: IF RAN, 2016. 110 pp. (In Russian)

Lau, 2006 – Lau, D. *Function Algebras on Finite Sets: Basic Course on Many-Valued Logic and Clone Theory.* Berlin; Heidelberg; New York: Springer. 2006. 670 pp.

Wójcicki, 1988 – Wójcicki, R. *Theory of Logical Calculi: Basic Theory of Consequence Operations.* Dordrecht: Kluwer, 1988. 474 pp.

Wojtylak, 1981 – Wojtylak, P. "Mutual interpretability of sentential logic I", *Reports on Mathematicl Logic*, 1981, Vol. 11. pp. 69–89.

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 92–99
УДК 168.5

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 92–99
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-92-99

В.Ю. Ивлев, Ю.В. Ивлев

От детерминизма к квазидетерминизму в логике и вне логики*

Виталий Юрьевич Ивлев
МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Российская Федерация, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д.5, стр.1.
E-mail: vitalijivlev@yandex.ru

Юрий Васильевич Ивлев
МГУ им. М.В. Ломоносова.
Российская Федерация, 119991, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д.27, корп.4.
E-mail: ivlev.logic@yandex.ru

Аннотация: Рассматривается переход от однозначной обусловленности в логике, социальном познании и естествознании к неоднозначной обусловленности. Формулируется принцип квазифункциональности для логики и принцип квазидетерминизма для социального, естественнонаучного и технического знания. В познании, природе и социуме между явлениями имеет место не только отношение однозначной обусловленности, но и отношение неоднозначной обусловленности, т .е., в частности, определенная причина может вызывать не только определенное следствие, но и, при одних и тех же условиях, в одном случае одно определенное из нескольких возможных следствий, а в другом случае — другое. В логике принцип функциональности выражался в представлении логических терминов в качестве функций, а принцип квазифункциональности — посредством квазифункций. Квазифункция — это соответствие, в силу которого некоторый объект из определенного подмножества множества, являющегося областью определения квазифункции, соотносится с некоторым объектом из определенного подмножества множества значений квазифункции. Частными случаями квазифункции являются функция, а также полная неопределенность (хаотичность). Примером квазифункциональной логики является минимальная модальная логика S_{min}. Другими примерами таких логик являются трехзначная квазиматричная логика S_r; четырехзначные квазиматричные логики $S_a^-, \dots S_i^+$. На основе принципа квазифункциональности предлагается разработать абстрактные и реальные квазиавтоматы. Если между сигналом на входе и сигналом на выходе автомата имеет место функциональная зависимость, то в квазиавтомате эта зависимость является квазифункциональной. При этом система квазиавтоматов может

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Ивлев В.Ю., Ивлев Ю.В.* От детерминизма к квазидетерминизму в логике и вне логики // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 80–83.

выражать зависимость функциональную. Ставится задача применить принцип квазидетерминизма в биологии при описании случайности, рассмотреть с этой точки зрения функционирование нервных сетей, развитие в социальной сфере и других областях познания и объективной реальности. Предлагается на основе принципа квазифункциональности пересмотреть техническое, естественнонаучное и социальное знание.

Ключевые слова: однозначная обусловленность, неоднозначная обусловленность, квазифункция, квазифункциональная логика, неоднозначная обусловленность в науке

Для цитирования: *Ивлев В.Ю., Ивлев Ю.В.* От детерминизма к квазидетерминизму в логике и вне логики // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 92–99. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-92-99

Под детерминизмом будем понимать следующую обусловленность какого-либо явления другим явлением: всегда, когда есть определенное явление и определенные условия, существует другое определенное явление. Частным случаем такой обусловленности является причинно-следственная обусловленность (определенная причина при определенных условиях вызывает определенное следствие). Под квазидетерминизмом будем понимать следующее: ***в познании, природе и социуме между явлениями имеет место не только отношение однозначной обусловленности, но и отношение неоднозначной обусловленности, т .е., в частности, определенная причина может вызывать не только определенное следствие, но и, при одних и тех же условиях, в одном случае одно определенное из нескольких возможных следствий, а в другом случае — другое***. Будем считать частным случаем квазидетерминизма детерминизм, то есть предлагаем обобщить понятия детерминизма до понятия квазидетерминизма.

От детерминизма к квазидетерминизму в логике. Современная логика создавалась как логика детерминистская. Принцип детерминизма выражался посредством принципа функциональности — логические термины представлялись в качестве функций. Так, при определении, например, конъюнкции Я. Лукасевич и С. Клини при значениях «случайно» членов конъюнкции самой конъюнкции приписывали значение «невозможно» (первый) и значение «случайно» (второй), хотя почти очевидно, что два случайных события вместе могут быть как невозможными, так и возможными. В начале шестидесятых годов Н. Решер ввел выражение «квази-истинностно функциональная логика» [Rescher, 1962]. Фактически, хотя без определения, он ввел понятие квазифункции. Однако построенная им логика оказалась не квазифункциональной. Так, ситуацию «то ли истина, то ли ложь» он рассматривал как отдельное значение. Квазифункциональная (квазиматричня) логика основывается на принципе квазифункциональности: логические термины интерпретируются в качестве квазифункций. Квазифункция — это соответствие, в силу которого некоторый объект из определенного подмножества множества, являющегося областью определения квазифункции, соотносится с некоторым объектом из определенного подмножества множества значений квазифункции. Частным случаем квазифункции являет функция. Примерами квазифункциональных логик являются: (1) минимальная модальная логика S_{min}; (2) трехзначная квазиматричнаяя логика S_r; (3) четырехзначные квазиматричные логики $S_a^-, \dots S_i^+$; (4) деонтические логики [Ивлев, 1972, Ивлев, 1973, Ивлев, 1985].

Замечание. В последние годы квазиматричная (квазифункциональная) логика стала разрабатываться не только в России (под названием «недетерминистская логика»). В некоторых работах учитываются отечественные результаты. Так, в статье [Coniglio и др., 2015] есть разделы: 2. Ivlev (1988) systems and Nmatrices, с. 21–27; 4. More Ivlev-like systems and Nmatrices, с. 34–40. В статье [Omori, Skurt, 2016] есть параграф: 3.3. A discussion on the result of Ivlev, с. 827, 828.

Квазидетерминизм в биологии используется, например, при характеристике, случайности. Основными видовыми случайностями являются: классическая случайность — явление, которое неоднозначно детерминировано сущностью предмета, системы; функциональная случайность — признак является случайным, если условиями существования его носителя неоднозначно детерминировано или не детерминировано выполнение определенных функций носителем признака; случайность по обстоятельствам — явление, существование или возникновение которого неоднозначно детерминировано внешними обстоятельствами [Ивлев, 1997].

Особым видом случайности является изменение генофонда в небольших изолированных популяциях, называемое «дрейфом генов». Эту случайность можно пояснить «нарушением принципов отбора» из генеральной совокупности в «выборку», как бы производимого самой природой [Ивлев Ю.В., Ивлев В.Ю., 2017].

Нервные сети. Гипотетически нейрон можно представить в качестве квазиавтомата, имеющего, в частности, один вход и один выход. На вход нейрона поступает какой-то сигнал из подмножества, например из $\{n, c\}$, возможного множества $\{n, c, i\}$ сигналов. На выходе нейрон выдает какой-то один сигнал из подмножества, например из $\{n, i\}$. Пусть имеются два нейрона, на выход которых поступает один и тот же сигнал c. Тогда на вход системы нейронов, состоящей из двух новых нейронов, поступит либо сигнал c, либо сигнал i, если предположить, что эти два последних нейрона описаны формулой, соответствующей конъюнкции. Таким образом, поведение нейронов может быть не определено или определено лишь частично, а поведение нейронной сети может быть определено полностью, может быть определено частично, а может быть совсем не определено. Возможно, что в таком поведении нейронов заключается объяснение интуиции: мозг работает как машина, которая хотя и является сложной, но все же конечной, ее работа не осознается, и результаты получаются на выходе иногда правильные, а иногда – нет.

Абстрактные и реальные квазиавтоматы. Между сигналом на входе и сигналом на выходе автомата есть функциональная зависимость. В квазиавтомате зависимость квазифункциональная. На вход поступает какой-то сигнал из подмножества множества возможных входных сигналов. На выходе возникает какой-то сигнал из подмножества множества возможных сигналов. Пусть имеется множество таких квазиавтоматов. Выходными сигналами являются перемещения самих квазиавтоматов. В данный момент времени нельзя установить место нахождения каждого из автоматов, но можно рассчитать, где будет находиться система квазиавтоматов [Ивлев, 2017].

Социальное прогнозирование. Применение принципа квазифункциональности позволяет рассматривать возможные варианты развития в социальной сфере таким образом, что результаты развития отдельных составляющих социальной системы только частично предсказуемы, а результат развития системы в целом предсказуем полностью (а возможно, конечно, только частично).

Аргументация. О высказывании (концепции) может не быть никакого убеждения. Тогда значение высказывания 0. Более сильными значениями являются **убt** и **убf** (убежден в истинности и убежден в ложности). Более сильными, чем **убt**, являются значения **убtn**, **убtc**, **убtC**, **убtN**, которые читаются соответственно «убежден, что истинно и онтологически необходимо», «убежден, что истинно и онтологически случайно», «убежден, что логически случайно», «убежден, что логически необходимо». Очевидно образование более сильных значений для **убf**. Отношения между высказываниями (концепциями) выражаются посредством квазифункций [Ивлев, 2003].

Заключение. Из сказанного видно, что квазидетерминизм имеет место как в природе и социуме, так и в познании. Целесообразно с этой позиции пересмотреть техническое, естественнонаучное и социальное знание.

Литература

Ивлев, 1997 – *Ивлев В.Ю.* Категории необходимости, случайности и возможности: их смысл и методологическая роль в научном познании // Философия и общество. 1997. № 3. С. 108–125.

Ивлев, 1972 – *Ивлев Ю.В.* Логика норм: дис. ... канд. филос. наук. М., 1972.

Ивлев, 1973 – *Ивлев Ю.В.* Табличное построение пропозициональной модальной логики // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 7. «Философия». 1973. № 6. С. 51–61.

Ивлев, 1985 – *Ивлев Ю.В.* Содержательная семантика модальной логики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985. 170 с.

Ивлев, 2003 – *Ивлев Ю.В.* Основы логической теории аргументации // Логические исследования. М., 2003. Вып. 10. С. 50–60.

Ивлев, 2017 – *Ивлев Ю.В.* Методологическая функция квазиматричной (квазифункциональной) логики // Методология в науке и образовании. Материалы Всерос. конф. ун-тов и акад. ин-тов РАН. Москва, 30-31 марта 2017 г. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. С. 61–64.

Ивлев Ю.В., Ивлев В.Ю., 2017 – *Ивлев Ю.В., Ивлев В.Ю.* Объективное содержание логических знаний // Александр Зиновьев и актуальные проблемы логики и методологии. М.: Канон+, 2017. С. 92–114.

Coniglio и др., 2015 – *Marcelo E. Coniglio, Luis Farinas del Cerro, Newton M. Peron* Finite non-deterministic semantics for some model systems // Journal of non-Classical Logics. 2015. Vol. 25. No. 1. P. 20–45.

Omori, Skurt, 2016 – *Omori H., Skurt D.* More Modal Semantics Without Possible Worlds // IFColog Journal of Logics and their Applications. 2016. Vol. 3. P. 815–846.

Rescher, 1962 – *Rescher N.* Quasi-truth functional systems of propositional logic // The Journal of Symbolic Logic. 1962. No. 27. P. 1–10.

Vitaliy Yu. Ivlev, Yuriy V. Ivlev

From determinism to quasideterminism in logic and beyond logic

Vitaliy Yu. Ivlev
MGTU im. N. Uh. Bauman,
5/1 2nd Baumanskaya st., Moscow, 105005, Russian Federation.
E-mail: vitalijivlev@yandex.ru

Yuriy V. Ivlev
Lomonosov Moscow State University,
27/4 Lomonosovskiy prospect, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: ivlev.logic@yandex.ru

Abstract: This article is concerned with transition from determinate causation in logic, social and natural sciences to indeterminate causation in these branches of scientific knowledge. Analysis of this transition results in formulation of the principle of quasi-functionality for logic and the principle of quasi-determinism for social, natural and technical sciences. In cognition, nature and society, there is not only the relation of definite conditionality between phenomena, but also the relation of indefinite conditionality, i.e. some definite cause can induce not only a single specific consequence, but also, under the same conditions, in one case, one distinct consequence of several possible consequences, and in another case — another. In logic the principle of functionality was implemented through the representation of logical terms as functions, and the principle of quasi-functionality was implemented through quasi-functions. Quasi-function is a correspondence by virtue of which an object from a certain subset of a certain domain is related with a certain object from a certain subset of some set (from the range of the quasi-function). Special cases of quasi-functions are a functional relation and complete uncertainty (randomness). An example of quasi-functional logic is the minimal modal logic S_{min}. Other examples of such logics are quasi-matrix three-value S_r logic; four-value quasi-matrix $S_a^-, \dots S_i^+$ logics. Based on the principle of quasi-functionality, the idea of constructing abstract and real quasi-automata has been proposed. If there is a functional dependence between the signal at the input and the signal at the output of the automaton, then this dependence is quasi-functional in the quasi-automaton. The system of quasi-automatic machines can express functional dependence. Other actual problems are the application of the principle of quasi-determinism in biology to the description of contingency, the consideration from this point of view the functioning of neural networks, development in the social sphere and other areas of knowledge and objective reality. It is proposed to revise technical, natural sciences and social knowledge on the basis of the principle of quasi-functionality.

Keywords: existential graph theory, diagrams, Peirce, icon, iconicity, logic and information

For citation: Ivlev V.Yu., Ivlev Yu.V. “Ot determinizma k kvazideterminizmu v logike i

vne logiki" [From determinism to quasideterminism in logic and beyond logic], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 92–99. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-92-99 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Ivlev V.Yu., Ivlev Yu.V. "Ot determinizma k kvazideterminizmu v logike i vne logiki" [From determinism to quasideterminism in logic and beyond logic], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 80–83.

References

Coniglio, et al., 2015 – Marcelo, E. Coniglio, Luis Farinas del Cerro & Newton, M. Peron. "Finite non-deterministic semantics for some model systems", *Journal of non-Classical Logics*, 2015, Vol. 25, No. 1, pp. 20–45.

Ivlev, 1997 – Ivlev, V.Yu. "Kategorii neobkhodimosti. sluchaynosti i vozmozhnosti: ikh smysl i metodologicheskaya rol v nauchnom poznanii" [Categories of necessity, chance and possibility: their meaning and methodological role in scientific knowledge], *Filosofiya i obshchestvo* [Philosophy and society], 1997, No. 3, pp. 108–125. (In Russian)

Ivlev, 1972 – Ivlev, Yu.V. *Logika norm* [The Logic of Norms]. Phd thesis. Moscow, 1972. (In Russian)

Ivlev, 1973 – Ivlev, Yu.V. "Tablichnoye postroyeniye propozitsionalnoy modalnoy logiki" [Tabular construction of propositional modal logic], *Vestnik Moskovskogo universitetayu. Seriya 7 «Filosofiya».* [Bulletin of the Moscow University. Series 7 "Philosophy"], 1973, No. 6, pp. 51–61. (In Russian)

Ivlev, 1985 – Ivlev, Yu.V. *Soderzhatelnaya semantika modalnoy logiki* [The semantics of modal logic]. M.: Publishing House of Moscow University, 1985. 170 pp. (In Russian)

Ivlev, 2003 – Ivlev, Yu.V. "Osnovy logicheskoy teorii argumentatsii" [Fundamentals of the Logical Theory of Argument], *Logicheskiye issledovaniya* [Logical Investigation], 2003, Vol. 10, pp. 50–60. (In Russian)

Ivlev, 2017 – Ivlev, Yu.V. "Metodologicheskaya funktsiya kvazimatrichnoy (kvazifunktsionalnoy) logiki" [Methodological function of quasi-matrix (quasifunctional) logic], in: *Metodologiya v nauke i obrazovanii* [Methodology in science and education], Materials of the All-Russian Conference of Universities and Academic Institutes of the Russian Academy of Sciences. Moscow, March 30–31, 2017, Moscow: Izdatelstvo MGTU im. N.E. Bauman, 2017. pp. 61–64. (In Russian)

Ivlev Yu.V., Ivlev V. Yu., 2017 – Ivlev, Yu.V., Ivlev, V.Yu. "Obyektivnoye soderzhaniye logicheskikh znaniy" [Objective content of logical knowledge], in: *Aleksandr Zinovyev i aktualnyye problemy logiki i metodologii* [Alexander Zinoviev and actual problems of logic and methodology]. M.: Canon +, 2017, pp. 92–114 (In Russian)

Omori, Skurt, 2016 – Omori, H., Skurt, D. " More Modal Semantics Without Possible Worlds", *IFColog Journal of Logics and their Applications*, 2016, Vol. 3, pp. 815–846.

Rescher, 1962 – Rescher, N. "Quasi-truth functional systems of propositional logic", *he Journal of Symbolic Logic*, 1962, No. 27, pp. 1–10.

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 100–107
УДК 168.3

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 100–107
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-100-107

Е.Б. Кузина

О понятии доказательства*

Елена Борисовна Кузина
МГУ им. М.В. Ломоносова.
Российская Федерация, 119991, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д.27, корп.4.
E-mail: elenakuzina@yandex.ru

Аннотация: Термин «доказательство» используется для обозначения целого спектра интеллектуальных процедур, направленных на установление объективной истины или обоснование истинности некоторого предложения, приемлемости императива, справедливости оценки, а также на убеждение других людей в его адекватности. В математике доказательство играет центральную роль, но вместе с тем общего понятия математического доказательства нет. Существует несколько весьма различных точек зрения на сущность математического доказательства, его цели, критерии и идеалы, и со временем эти критерии и идеалы меняются.

Доказательство в других науках рассматривается как процесс исследования, проверки и подтверждения некоторых положений с целью поиска и обоснования истины — объективной или конвенционально принятой. Здесь доказательство заключается главным образом в поисках подтверждающих свидетельств, их оценке и установлении того, что лучше всего они объясняются доказываемой гипотезой. Построение демонстрирующего рассуждения, которое и считается доказательством в дедуктивных науках, во многих других областях совсем не обязательно.

В разных областях познания критерии состоятельности и приемлемости доказательств различны. В одних — это формально-дедуктивная строгость, в других — очевидность аргументов, интуитивная ясность рассуждения, в третьих — достоверность и достаточность подтверждающих свидетельств.

Основным общим критерием приемлемости доказательства представляется его убедительность — способность вызвать у адресата такое принятие доказанного утверждения, что он готов убеждать в нем других. Доказательство всегда погружено в социально-исторический контекст, поэтому общего для всех наук и всех времен понятия доказательства не только не существует, но и не может существовать.

Ключевые слова: истина, строгость, убедительность, подтверждающие свидетельства, историческая обусловленность

Для цитирования: *Кузина Е.Б.* О понятии доказательства // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 100–107. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-100-107

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Кузина Е.Б.* О понятии доказательства // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 88–91.

Исследование посвящено обзору некоторых наиболее распространенных толкований термина “доказательство”.

(1) Самое широкое понятие доказательства дано в Философской энциклопедии, где доказательство определяется как «процесс установления объективной истины посредством практических и теоретических действий и средств» [Элез, 1962, с. 42].

(2) В практических областях, а также многих областях естествознания доказательством называют обоснование истинности гипотезы при помощи эмпирических данных, фактов, свидетельств. При этом термином «доказательство» обозначают и сами эти свидетельства. Такой смысл имеет термин «доказательство» в юриспруденции, истории, биологии и многих других науках.

(3) В традиционном логическом учении о доказательстве им называют процесс или метод полного обоснования истинности некоторого высказывания или системы высказываний посредством рассуждения с привлечением других высказываний, истинность которых установлена.

(4) Самое узкое понимание доказательства — в формальных теориях, где доказательством называют последовательность утверждений, каждое из которых является либо исходным постулатом данной теории, либо получается из них по принятым в ней правилам рассуждения.

(5) Наконец, доказательством называют вербальную процедуру, призванную убедить и убеждающую адресата в истинности некоторого положения настолько, что он принимает это положение и готов убеждать других с помощью той же процедуры.

Эти пять понятий, связываемых с термином «доказательство», представляют три принципиально различных подхода к доказательству: во-первых, как поиску и обоснованию истины; во-вторых, как принятой в профессиональном или ином сообществе интеллектуальной игре; в-третьих, как некоторому виду рационально-психологического воздействия на адресата.

В любом из приведенных понятий доказательства оно явным или неявным образом связывается с понятием истины. Различные понимания доказательства отражают различные концепции истины: классическую, когерентную и конвенциональную. Классическое понимание истины как интенционального согласия мысли с реальностью, существующей независимо от нашего сознания, отражается только в самом общем, философском определении доказательства.

При когерентном понимании истины как согласованности и непротиворечивости предложение называется истинным, если оно является элементом логически согласованной, когерентной, системы. Эта концепция истины находит свое выражение во всех тех определениях доказательства, где доказательство понимается как обоснование истинности высказывания посредством других высказываний, как установление логических связей между ним и другими высказываниями. Доказательство в этом смысле является, по существу, встраиванием обосновываемого утверждения в принятую систему знания.

Конвенциональная концепция истины считает истинным то знание, относительно которого достигнуто согласие, следовательно, доказательство нужно понимать как процесс склонения к согласию, к принятию адресатом предлагаемого утверждения, т. е. как процесс убеждения. Таким образом, последнее из приведенных толкований термина «доказательство» в определенной степени отражает конвенциональную трактовку истины.

По мнению подавляющего большинства людей, эталоном являются математические доказательства. Понятие доказательства не просто играет в математике центральную роль, оно, как представляется, выражает суть математики.

Но что такое математическое доказательство, тоже не вполне ясно, и на этот счет существует также разные точки зрения. Можно представить их, по крайней мере, четыре. В них по-разному видятся цели математического доказательства, в них также отражены различные понимания математической истины. Математическое доказательство трактуется как:

1. установление непреложной несомненной истинности математического утверждения;

2. разъяснение смысла математического утверждения и сведение его к очевидности;

3. доказательство — языковая игра по установленным правилам;

4. способ убеждения других, прежде всего математического сообщества, в истинности математического утверждения.

I. Сторонники той позиции, что доказательство обосновывает истинность в классическом смысле, предполагают существование некой математической реальности, которая может быть познана. Соответствие утверждения этой реальности и обосновывается посредством доказательства. Математическое доказательство, согласно этой точке зрения, основывается на некоторых аподиктических очевидностях, неизменных и одинаковых для всех времен, всех культур, всех языков. И поэтому оно, будучи достигнутым, никогда и никем не может быть поставлено под сомнение. «Подавляющая часть принятых математиками доказательств, — пишет В.Я. Перминов, — обладает полной надежностью, которая не может быть поколеблена никакими изменениями в данной математической теории и в математике вообще». Надежность математического доказательства абсолютна, но его строгость всегда относительна. Ее критерии исторически изменчивы, каждая эпоха имеет свои критерии строгости, свои требования к логике доказательства [Перминов, 2013, с. 76].

II. Вторая точка зрения — что цель доказательства состоит в разъяснении смысла математического утверждения, в достижении более глубокого и полного понимания предмета — также предполагает некоторые очевидности как основание доказательства. Однако достижение ясности математических понятий и утверждений часто связано с принятием в качестве очевидных таких положений, которые известны из опыта, т. е. ассерторических. Для придания строгости интуитивным представлениям их пытаются свести к формальным выражениям, что делает доказательство не только более строгим, но и более сложным, а вместе с тем уже не таким интуитивно ясным [Гутнер, 2013, с. 143–144].

III. Трактовка математического доказательства как языковой игры восходит к программе Гильберта с ее идеей найти для любой отдельно взятой области математики набор аксиом и правил вывода, который был бы достаточно полным для всех возможных в данной области корректных математических рассуждений. Стремление к строгости математического доказательства, к освобождению его от опытных, ассерторических, очевидностей, реализующееся в формализации всех оснований доказательства, превращает его в языковую игру по заданным правилам, приближает к формальным доказательствам в логических исчислениях. Любая формализация исходных интуиций является конвенциональной, она должна приниматься научным сообществом как адекватная. Научное сообщество считает математическое утверждение доказанным, если оно основывается на принятых формализованных постулатах и построено по принятым правилам.

IV. Понимание математического доказательства как способа убедить себя и других членов профессионального сообщества в истинности предлагаемого утверждения преобладает среди философов математики. Суть математического доказательства, с этой точки зрения, состоит в такой его убедительности, что человек, воспринявший его, готов и может убеждать других. Доказательство — это форма апелляции к научному сообществу и поэтому напрямую зависит от принятых в этом сообществе норм рассуждений, оценок и мнений [Бажанов, 2013, с. 50]. Доказательство в математике по существу ничем не отличается от доказательства в других науках — его задача убеждать, просто в математике порог убедительности доказательства выше, чем в других науках или практических областях. Как пишет В.А. Успенский, нематематические доказательства претендуют на убеждение в том, что доказываемое утверждение имеет место с очень высокой вероятностью, а предположение, что это не так, невероятно. Математические же доказательства претендуют на то, чтобы убедить, что доказываемое утверждение имеет место с необходимостью, а предположение, что это не так, невозможно [Успенский, 2009, с. 6].

Доказательство во всех других областях науки и практической деятельности состоит преимущественно в приведении доводов или «свидетельств» в пользу доказываемого утверждения, а не в построении рассуждения. Положительные результаты проверки, постепенно накапливаясь, снижают вероятность ошибочности гипотезы. Если суммарная «убедительность» собранных свидетельств в пользу обосновываемого положения вырастает настолько, что у компетентных ученых просто не остается причин сомневаться в его справедливости, его начинают рассматривать как доказанную истину [Марков, 2018]. Демонстрирующее рассуждение, которое в математике и логике и является собственно доказательством, в естествознании, так же как в истории или юриспруденции, не играет решающей или даже самостоятельной роли.

Решающую роль играет интуитивная ясность, наглядность доказательств, что непосредственно связано, на мой взгляд, с убедительностью. Сила убедительности каждого отдельного «свидетельства в пользу» определяется тем, насколько оно достоверно и конкретно. Внутреннее убеждение в истинности доказанного утверждения, о котором говорят в юриспруденции, состоит в осознании невозможности противоположного или какого-то иного мнения по обсуждаемому вопросу.

Мы привычно оперируем неоднозначным и весьма смутным термином «доказательство» так, как будто имеется строго определенное понятие доказательства, в котором ясно выражен идеал рационального обоснования. Но такого понятия, общего для любой эпохи и любой области знания, нет. Доказательством всегда считают то, что убеждает компетентного адресата.

Литература

Бажанов, 2013 – *Бажанов В.А.* Математическое доказательство в социальном контексте // Доказательство. Труды московского семинара по философии математики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013. С. 41–59.

Гутнер, 2013 – *Гутнер Г.Б.* Доказательство: путь к очевидности или языковая игра // Доказательство. Труды московского семинара по философии математики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013. С. 137–148.

Марков, 2018 – Доказательства эволюции / Под ред. А.В. Маркова. URL: http://www.evolbiol.ru/evidence.htm (дата обращения: 14.01.2018).

Перминов, 2013 – *Перминов В.Я.* Надежность и строгость математического доказательства // Доказательство. Труды московского семинара по философии математики. М.: УРСС, 2013. С. 60–85.

Успенский, 2009 – *Успенский В.А.* Простейшие примеры математических доказательств. М.: МЦНМО, 2009. 56 с.

Элез, 1962 – *Элез Й.* Доказательство // Философская энциклопедия. Т. 2. М., 1962. С. 42–44.

Elena B. Kuzina

On the concept of proof

Elena B. Kuzina
Lomonosov Moscow State University,
27/4 Lomonosovskiy prospect, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: elenakuzina@yandex.ru

Abstract: The term "proof" is used to refer to the whole spectrum of intellectual procedures aimed at establishing the objective truth or at proving the truth of a certain sentence, the acceptability of the imperative, the fairness of evaluation, as well at convincing other people of its adequacy. In mathematics, a proof plays a central role, but at the same time, there is not a general concept of mathematical proof. There are some very different perspectives on the nature of mathematical proof, its objectives, criteria and ideals, and over time these criteria and ideals change.

Proof in other sciences is seen as a process of research, verification and confirmation of certain provisions for the search and justification of truth — objective or conventionally accepted. Here proof consists essentially in searching for supporting evidence, assessing it and establishing that it proves the hypothesis best. Demonstrating reasoning, which is considered proof in deductive sciences, does not need to be built in many other areas.

In different areas of knowledge, the criteria of viability and acceptability of evidence are different. In some it is formal-deductive rigor, in others it is evidence of arguments and the intuitive clarity of reasoning, in a third it is the reliability and adequacy of supporting evidence.

The main criterion for the admissibility of evidence is its credibility — the ability to cause the recipient to accept the proof of the statement so that he/she is willing to convince others. The proof is always immersed in the socio-historical context, therefore, common to all sciences and all times, the concept of proof not only does not exist but cannot exist.

Keywords: existential graph theory, diagrams, Peirce, icon, iconicity, logic and information

For citation: Kuzina E.B. "O ponyatii dokazatel'stva" [On the concept of proof], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 100–107. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-100-107 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Kuzina E.B. "O ponyatii dokazatel'stva" [On the concept of proof], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 88–91.

References

Bazhanov, 2013 – Bazhanov, V.A. “Matematicheskoe dokazatel’stvo v social’nom kontekste” [A mathematical proof in a social context], in: *Dokazatel’stvo. Trudy moskovskogo seminara po filosofii matematiki* [Proof. Proceedings of the Moscow seminar on the philosophy of mathematics]. Moscow: Izdatel’stvo Moskovskogo universiteta, 2013, pp. 41–59. (In Russian)

Eles, 1962 – Eles, Yi. “Dokasatelstvo” [Proof], in: *Filosofskaja jenciklopedija* [Encyclopedia of philosophy], Vol. 2. Moscow, 1962, pp. 42–44. (In Russian)

Gutner, 2013 – Gutner, G.B. “Dokazatel’stvo: put’ k ochevidnosti ili jazykovaja igra” [Proof: the path to the evidence or language game], in: *Dokazatel’stvo. Trudy moskovskogo seminara po filosofii matematiki* [Proof. Proceedings of the Moscow seminar on the philosophy of mathematics]. Moscow: Izdatel’stvo Moskovskogo universiteta, 2013, pp. 137–148. (In Russian)

Markov, 2018 – *Dokazatel’stva jevoljucii* [The evidence of evolution], ed. by A. V. Markov. [http://www.evolbiol.ru/evidence.htm accessed on 14.01.2018] (In Russian)

Perminov, 2013 – Perminov, V.Ja. “Nadezhnost’ i strogost’ matematicheskogo dokazatel’stva” [The reliability and rigour of mathematical proof], in: *Dokazatel’stvo. Trudy moskovskogo seminara po filosofii matematiki* [Proof. Proceedings of the Moscow seminar on the philosophy of mathematics]. Moscow: URSS, 2013, pp. 60–85. (In Russian)

Uspenskij, 2009 – Uspenskij, V. A. *Prostejshie primery matematicheskih dokazatel’stv* [The simplest examples of mathematical proofs]. Moscow: MTsNMO, 2009. 56 pp. (In Russian)

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 108–115
УДК 16+510.643

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 108–115
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-108-115

В.И. Маркин

Дихотомия de re – de dicto и аподиктическая силлогистика*

Владимир Ильич Маркин
МГУ им. М.В. Ломоносова.
Российская Федерация, 119991, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д.27, корп.4.
E-mail: markin@philos.msu.ru

Аннотация: Силлогистика Аристотеля является модальной дедуктивной системой, ассерторическая силлогистика составляет очень узкий ее фрагмент. Эта модальная логическая теория вызвала возражения у античных и средневековых последователей и комментаторов Аристотеля. Он считал корректными некоторые «смешанные» силлогизмы с одной аподиктической посылкой, одной ассерторической посылкой и аподиктическим заключением. Его ученики Теофраст и Эвдем выдвинули известный принцип «заключение может иметь модальность лишь слабейшей по модальности посылки», отвергая тем самым все подобные модусы. В средневековой логике было проведено различение модальностей *de dicto* и *de re*, было установлено, что они обладают различными дедуктивными свойствами. В аподиктической силлогистике Аристотеля принимаются как выводы, справедливые только при *de dicto*-интерпретации модальностей (например, $i^{\Box}$-обращение), так и выводы, правомерные только при *de re*-интерпретации (например, модус $Ba^{\Box}rbara^{\Box}$). Если принять принцип слабейшей посылки, то аподиктическую силлогистику естественно интерпретировать как содержащую модальности *de dicto*. Выдающийся польский логик Ян Лукасевич считал ошибочными оба варианта модальной силлогистики. По его мнению, все «смешанные» модусы, образованные из правильных категорических силлогизмов, корректны (в том числе и отвергаемый Аристотелем модус $Barba^{\Box}ra^{\Box}$). Эти модусы Лукасевич обосновывает с использованием теорем построенной им системы позитивной ассерторической силлогистики и четырехзначной модальной логики, которая содержит ряд законов, отвергаемых в нормальных модальных исчислениях. В статье будут представлены два перевода ассерторических и аподиктических высказываний в модальную логику предикатов с равенством (вариант модальной системы **T** Г.Е. Минца): первый обеспечивает корректность всех законов аподиктической силлогистики Аристотеля, второй — корректность всех аподиктических силлогизмов, принимаемых Лукасевичем. Таким образом, аппарат современной кванторной модальной логики может быть использован для «реабилитации» аподиктических фрагментов и силлогистики Аристотеля, и силлогистики Лукасевича.

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Маркин В.И.* Дихотомия de re – de dicto и аподиктическая силлогистика // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 91–94.

Ключевые слова: модальности de dicto и de re, модальная силлогистика, кванторная модальная логика

Для цитирования: *Маркин В.И.* Дихотомия de re – de dicto и аподиктическая силлогистика // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. T. 24. № 2. С. 108–115. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-108-115

В средневековой логике было произведено четкое различение двух типов модальностей — модальностей *de dicto* (о речи, о сказанном) и *de re* (о вещи). Модальности *de dicto* квалифицируют ситуацию в целом, образуют из менее сложного высказывания более сложное. Модальности *de re* квалифицируют связь признака с предметом и представляют собой особого типа предицирующие связки.

Было установлено, что высказывания с модальностями *de dicto* и *de re* обладают различными логическими дедуктивными свойствами: некоторые утверждения и рассуждения при *de dicto*-интерпретации входящих в них модальностей являются логически истинными и логически корректными, а при *de re*-интерпретации не являются таковыми, и наоборот. Например, принцип силлогистического тождества $Sa^{\Box}S$ при трактовке необходимости как модальности *de dicto* («Необходимо, что всякий S есть S») имеет статус логического закона, но при трактовке их как *de re* («S необходимо присуще всякому S») лишен этого статуса. Обращение аподиктических высказываний (например, $Si^{\Box}P \vdash Pi^{\Box}S$) при их *de dicto*-интерпретации представляют собой корректные способы рассуждений, но при *de re*-интерпретации они логически некорректны. Так называемые смешанные модусы силлогизмов первой фигуры с большей аподиктической и меньшей ассерторической посылками и аподиктическим заключением (например, $Ma^{\Box}P, SaM \vdash Sa^{\Box}P$) неправильны при трактовке модальностей как *de dicto*, но правильны при их трактовке как *de re*.

Атрибутивные высказывания с модальностями *de dicto* и *de re* могут быть достаточно адекватно выражены в языке современных логических теорий, а именно в языке кванторных модальных логик. Модальность *de dicto* помещается перед переводом в кванторый язык соответствующего ассерторического высказывания, а модальность *de re* — внутрь области действия кванторного комплекса перед атомарной формулой, представляющей предикат атрибутивного высказывания. Например, высказывание вида $Sa^{\Box}P$ при понимании необходимости как *de dicto* («Необходимо, что всякий S есть P») может быть выражено формулой $\Box\forall x(Sx \supset Px)$, а в случае *de re*-трактовки («P необходимо присуще всякому S») формулой $\forall x(Sx \supset \Box Px)$. В переводах модальных атрибутивных высказываний на язык кванторной модальной логики может также быть задействован тот или иной «экзистенциальный импорт», выражающий принятие некоторой конвенции об условиях истинности и ложности высказываний с пустыми субъектами и(или) предикатами.

Таким образом, формальная реконструкция средневековой аподиктической силлогистики, основанной на различении модальностей *de dicto* и *de re*, с использованием современного логического аппарата не представляет особой сложности. Трудности и проблемы возникают, когда мы пытаемся дать адекватную современную интерпретацию другим теориям аподиктической силлогистики, прежде всего исторически первой такой теории — аподиктической силлогистике Аристотеля.

Анализ аристотелевских текстов [Аристотель, 1978] указывает на то, что модальности в его силлогистике понимались в духе *de re*, а не *de dicto*. Сам способ языкового выражения модального суждения демонстрирует, что модальность оценивает здесь характер присущности или неприсущности свойства предмету, а принятие «смешанных» модусов (которые при *de dicto*-интерпретации должны быть отвергнуты) делает эту точку зрения еще более обоснованной. Однако Аристотель считает корректными и правила обращения аподиктических высказываний в аподиктические. А это, согласно учению схоластов, никак не соответствует *de re*-интерпретации модальности «необходимо». Указанные обстоятельства дали основания античным и средневековым комментаторам Аристотеля заявить о непоследовательности и даже ошибочности аристотелевской модальной силлогистики.

Тем не мене, изощренный аппарат современной модальной логики может быть использован для «реабилитации» аподиктического фрагмента силлогистики Аристотеля. Достаточно найти такой перевод ассерторических и аподиктических высказываний в язык кванторной модальной логики, при котором принимаемые Аристотелем дедуктивные принципы сохраняли бы свою корректность в некоторой подходящей современной логической системе, а отвергаемые им принципы оставались бы некорректными в ней.

Рассмотрим следующий перевод высказываний аподиктической силлогистики в язык кванторной модальной логики с равенством:

$$
\begin{aligned}
&SaP \to \forall x(Sx \supset Px) \wedge \exists x Sx,\\
&SeP \to \forall x(Sx \supset \neg Px),\\
&SiP \to \exists x(Sx \wedge Px),\\
&SoP \to \exists x(Sx \wedge \neg Px) \vee \neg\exists x Sx,\\
&Sa^{\Box}P \to \forall x(Sx \supset \Box Px) \wedge \exists x Sx,\\
&Se^{\Box}P \to \forall x(Sx \supset \forall y(Py \supset \Box\neg(x = y))) \wedge \exists x Sx \wedge \exists x Px,\\
&Si^{\Box}P \to \exists x(Sx \wedge \Box Px) \vee \exists x(Px \wedge \Box Sx),\\
&So^{\Box}P \to \exists x(Sx \wedge \forall y(Py \supset \Box\neg(x = y))) \wedge \exists x Px.
\end{aligned}
$$

Модальное исчисление, обеспечивающее корректность аналогов принимаемых Аристотелем принципов и некорректность аналогов отвергаемых им принципов, должно удовлетворять следующим условиям:

(а) в нем должны быть доказуемы все законы стандартной теории квантификации;

(б) формулы видов $\Box A \supset A$, $\Box(\alpha = \alpha)$ и $\Box(\alpha = \beta) \supset \Box(\beta = \alpha)$ должны быть его теоремами;

(в) в нем не должна быть доказуема формула $(\alpha = \beta) \supset \Box(\alpha = \beta)$, утверждающая необходимость всякого равенства.

Указанным требованиям отвечает, например, вариант модальной системы $\mathbf{T}$ — исчисление $\mathbf{T^{\Pi-}}$ Г.Е. Минца [Минц, 1974]. Оно содержит помимо аксиом и правил классического одноместного исчисления предикатов правило Гёделя ($\vdash A \Rightarrow \vdash \Box A$) и схемы аксиом:

1. $\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$,
2. $\Box A \supset A$,
3. $\alpha = \alpha$,
4. $(\alpha = \beta) \supset (A\alpha \supset A\beta)$.

На последнюю схему аксиом накладывается ограничение: заменяемые свободные вхождения α в A не должны находиться в области действия модального оператора.

В исчислении $\mathbf{T^{\Pi-}}$ могут быть обоснованы переводы всех принципов, принимаемых в аподиктической силлогистике Аристотеля: законов перехода от аподиктических высказываний к ассерторическим с тем же количеством и качеством, законы подчинения и обращения, модусы с обеими аподиктическими, обеими ассерторическими посылками и «смешанные» модусы. Что касается отбрасываемых Аристотелем принципов, то в данном исчислении корректны переводы лишь двух модусов — $Bo^{\Box}cardo^{\Box}$ и $Baro^{\Box}co^{\Box}$. Однако, как показал Л.И. Мчедлишвили [Мчедлишвили, 1985], эти модусы можно обосновать с использованием правила $o^{\Box}$-эктезиса тем же самым способом, каким сам Аристотель доказывает модусы $Bo^{\Box}ca^{\Box}rdo^{\Box}$ и $Ba^{\Box}ro^{\Box}co^{\Box}$. Поэтому предложенный перевод можно считать вполне адекватным оригинальной системе аристотелевской аподиктической силлогистики.

Выдающимся польским логиком Я. Лукасевичем [Лукасевич, 1959] был осуществлен критический анализ дедуктивных принципов как аристотелевского, так и схоластического варианта аподиктической силлогистики. По мнению Лукасевича, обе эти теории ошибочны в оценке логического статуса «смешанных» аподиктических модусов силлогизма. Каждый подобный модус является, согласно Лукасевичу, корректным (в том числе и модусы первой фигуры с меньшей аподиктической, большей ассерторической посылками и аподиктическим заключением). Обоснование данного тезиса осуществляется с использованием законов построенной им системы позитивной ассерторической силлогистики и законов четырехзначной логики, полученной перемножением на себя классической двузначной матрицы, с последующим определением модальных операторов. При этом аподиктические высказывания трактуются как результат присоединения к ассерторическим внешней модальности, т. е. *de dicto*. Однако используемая Лукасевичем система модальной логики с современной точки зрения, не может быть оценена как приемлемая для экспликации модальностей *de dicto*. Например, законом данной системы, применяемым для обоснования корректности смешанных аподиктических модусов, является формула $(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$, которая недоказуема в нормальных модальных исчислениях. Если же поменять пропозициональную модальную часть аподиктической силлогистики, добавив к системе ассерторической силлогистики постулаты нормального модального исчисления, то нельзя будет обосновать ни один смешанный аподиктический модус. Аподиктическое заключение в силлогизмах в этом случае будет правомерным выводить, как и в традиционной силлогистике, только из двух аподиктических посылок.

Для обоснования аподиктической силлогистики Лукасевича необходимо, на мой взгляд, найти такую интерпретацию всех формул типов SyP и $Sy^{\Box}P$ в рамках стандартных кванторных систем модальной логики, при которой принимаемые Лукасевичем силлогистические принципы оказываются правомерными, а отвергаемые им положения неправомерными.

Данным требованиям удовлетворяет следующий перевод:

$$SaP \to \forall x(Sx \supset Px) \land (\exists x Sx \lor \neg\exists x Px),$$
$$SeP \to \forall x(Sx \supset \neg Px) \land (\exists x Sx \lor \exists x Px),$$
$$SiP \to \exists x(Sx \land Px) \lor (\neg\exists x Sx \land \neg\exists x Px),$$
$$SoP \to \exists x(Sx \land \neg Px) \lor (\neg\exists x Sx \land \exists x Px),$$
$$Sa^{\Box}P \to \forall x(Sx \supset \forall y(\neg Py \supset \Box\neg(x = y))) \land \exists x Sx,$$
$$Se^{\Box}P \to \forall x(Sx \supset \forall y(Py \supset \Box\neg(x = y))) \land (\exists x Sx \lor \exists x Px),$$
$$Si^{\Box}P \to \exists x\exists y(Sx \land Py \land \Box(x = y)),$$
$$So^{\Box}P \to \exists x\exists y(Sx \land \neg Py \land \Box(x = y)) \lor (\neg\exists x Sx \land \exists x Px).$$

Интерпретация ассерторических высказываний равносильна переводу В.А. Бочарова [Бочаров, 1984, с. 95], погружающему ассерторическую силлогистику Лукасевича в исчисление предикатов. В качестве модального исчисления, в которое осуществляется перевод силлогистических формул, можно взять то же самое исчисление $\mathbf{T}^{\mathbf{\Pi}-}$ Г.Е. Минца [Минц, 1974].

Литература

Аристотель, 1978 – *Аристотель.* Первая Аналитика // *Аристотель.* Соч.: в 4 т. Т. 2. М.: Мысль, 1978. С. 117–254.

Бочаров, 1984 – *Бочаров В.А.* Аристотель и традиционная логика. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. 136 с.

Лукасевич, 1959 – *Лукасевич Я.* Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 312 с.

Минц, 1974 – *Минц Г.Е.* Системы Льюиса и система T // *Фейс Р.* Модальная логика. М.: Наука, 1974. С. 422–509.

Мчедлишвили, 1985 – *Мчедлишвили Л.И.* Аподиктическая силлогистика Аристотеля и отношение «обозначает суть бытия» // Логика Аристотеля (Материалы симпозиума). Тбилиси: Изд-во Тбилис. ун-та, 1985. С. 154–167.

Vladimir I. Markin

De re – de dicto dichotomy and apodeictic syllogistic

Vladimir I. Markin
Lomonosov Moscow State University,
27/4 Lomonosovskiy prospect, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: markin@philos.msu.ru

Abstract: Aristotle's syllogistic is a modal deductive system, and his assertoric syllogistic is only a narrow fragment of it. This modal logical theory drew objections from Aristotle's ancient and medieval successors and commentators. Aristotle considered some "mixed" syllogisms with one apodeictic premise, one assertoric premise and apodeictic conclusion to be valid. His pupils Theophrastus and Eudemus introduced the principle that the conclusion always has the same modal character as the weaker of the premises, thereby they rejected all mixed modal syllogisms.

In medieval logic, a distinction was made between *de dicto* and *de re* modalities. It was demonstrated that propositions with *de dicto* and *de re* modalities have different deductive characteristics. Aristotle's apodeictic syllogistic contains both: reasonings valid only under *de dicto*-interpretation of modalities (e.g. the law of $i^{\Box}$-conversion) and reasonings valid only under *de re*-interpetation (e.g. modus $Ba^{\Box}rbara^{\Box}$). When we accept the "principle of the weakest premise", apodeictic syllogistic can be naturally interpreted as containing *de dicto* modalities.

The eminent Polish logician Jan Łukasiewicz suggested that both modal syllogistic versions were incorrect. In his opinion all mixed modi formed from the valid categorical syllogisms (e.g. $Barba^{\Box}ra^{\Box}$ rejected by Aristotle) are also valid. Łukasiewicz justified these modi by means of his positive assertoric syllogistic and four-valued modal logic, which contains some theorems unprovable in normal modal calculi.

We set out two translations of apodeictic and assertoric propositions into the modal first-order logic with equality (G.E. Mints' modal system **T**): the first provides the validity of all the laws of Aristotle's apodeictic syllogistic, the second one preserves the validity of all apodeictic syllogisms accepted by Łukasiewicz. So, the apparatus of modern quantified modal logic can be used for the "rehabilitation" of apodeitic fragments of Aristotle's syllogistic as well as Łukasiewicz' syllogistic.

Keywords: de dicto and de re modalities, modal syllogistic, quantified modal logic

For citation: Markin V.I. "Dikhotomiya de re – de dicto i apodikticheskaya sillogistika" [De re – de dicto dichotomy and apodeictic syllogistic], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 108–115. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-108-115 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Markin V.I. "Dikhotomiya de

re – de dicto i apodikticheskaya sillogistika" [De re – de dicto dichotomy and apodeictic syllogistic], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 91–94.

References

Aristotle, 1978 – Aristotle. "Pervaya Analitika" [Prior Analytics], *Sochineniya v chetyrekh tomakh* [Writings in four volumes], Vol. 2. Moscow: Mysl', 1978, pp. 117–254. (In Russian)

Bocharov, 1984 – Bocharov, V.A. *Aristotel' i traditsionnaya logika* [Aristotle and Traditional Logic]. Moscow: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 1984. 136 pp. (In Russian)

Łukasiewicz, 1959 – Łukasiewicz, J. *Aristotelevskaya sillogistika s tochki zreniya sovremennoi formal'noi logiki* [Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic]. Moscow: Izdatel'stvo inostrannoi literatury, 1959. 312 pp. (In Russian)

Mints, 1974 – Mints, G.E. "Sistemy L'yuisa i sistema T" [Lewis' systems and system T], *Feis R. Modal'naya logika* [Feys R. Modal Logic]. Moscow: Nauka, 1974, pp. 422–509. (In Russian)

Mchedlishvili, 1985 – Mchedlishvili, L.I. "Apodikticheskaya sillogistika Aristotelya i otnoshenie «oboznachaet sut' bytiya»" [Aristotle's apodeictic syllogistic and the relation «to denote the essence of being»], in: *Logika Aristotelya (Materialy simpoziuma)* [Aristotle's Logic (Symposium's Proceedings)]. Tbilisi: Izdatel'stvo Tbilisskogo universiteta, 1985, pp. 154–167. (In Russian)

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 116–122
УДК 510.644

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 116–122
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-116-122

Я.И. Петрухин

Аналитические таблицы для интуиционистского аналога FDE*

Ярослав Игоревич Петрухин
МГУ имени М.В. Ломоносова.
Российская Федерация, 119991, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д.27, корп.4.
E-mail: yaroslav.petrukhin@mail.ru

Аннотация: Н.Д. Белнап сформулировал релевантную логику первоуровневого следования **FDE** (First Degree Entailment), избегающую так называемых парадоксов классического следования: «из противоречия следует все что угодно» и «тавтология следует из всего что угодно». В **FDE** рассматриваются формулы, главным знаком которых является импликация, антецедент и консеквент которой содержат только отрицание, дизъюнкцию и конъюнкцию. В связи с тем, что интуиционистское следование имеет те же парадоксы, что и классическое, возникла проблема построения интуиционистского аналога **FDE**, избегающего парадоксов интуиционистского следования. Я.В. Шрамко удалось решить эту проблему, построив логику $\mathbf{IE_{fde}}$. В $\mathbf{IE_{fde}}$ наряду с релевантной импликацией рассматривается интуиционистская, поскольку, в отличие от классической, она не выражается через отрицание, конъюнкцию и дизъюнкцию. Я.В. Шрамко сформулировал интуиционистскую версию разработанной Е.К. Войшвилло семантики обобщенных описаний состояний для **FDE**. В этой работе мы предлагаем адекватные аналитические таблицы в стиле М. Фиттинга для $\mathbf{IE_{fde}}$, опираясь на семантику этой логики, разработанную Я.В. Шрамко. Мы модифицируем аналитические таблицы М. Фиттинга для интуиционистской логики, добавив два новых типа отмеченных формул ($\overline{T}A$ (не-истинно A) и $\overline{F}A$ (не-ложно A)), правила редукции для них, адаптировав соответствующим образом определения, а также правила для TA и FA. Множество отмеченных формул S называется замкнутым, если оно одновременно содержит отмеченные формулы вида TA и $\overline{T}A$ или FA и $\overline{F}A$. Замкнутая таблица для $\{TA, \overline{T}B\}$ называется доказательством формулы $A \to B$. В тех правилах, в которых в интуиционистской логике вычеркиваются отмеченные формулы вида FA, в $\mathbf{IE_{fde}}$ вычеркиваются также отмеченные формулы вида $\overline{T}A$. Кроме того, построенные нами аналитические таблицы для $\mathbf{IE_{fde}}$ являются разрешающей процедурой для этой логики.

Ключевые слова: аналитические таблицы, интуиционистская логика, релевантная логика, первоуровневое следование, релевантное следование, обобщенное описание состояния

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Петрухин Я.И.* Аналитические таблицы для интуиционистского аналога FDE // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 73–75.

Для цитирования: *Петрухин Я.И.* Аналитические таблицы для интуиционистского аналога FDE // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 116–122. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-116-122

Логика **FDE** (известная также как $\mathbf{E_{fde}}$) была построена Н.Д. Белнапом и впервые упоминается в его тезисах [Belnap, 1959]. Вскоре Н.Д. Белнапом в соавторстве с А.Р. Андерсоном была опубликована полноценная статья, посвященная **FDE** [Anderson, Belnap, 1962]. **FDE** строится в языке $\mathfrak{L}_{\to}$, все формулы которого имеют вид $A \to B$, где A и B — формулы классической логики высказываний. При этом предполагается, что классическая логика высказываний строится в языке $\mathfrak{L}$, алфавиту которого принадлежат связки $\wedge$, $\vee$ и $\neg$, а также правая и левая круглые скобки и множество пропозициональных переменных $\{p, q, r, s, p_1, q_1, \ldots\}$. А.Р. Андерсон и Н.Д. Белнап [Anderson, Belnap, 1962] представили логику **FDE** в виде гильбертовского исчисления и доказали, что $\vdash_{\mathbf{FDE}} A \to B$, если и только если $\vdash_{\mathbf{E}} A \to B$ (где A и B — $\mathfrak{L}$-формулы), — в этом смысле **FDE** является первоуровневым фрагментом релевантной логики **E**, подробно описанной в [Anderson, Belnap, 1975].

Я.В. Шрамко [Шрамко, 1989] построил логику $\mathbf{IE_{fde}}$ — интуиционистский аналог **FDE**. Логика $\mathbf{IE_{fde}}$ строится в языке $\mathcal{L}_{\to}$, все формулы которого имеют вид $A \to B$, где A и B — формулы *интуиционистской* логики высказываний **Int**. Напомним, что формулами языка $\mathcal{L}$ интуиционистской логики высказываний являются все пропозициональные переменные, а также, если C и D — $\mathcal{L}$-формулы, выражения вида $\neg C$, $(C \wedge D)$, $(C \vee D)$ и $(C \supset D)$, где $\supset$ — интуиционистская импликация (в то время как $\to$ — релевантная импликация).

Различные семантики для логики **FDE** были разработаны Д.М. Данном [Dunn, 1966], Н.Д. Белнапом [Belnap, 1977a, Belnap, 1977b] и Е.К. Войшвилло [Войшвилло, 1988]. Для нас особое значение имеет семантика *обобщенных описаний состояний* Е.К. Войшвилло, поскольку в [Шрамко, 1989] $\mathbf{IE_{fde}}$ формулируется в терминах этой семантики. Напомним, что обобщенным описанием состояний называется любое подмножество множества всех литералов языка $\mathcal{L}$ (литералами называем пропозициональные переменные и их отрицания). Модельной структурой $\mathbf{IE_{fde}}$ называется пара $\langle K, R\rangle$, где K — любое непустое множество обобщенных описаний состояний, а R — бинарное рефлексивное и транзитивное отношение, заданное на K и обладающее свойством сохранности интуиционистской истины (если $P \in \alpha$ и $R(\alpha, \beta)$, то $P \in \beta$ (здесь и далее P — произвольная пропозициональная переменная, а α и β — обобщенные описания состояний)), а также свойством обратной сохранности интуиционистской лжи (если $\neg P \in \beta$ и $R(\alpha, \beta)$, то $\neg P \in \alpha$). Условия истинности и ложности $\mathcal{L}$-формул задаются следующим образом (выражение «TC/γ» обозначает «$\mathcal{L}$-формула C истинна в $\gamma \in K$», а выражение «FC/γ» — «$\mathcal{L}$-формула C ложна в $\gamma \in K$»):

$$\begin{array}{rcl}
TP/\alpha & \Leftrightarrow & P \in \alpha \\
FP/\alpha & \Leftrightarrow & \neg P \in \alpha \\
TA \wedge B/\alpha & \Leftrightarrow & TA/\alpha \text{ и } TB/\alpha \\
FA \wedge B/\alpha & \Leftrightarrow & FA/\alpha \text{ или } FB/\alpha \\
TA \vee B/\alpha & \Leftrightarrow & TA/\alpha \text{ или } TB/\alpha \\
FA \vee B/\alpha & \Leftrightarrow & FA/\alpha \text{ и } FB/\alpha \\
TA \supset B/\alpha & \Leftrightarrow & \forall\beta(R(\alpha,\beta) \Rightarrow (FA/\beta \text{ или } TB/\beta)) \\
FA \supset B/\alpha & \Leftrightarrow & \exists\beta(R(\alpha,\beta) \text{ и } (TA/\beta \text{ и } FB/\beta)) \\
T\neg A/\alpha & \Leftrightarrow & \forall\beta(R(\alpha,\beta) \Rightarrow FA/\beta) \\
F\neg A/\alpha & \Leftrightarrow & \exists\beta(R(\alpha,\beta) \text{ и } TA/\beta).
\end{array}$$

Отношение релевантного следования определяется следующим образом: $A \models_{\mathbf{IE_{fde}}} B \Leftrightarrow \forall M \forall_{\alpha \in M}(TA/\alpha \Rightarrow TB/\alpha)$, где $M = \langle K, R\rangle$ — модельная структура $\mathbf{IE_{fde}}$. $\mathcal{L}_{\to}$-формула $A \to B$ общезначима ($\models_{\mathbf{IE_{fde}}} A \to B$) $\Leftrightarrow$ $A \models_{\mathbf{IE_{fde}}} B$.

Аналитические таблицы для **FDE**, основанные на семантике Н.Д. Белнапа, построены М. Д'Агостино [D'Agostino, 1990]. В [Бочаров, Маркин, 2013] они адаптированы для формулировки **FDE**, опирающейся на семантику Е.К. Войшвилло. Аналитические таблицы для **Int** разработаны М. Фиттингом [Fitting, 1969] (они также описаны в [Бочаров, Маркин, 2013]). Предлагаемые нами аналитические таблицы для $\mathbf{IE_{fde}}$ являются комбинацией аналитических таблиц для **FDE** и **Int**.

Отмеченными формулами называем выражения вида TA (истинно A), FA (ложно A), $\overline{T}A$ (не-истинно A) и $\overline{F}A$ (не-ложно A), где A — $\mathcal{L}$-формула. Обозначаем через S произвольное (возможно, пустое) множество отмеченных формул, а через S^0 — множество $S_T \cup S_{\overline{F}}$, где $S_T = \{TA \mid TA \in S\}$ и $S_{\overline{F}} = \{\overline{F}A \mid \overline{F}A \in S\}$. Заметим, что, поскольку S — множество, $\{S, TA\} = \{S, TA, TA\}$ и $\{S, \overline{F}A\} = \{S, \overline{F}A, \overline{F}A\}$, значит, правила, дублирующие отмеченные формулы, не нужны.

Сформулируем правила редукции аналитических таблиц в стиле М. Фиттинга [Fitting, 1969] для $\mathbf{IE_{fde}}$:

$$(T\wedge)\ \frac{S, TA \wedge B}{S, TA, TB} \qquad (\overline{T}\wedge)\ \frac{S, \overline{T}A \wedge B}{S, \overline{T}A \mid S, \overline{T}B}$$

$$(F\wedge)\ \frac{S, FA \wedge B}{S, FA \mid S, FB} \qquad (\overline{F}\wedge)\ \frac{S, \overline{F}A \wedge B}{S, \overline{F}A, \overline{F}B}$$

$$(T\vee)\ \frac{S, TA\vee B}{S, TA \mid S, TB} \qquad (\overline{T}\vee)\ \frac{S, \overline{T}A\vee B}{S, \overline{T}A, \overline{T}B}$$

$$(F\vee)\ \frac{S, FA\vee B}{S, FA, FB} \qquad (\overline{F}\vee)\ \frac{S, \overline{F}A\vee B}{S, \overline{F}A \mid S, \overline{F}B}$$

$$(T\supset)\ \frac{S, TA\supset B}{S, FA \mid S, TB} \qquad (\overline{T}\supset)\ \frac{S, \overline{T}A\supset B}{S^0, \overline{F}A, \overline{T}B}$$

$$(F\supset)\ \frac{S, FA\supset B}{S^0, TA, FB} \qquad (\overline{F}\supset)\ \frac{S, \overline{F}A\supset B}{S, \overline{T}A \mid S, \overline{F}B}$$

$$(T\neg)\ \frac{S, T\neg A}{S, FA} \qquad (\overline{T}\neg)\ \frac{S, \overline{T}\neg A}{S^0, \overline{F}A} \qquad (F\neg)\ \frac{S, F\neg A}{S^0, TA} \qquad (\overline{F}\neg)\ \frac{S, \overline{F}\neg A}{S, \overline{T}A}$$

Определения конфигурации, применения правила редукции к конфигурации и аналитической таблицы стандартны [Fitting, 1969]. Множество отмеченных формул S называем *замкнутым*, если оно одновременно содержит отмеченные формулы вида TA и $\overline{T}A$ или FA и $\overline{F}A$. Определения замкнутой конфигурации и замкнутой аналитической таблицы стандартны [Fitting, 1969]. Конечное множество отмеченных формул S называем *противоречивым*, если таблица для него для него замкнута. Называем $\mathcal{L}_{\rightarrow}$-формулу $A \rightarrow B$ *доказуемой*, если $\{TA, \overline{T}B\}$ — противоречиво. Замкнутая таблица для $\{TA, \overline{T}B\}$ есть доказательство $\mathcal{L}_{\rightarrow}$-формулы $A \rightarrow B$. Если существует доказательство $\mathcal{L}_{\rightarrow}$-формулы $A \rightarrow B$, то пишем $\vdash_{\mathbf{IE_{fde}}} A \rightarrow B$.

Заметим, что если в аналитических таблицах для $\mathbf{IE_{fde}}$ во всех правилах редукции, где встречается множество S^0, заменить его на S, а также вычеркнуть все правила для $\supset$, то получатся аналитические таблицы для **FDE** [D'Agostino, 1990]. Кроме того, если в аналитических таблицах для $\mathbf{IE_{fde}}$ вычеркнуть все правила редукции для отмеченных формул $\overline{T}A$ и $\overline{F}A$ и заменить S^0 на S_T, то получатся аналитические таблицы для **Int** [Fitting, 1969].

С использованием методов, описанных в [Fitting, 1969], автором доказаны следующие теоремы [Петрухин, 2016].

Теорема 1. *Для любой $\mathcal{L}_{\rightarrow}$-формулы $A \rightarrow B$ верно, что $\vdash_{\mathbf{IE_{fde}}} A \rightarrow B$, если и только если $\models_{\mathbf{IE_{fde}}} A \rightarrow B$.*

Теорема 2. *Логика $\mathbf{IE_{fde}}$ разрешима.*

Литература

Бочаров, Маркин, 2013 – *Бочаров В.А., Маркин В.И.* Введение в логику. М.: ИД «Форум»; Инфра-М, 2013. 560 с.

Войшвилло, 1988 – *Войшвилло Е.К.* Философско-методологические аспекты релевантной логики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. 144 с.

Петрухин, 2016 – *Петрухин Я.И.* Аналитико-табличная формализация интуиционистского варианта логики первоуровнего следования // Логико-философские исследования. 2016. Вып. 7. С. 153–161.

Шрамко, 1989 – *Шрамко Я.В.* К проблеме релевантного следования для интуиционистской логики // Логико-философские исследования. 1989. Вып. 1. С. 165–179.

Anderson, Belnap, 1975 – *Anderson A.R., Belnap N.D.* Entailment: The Logic of Relevance and Necessity. Vol. I. Princeton, NJ.: Princeton University Press, 1975. 542 p.

Anderson, Belnap, 1962 – *Anderson A.R., Belnap N.D.* Tautological entailments // Philosophical Studies. 1962. Vol. 13(1-2). P. 9–24.

Belnap, 1977a – *Belnap N.D.* A useful four-valued logic // Modern Uses of Multiple-Valued Logic / Ed. by J.M. Dunn, G. Epstein. Boston: Reidel Publishing Company, 1977. P. 7–37.

Belnap, 1977b – *Belnap N.D.* How a computer should think // Contemporary Aspects of Philosophy / Ed. by G. Rule. Stocksfield: Oriel Press, 1977. P. 30–56.

Belnap, 1959 – *Belnap N.D.* Tautological entailments // The Journal of Symbolic Logic. 1959. Vol. 24. P. 316.

D'Agostino, 1990 – *D'Agostino M.* Investigations into the complexity of some propositional calculi. PhD thesis, Oxford University. 1990. 135 p.

Dunn, 1966 – *Dunn J.M.* The Algebra of Intensional Logics. PhD thesis, University of Pittsburgh. 1966. 177 p.

Fitting, 1969 – *Fitting M.* Intuitionistic logic, model theory and forcing. Amsterdam, London: North-Holland Publishing Company. 1969. 191 p.

Analytic tableaux for intuitionistic First Degree Entailment

Yaroslav I. Petrukhin
Lomonosov Moscow State University,
27/4 Lomonosovskiy prospect, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: `yaroslav.petrukhin@mail.ru`

Abstract: N.D. Belnap formulated a relevant logic called **FDE** (First Degree Entailment) which avoids so-called paradoxes of classical entailment: "any proposition follows from a contradiction" and "a tautology follows from any proposition". **FDE** deals with formulas which have an implication as the main connective and its antecedent as well as consequent that contain only the following connectives: negation, disjunction, and conjunction. Since intuitionistic entailment has the same paradoxes as the classical one, the problem of the presentation of an intuitionistic analogue of **FDE** which avoids the paradoxes of intuitionistic entailment arises. Y.V. Shramko solved this problem and presented the logic $\mathbf{IE_{fde}}$. $\mathbf{IE_{fde}}$ deals with both relevant and intuitionistic implications, because, in contrast to classical implication, the intuitionistic one is not expressed via negation, conjunction, and disjunction. Y.V. Shramko formulated an intuitionistic version of E.K. Voishvillo's semantics of generalized descriptions of states originally developed for **FDE**. In this paper we present an adequate analytic tableaux in the style of M. Fitting for $\mathbf{IE_{fde}}$, based on Y.V. Shramko's semantics for this logic. We modify M. Fitting's analytic tableaux for intuitionistic logic by adding two new types of signed formulas ($\overline{T}A$ (A is not-true) and $\overline{F}A$ (A is not-false)), reduction rules for them and adapting relevant definitions as well as the rules for TA and FA. A set of signed formulas S is called closed if it contains at the same time signed formulas of types TA and $\overline{T}A$ or FA and $\overline{F}A$. A closed tableaux for $\{TA, \overline{T}B\}$ is called a proof of a formula $A \to B$. In the rules, where in intuitionistic logic signed formulas of type FA are deleted, in $\mathbf{IE_{fde}}$ signed formulas of type $\overline{T}A$ are also deleted. Last, but not least, our analytic tableaux for $\mathbf{IE_{fde}}$ shows that this logic is decidable.

Keywords: analytic tableaux, intuitionistic logic, relevant logic, first degree entailment, revelant entailment, generalized state of description

For citation: Petrukhin Ya.I. "Analiticheskie tablitsy dlya intuitsionistskogo analoga FDE" [Analytic tableaux for intuitionistic First Degree Entailment], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 116–122. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-116-122 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Petrukhin Ya.I. "Analiticheskie tablitsy dlya intuitsionistskogo analoga FDE" [Analytic tableaux for intuitionistic First Degree Entailment], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 73–75.

References

Anderson, Belnap, 1962 – Anderson, A.R., Belnap, N.D. "Tautological entailments", *Philosophical Studies*, 1962, Vol. 13(1-2), pp. 9–24.

Anderson, Belnap, 1975 – Anderson, A.R., Belnap, N.D. *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity. Vol. I.* Princeton, NJ.: Princeton University Press, 1975. 542 pp.

Belnap, 1959 – Belnap, N.D. "Tautological entailments", *The Journal of Symbolic Logic*, 1959, Vol. 24, p. 316.

Belnap, 1977a – Belnap, N.D. "A useful four-valued logic", in: *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, ed. by J.M. Dunn, G. Epstein. Boston: Reidel Publishing Company, 1977, pp. 7–37.

Belnap, 1977b – Belnap, N.D. "How a computer should think", in: *Contemporary Aspects of Philosophy*, ed. by G. Rule. Stocksfield: Oriel Press, 1977, pp. 30–56.

Bocharov, Markin, 2013 – Bocharov, V.A., Markin, V.I. *Vvedenie v logiku* [Introduction to logic]. Moscow: Forum, 2013. 560 pp. (In Russian)

D'Agostino, 1990 – D'Agostino, M. *Investigations into the complexity of some propositional calculi.* PhD thesis, Oxford University, 1990. 135 pp.

Dunn, 1966 – Dunn, J.M. *The Algebra of Intensional Logics.* PhD thesis, University of Pittsburgh, 1966. 177 pp.

Fitting, 1969 – Fitting, M. *Intuitionistic logic, model theory and forcing.* Amsterdam, London: North-Holland Publishing Company, 1969. 191 pp.

Petrukhin, 2016 – Petrukhin, Y.I. "Analitiko-tablichnaya formalizatsiya intuitsionistskogo varianta logiki pervourovnego sledovaniya" [Analytic tableaux formalization of intuitionistic version of first degree entailment], *Logiko-filosofskie issledovaniya* [Logical and Philosophical Investigations], 2016, Vol. 7, pp. 153–161. (In Russian)

Shramko, 1989 – Shramko, Ya.V. "K probleme relevantnogo sledovaniya dlya intuitsionistskoi logiki" [On a problem of revelant entailment for intuitionistic logic], *Logiko-filosofskie issledovaniya* [Logical and Philosophical Investigations], 1989, Vol. 1. pp. 165–179. (In Russian)

Voishvillo, 1988 – Voishvillo, E.K. *Filosofsko-metodologicheskie aspekty relevantnoi logiki* [Philosophical and methodological aspects of relevant logic]. Moscow: Moscow St. Univ. Publ., 1988. 144 pp. (In Russian)

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 123–128
УДК 510.644

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 123–128
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-123-128

Н.Н. Преловский

Бесконечнозначная логика Лукасевича и ряды Фарея

Николай Николаевич Преловский
Институт философии РАН.
Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д.12, стр.1.
E-mail: mingkemingfeichangming@gmail.com

Аннотация: В статье будет рассказано о связи между критерием Мак-Нотона для бесконечнозначной логики Лукасевича, простыми числами и рядами Фарея. Дано определение простого числа в терминах бесконечнозначной логики Лукасевича. В соответствии с критерием Мак-Нотона, множество функций бесконечнозначной логики Лукасевича совпадает с множеством непрерывных кусочно-линейных функций особого вида. В докладе показано, что простота числа n зависит от существования таких функций бесконечнозначной логики Лукасевича, что ограничение каждой из них на соответствующую конечнозначную логику Лукасевича совпадает со значением функций $N_{1/n}(x)$. При этом каждая такая функция имеет кусочно-линейные эквиваленты, линейные коэффициенты которых могут быть найдены с помощью подходящих рядов Фарея. А именно, возникает возможность охарактеризовать все линейные функции, проходящие через точку с координатами $(\frac{i}{n}, \frac{1}{n})$. Действительно, все такие функции описываются уравнениями вида $f(x) = b + kx$ с целыми коэффициентами b и k, что $\frac{1}{n} = b + k\frac{i}{n}$, что позволяет отыскать данные коэффициенты в подходящих рядах Фарея.

Ключевые слова: многозначная логика, логика Лукасевича, простые числа, ряды Фарея

Для цитирования: *Преловский Н.Н.* Бесконечнозначная логика Лукасевича и ряды Фарея // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 123–128. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-123-128

1. Введение

В ряде работ В.К. Финна и А.С. Карпенко (см. [Финн, 1976], [Карпенко, 2010]) установлена связь между конечнозначными логиками Лукасевича и простыми числами. Так, В.К. Финном была доказана теорема о том, что класс функций, соответствующий $n + 1$-значной логике Лукасевича $Ł_{n+1}$, является предполным, если и только если n есть простое число. А.С. Карпенко была построена матричная логика K_{n+1}, содержащая тавтологии в том и только в том случае, когда n является простым числом. При этом класс функций K_{n+1} совпадает с классом функций $Ł_{n+1}$ только при условии простоты n.

С учетом того факта, что бесконечнозначная логика Лукасевича $Ł_\infty$ является естественным обобщением конечнозначных логик Лукасевича $Ł_{n+1}$ при $n < \aleph_0$, а класс ее тавтологий является пересечением классов тавтологий этих логик, может быть рассмотрен вопрос о характеризации простых чисел посредством $Ł_\infty$. Забегая вперед, отметим, что поиск ответа на данный вопрос приводит к выявлению связи между выразимыми в бесконечнозначной логике Лукасевича функциями и рядами Фарея.

2. Критерии Мак-Нотона для логик Лукасевича

Под конечнозначной логикой Лукасевича $Ł_{n+1}$ будем понимать замкнутое множество функций, выразимых в логической матрице

$$\mathfrak{M}^{Ł}_{n+1} = \langle V_{n+1}, \{1\}, \to, \vee, \wedge, \neg \rangle ,$$

где $V_{n+1} = \{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, ..., \frac{n-1}{n}, 1\}$, $\{1\}$ есть одноэлементное множество выделенных значений, а операции определяются следующим образом:

- $x \to y$ есть n, если $x \leq y$, и $1 - x + y$, в противном случае;
- $x \vee y$ есть $max(x, y)$;
- $x \wedge y$ есть $min(x, y)$;
- $\neg x$ есть $1 - x$.

Отметим, что операции $\vee$ и $\wedge$ не являются независимыми и выразимы с помощью $\to$ и $\neg$.

Класс функций, выразимых в $Ł_{n+1}$, характеризуется конечнозначным критерием Мак-Нотона:

Функция $f(\frac{i_1}{n}, ..., \frac{i_m}{n}) = \frac{i}{n}$ выразима посредством формулы в $Ł_{n+1}$, если и только если наибольший общий делитель $i_1, ..., i_m$ и n является также делителем i.

Бесконечнозначной (счетнозначной) логикой Лукасевича $Ł_\infty$ называется класс функций, выразимых в логической матрице

$$\mathfrak{M}^{Ł}_{\infty} = \langle [0; 1], \{1\}, \to, \vee, \wedge, \neg \rangle ,$$

где $[0; 1]$ есть множество всех рациональных чисел $0 \leq i \leq 1$, а операции определяются аналогично конечнозначному случаю.

На бесконечнозначный случай критерий Мак-Нотона обобщается следующим образом:

Функция $f(x_1, ..., x_m)$ выразима посредством формулы в $Ł_\infty$, если и только если:

1. f является непрерывной и $0 \le f(x_1, ..., x_m) \le 1$, где $0 \le x_i \le 1$, $i = 1, .., m$;

2. существует конечное число отличных друг от друга полиномов $\lambda_1, ..., \lambda_\mu$, каждый из которых имеет форму $\lambda_j = b_j + k_1 x_1 + .. + k_{m_j} x_m$, где все b и k есть такие целые числа, что для каждого набора $x_1, ..., x_m$, $0 \le x_i \le 1$, $i = 1, ..., m$, существует j, $1 \le j \le \mu$, такое, что $f(x_1, ..., x_m) = \lambda_j(x_1, ..., x_m)$;

3. для произвольных x_i, $0 \le x_i \le 1$, $i = 1, ..., m$ имеют место неравенства $0 \le f(x_1, ..., x_m) \le 1$.

Из бесконечнозначного критерия Мак-Нотона, в частности, следует, что содержащееся в $Ł_\infty$ множество одноместных функций $f(x)$ совпадает с множеством всех непрерывных и состоящих из конечного числа линейных интервалов вида $y = b + kx$ с целыми b и k кусочно-линейных функций $f : [0; 1] \mapsto [0; 1]$, сохраняющих множество $\{0, 1\}$.

Рассмотрим теперь функции $N_i(x)$, определенные следующим условием:

$$N_i(x) = \begin{cases} i & \text{при } \frac{1}{n} \le x \le \frac{n-1}{n}; \\ \neg x & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Из предполноты $Ł_{n+1}$ при простом n и конечнозначного критерия Мак-Нотона следует, что все операторы $N_i(x)$ выразимы в $Ł_{n+1}$, если и только если n есть простое число. Особое положение при этом занимают функции $N_{\frac{1}{n}}(x)$, поскольку их невыразимость или выразимость в $Ł_{n+1}$ является необходимым и достаточным условием для вывода о непростоте или простоте n соответственно.

Действительно, если n есть составное число, то рассмотрим являющееся его делителем число $k \ne 1$. Очевидным образом выполняется, что $0 < \frac{k}{n} < 1$. Тогда согласно определению $N_{\frac{1}{n}}(x)$, $N_{\frac{1}{n}}(\frac{k}{n}) = \frac{1}{n}$. Но, по критерию Мак-Нотона, в этом случае наибольший общий делитель k и n должен быть также и делителем 1, что невозможно. Если же n есть простое число, то функция $N_{\frac{1}{n}}(x)$ выразима в $Ł_{n+1}$ в силу ее предполноты. Рассмотрение остальных случаев осуществляется аналогичным образом.

3. Определение простого числа средствами бесконечнозначной логики Лукасевича

Рассмотрим класс F всех одноместных функций $f(x)$, выразимых посредством формул в $Ł_\infty$.

Выделим множество $F' \subset F$ функций $f(x) \in Ł_\infty$ таких, что их ограничение на множество V_{n+1} совпадает с функцией $N_{\frac{1}{n}}(x)$ для каких-нибудь

n. Заметим, что такие функции существуют для всех простых n и могут быть выражены в $Ł_\infty$ теми же формулами, которыми они выражаются в соответствующих конечнозначных логиках $Ł_{n+1}$.

Теперь критерий простоты числа n может быть сформулирован средствами бесконечнозначной логики Лукасевича следующим образом:

Число n является простым, если и только если существует функция $f(x) \in Ł_\infty$ такая, что $f(x) \in F'$ и ее ограничение на множество V_{n+1} есть $N_{\frac{1}{n}}(x)$.

4. Функции бесконечнозначной логики Лукасевича и ряды Фарея

Последовательностью рядов Фарея называется последовательность упорядоченных множеств следующего вида:

$$F_1 = \left\{\frac{0}{1}, \frac{1}{1}\right\};$$

$$F_2 = \left\{\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}\right\};$$

$$F_3 = \left\{\frac{0}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}\right\};$$

$$F_4 = \left\{\frac{0}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{1}\right\};$$

$$\ldots$$

То есть речь идет о последовательности, где каждое множество F_{n+1} получается из F_n копированием элементов F_n и добавлением дробей вида $\frac{p+r}{q+s}$ между элементами $\frac{p}{q}$ и $\frac{r}{s}$, если $q + s \leq n + 1$.

Ряд Фарея F_i, $i \geq 1$, обладает следующими двумя свойствами:

1. F_i содержит все несократимые дроби, знаменатели которых не превышают i.

2. Дроби $\frac{p}{q}$ и $\frac{r}{s}$ являются соседними элементами в F_i, если и только если $qr - ps = 1$.

Эти свойства позволяют связать ряды Фарея с критерием простоты числа, выраженным средствами бесконечнозначной логики Лукасевича.

А именно, возникает возможность охарактеризовать все линейные функции, проходящие через точку с координатами $(\frac{i}{n}, \frac{1}{n})$. Действительно, все такие функции описываются уравнениями вида $f(x) = b + kx$ с целыми коэффициентами b и k, что $\frac{1}{n} = b + k\frac{i}{n}$. В этом случае, домножая на n, получаем $1 = bn + ki$. Если n есть простое число, то, отождествляя правую часть последнего равенства с левой частью свойства 2 рядов Фарея, находим требующиеся целые коэффициенты b и k.

Литература

Карпенко, 2010 – *Карпенко А.С.* Развитие многозначной логики М.: ЛКИ, 2010. 448 с.

Финн, 1976 – *Финн В.К.* Логические проблемы информационного поиска. М.: Наука, 1976. 152 с.

Nikolai N. Prelovskiy

Infinite-valued Łukasiewicz logic and Farey sequences

Nikolai N. Prelovskiy
Institute of Philosophy of Russian Academy of Sciences,
12/1 Goncharnaya Str., Moscow, 109240, Russian Federation.
E-mail: mingkemingfeichangming@gmail.com

Abstract: The paper explores the relations between MacNaughton's criterion for infinite-valued Łukasiewicz logic, prime numbers and Farey sequences. The author gives a definition of prime numbers in terms of infinite-valued Łukasiewicz logic. According to MacNaughton's criterion, the set of functions expressed in infinite-valued Łukasiewicz logic coincides with the set of certain continuous piecewise linear functions. The paper shows that natural number n is prime only if infinite-valued Łukasiewicz logic contains functions that the restriction to a proper finitely valued Łukasiewicz logic coincide with functions $N_{1/n}(x)$. While every such function has piecewise linear counterparts, linear parameters for which may be obtained in certain Farey sequences. Therefore, it is possible to find all regarded linear functions in the point with coordinates $(\frac{i}{n}, \frac{1}{n})$. All such functions have equations $f(x) = b + kx$ with integer parameters b and k, and $\frac{1}{n} = b + k\frac{i}{n}$, so it makes it possible to find the required parameters in certain Farey sequences.

Keywords: many-valued logic, Łukasiewicz logic, prime numbers, Farey sequences

For citation: Prelovskiy N.N. "Beskonechnoznachnaya logika Lukasevicha i ryady Fareya" [Infinite-valued Łukasiewicz logic and Farey sequences], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 123–128. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-123-128 (In Russian)

References

Karpenko, 2010 – Karpenko, A.S. *Razvitie mnogoznachnoi logiki* [The development of many-valued logic]. Moscow: LKI Publ., 2010. 448 pp. (In Russian)

Finn, 1976 – Finn, V.K. *Logicheskie problemy informatsionnogo poiska* [Logical problems of information retrieval]. Moscow: Nauka, 1976. 152 pp. (In Russian)

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 129–136
УДК 16

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 129–136
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-129-136

А.В. Титов

Использование нефинитных методов в исследовании взаимосвязи форм логического исчисления на основе оценки*

Андрей Валентинович Титов
РУТ (МИИТ), МГТУ им Баумана.
Российская Федерация, 127994, ГСП-4, г. Москва, ул. Образцова, д.9, стр.9.
E-mail: a.v.titov@mail.ru

Аннотация: Рассматривается подход к изучению взаимозависимости различных типов логического исчисления, основанный на исследовании оценки как морфизма, сохраняющего структуру из алгебры формул в структуру, на которой принимает значение их оценка.

В настоящее время применение неклассических логик в математике ограничено. Однако постоянно растущие и изменяющиеся требования к математическому аппарату, применяемому в формальных моделях сложных объектов и процессов, могут существенно изменить это положение и привести к развитию математических теорий, основанных на использовании различных видов неклассической логики.

Исследование взаимосвязи различных типов логического исчисления на основе рассмотрения оценки связано с привлечением нефинитных методов теории структур, к которым можно отнести методы обобщенного нестандартного анализа как раздела теории категорий.

Это направление можно отнести к семантическому подходу к исследованию типов формальной логики на основе исследования оценки и отнести к исследованию взаимодействия синтаксиса и семантики, заявленному в работах Линдона.

Развитие подхода к исследованию типов формальной логики на основе использования нефинитных методов обобщенного нестандартного анализа позволяет рассматривать множество формул алгебры логики с введенным на нем отношением эквивалентности как фактор-алгебру с определенной структурой.

Применение методов, использующих современные математические теории, позволяет выявить математическую структуру формальной логики и проследить взаимосвязь различных видов логических исчислений, другими словами, выявить математическое содержание рассматриваемого вида логического исчисления.

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Титов А.В.* Использование нефинитных методов в исследовании взаимосвязи форм логического исчисления на основе оценки // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 75–78.

Обоснованность использования нефинитных методов в логических исследованиях обусловлена тем, что метаматематика — теория, изучающая формализованные математические теории. Формализованная теория — множество конечных последовательностей символов (формул и термов) и множество операций над этими последовательностями. Операции заменяют элементарные шаги дедукции в математических рассуждениях. В такой постановке математическая логика (метаматематика) сама становится разделом математики. Т. е. сама логика в такой постановке становится объектом математического исследования.

Рассматриваемый подход, позволяет рассматривать формальную логику как динамическую систему, развитие которой заключается в раскрытии системы частных типов логического исчисления, для описания которого предлагается использовать нефинитные методы обобщенного нестандартного анализа.

Ключевые слова: оценка, категория, нефинитные методы, нестандартный анализ, мера

Для цитирования: *Титов А.В.* Использование нефинитных методов в исследовании взаимосвязи форм логического исчисления на основе оценки // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 129–136. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-129-136

Использование одного и того же языка в исследовании, как предмета математики, так и ее метода, определяется тем, что множество формул формализованной теории является алгеброй, в общем случае с бесконечными операциями. После введения отношения эквивалентности на множестве формул фактор-алгебра становится структурой, законами которой определяется тип логики, принимаемой в теории. Отсюда и вытекает правомерность использования в математической логике методов теории структур.

В частности, примером алгебраизации методов исследования логических исчислений может служить тот факт, что была доказана эквивалентность теоремы о полноте пропозиционального исчисления и теоремы Стоуна о представлении булевых алгебр.

Применение нефинитных методов, использующих современные математические теории, позволяет выявить математическую структуру формальной логики и проследить взаимосвязь различных видов логических исчислений, другими словами, выявить математическое содержание рассматриваемого вида логического исчисления.

В настоящее время применение неклассических логик в математике ограничено, однако постоянно растущие и изменяющиеся требования к применяемому в формальных моделях сложных объектов и процессов математическому аппарату могут существенно изменить это положение и привести к развитию математических теорий, основанных на использовании различных видов неклассической логики.

Если в формализованной теории операции заменяют шаги дедукции, то вполне естественно представить такую систему как категорию. С другой стороны, от вывода в исчислении требуется сохранение истинности или, в случае многозначности значений истинности, преобразование истинности по известному закону. Но это означает, что вывод или шаги дедукции связаны с сохранением или изменением по известному закону оценки, которая также может быть представлена как морфизм определенной категории.

Если рассматривать модели как функторы, сохраняющие дополнительную структуру из категории, соответствующей данной теории, в категорию множеств, то выбор вместо категории множеств других категорий дает возможность изучать и строить неклассические теории. Тогда категория, на которой принимает значение функтор, определяет тип логики для исследуемой модели.

Ценным для проводимого исследования является то обстоятельство, что в теории категорий свойства объекта определяются не через его внутреннюю структуру, а через его связи с другими элементами, которые выражаются через функции (стрелки).

Расширения, даваемые теорией категорий, распространяются и на логику. С философской точки зрения категорный подход к логике интересен тем, что расширяет ее возможности и при этом позволяет проследить связь между классическими и неклассическими вариантами логических исчислений.

Вариантом категорного подхода к анализу логических исчислений является обобщенная форма нестандартного анализа, который в работе В.А. Любецкого определяется как «алгебро-логический метод, основанный на рассмотрении оценок и в основном применяемый для изучения объектов, представимых в виде глобальных элементов некоторого пучка» [Любецкий, 1986, с. 377].

При этом подходе различные типы логики определяются структурой, на которой принимает значение оценка.

Непосредственное представление об истинности сводится к тому, что суждение *«A есть B»* считается истинным лишь тогда, когда это суждение выполняется для всех элементов из A, т. е. случае, когда в качестве значений оценки рассматривается система подмножеств $P(A)$ некоторого множества A. При этом принимается возможным существование только двух мер истинности — 0 и 1, причем только само A имеет меру *1*.

Итак, непосредственное представление об истинности приводит к тому, что в случае, когда в качестве значений оценки рассматривается система подмножеств $P(X)$ некоторого множества X, принимается возможным существование только двух мер истинности 0 и 1, причем только имеет меру 1.

Развитие метода, основанного на определении меры истинности как меры на некотором множестве, связано с понятием оценки.

«Оцениванием (оценкой) в данном языке для фиксированной решетки X называется сопоставление каждой формуле ϕ элемента из X, обозначаемого $|\phi_k|_X$ или, короче, $|\phi_k|$, причем логические связки языка моделируются операциями в решетке X. Последнее означает, что $|\phi \wedge \psi| = |\phi| \wedge |\psi|$, $|\phi \vee \psi| = |\phi| \vee |\psi|$, $|\phi \to \psi| = |\phi| \to |\psi|$, $|\neg\phi| = \neg|\phi|$» [Любецкий, 1989, с. 101].

При этом типы логического исчисления определяются структурой, на которой принимает значение оценка

Непосредственное представление об истинности сводится к тому, что, суждение *«A есть B»* считается истинным лишь тогда, когда это суждение выполняется для всех элементов из A, т. е. в случае, когда в качестве значений оценки рассматривается система подмножеств $P(A)$ некоторого множества A. При этом принимается возможным существование только двух мер истинности — 0 и 1, причем только само A имеет меру 1. Кроме того, если A есть бесконечное множество, то и разность $A \setminus N$, где N — любое конечное множество, при таком задании меры имеет меру ноль.

В качестве структуры X, на которой принимает значение оценка, может рассматривается импликативная решетка общего вида с оценкой на ней $|\phi_k|$. При этом логические связки языка моделируются операциями в решетке X.

Уже в этом случае, анализируя разные типы оценок, можно проследить то, как количественные изменения и сопоставляемая им мера определяют качественный тип логики, зафиксированный в системе аксиом логического исчисления [Титов, 2014, с. 391–393].

В классическом варианте нестандартного анализа рассматривается множество — степень K^I, где K — структура, а формулы — суждения о свойствах данной структуры. Оценка принимает значения на решетке $P(I)$, выбор в качестве j ультрафильтра в $P(I)$ позволяет заменить $Tr_j(\phi_k)$ $(Tr_j(\phi_k) \equiv |\phi_k| \in j)$ «обычной» истинностью суждения ϕ_k о структуре K^I. Поскольку для ультрапроизведений $K^I|j \equiv K^I|_{\sim j}$, имеем $\phi_{k|j}([f_1],[f_2],...,[f_n]) \Leftrightarrow ([\phi_k(f_1,f_2,...,f_n)] \in j)$, где $[f_i] \in K^I|j$. Это фактор – множество содержит два элемента. Это обеспечивает эквивалентность обеих семантик [Титов, 2014, с. 392].

Вариант логики с двумя типами отрицания — Н-В логика [Васюков, 2005, с. 151], в которой рассматривается два вида отрицания, можно интерпретировать исчисление с оценкой на импликативной решетке общего вида.

В случае пропозиционального исчисления, в котором алгебра формул есть булева алгебра или булева решетка, отрицание эквивалентно дополнению. Однако, как известно, решетка общего вида имеет два вида дополнения.

Если решетка A имеет нулевой элемент 0, то $\cap$-дополнением элемента $a \in A$ называют наибольший элемент $c \in A$, для которого выполняется равенство $c \cap a = 0$.

Если решетка A имеет единичный элемент 1, то $\cup$-дополнением элемента $a \in A$ называют наименьший элемент $d \in A$, для которого выполняется равенство $d \cup a = 1$.

Можно показать [Титов, 2016, с. 148–150], что аксиомы Н-В логики являются выводимыми теоремами для решеток общего вида с двумя дополнениями, которые должны играть роль структур оценки при условии трактовки оценки как морфизма, сохраняющего структуру.

При переходе на язык теории категорий модели, которые рассматриваются классической теорией, являются функторами из категории, соответствующей некоторой теории в категорию всех множеств. Рассматривая какую-либо другую категорию, обладающую дополнительной структурой, получим неклассическую теорию. Тип полученной теории будет индуцироваться заданной категорией и ограничениями, наложенными на функтор (его задаваемыми свойствами).

При таком подходе «логики» как вид исследования структур представляют собой семейство функторов из категорий, соответствующих формальным теориям в категории структур, на которых принимает значение оценка. В этом случае оценка есть функтор, сохраняющий дополнительную структуру. Вид логики будет определяться типом функтора, и, следовательно, минимальные логики будут представлять собой семейство, определяемое семейством баз, предбаз, образующих и т. д. структур значений оценки. Нельзя исключать и того, что сюда войдут функторы как гладкие отображения многообразий, поскольку в обиход уже введен термин «локальная истинность», в частности в работе Голдблатта рассматривается язык PL, в который включена новая связка $\bigtriangledown$, и если α – формула этого языка, то формула $\bigtriangledown\alpha$ читается «локально имеет место, что α» [Гольдблатт, 1983, с. 393].

Введение в теории категорий классификатора подобъектов Ω и связанная с этим понятием Ω-аксиома позволяет подтвердить предположение о том, что структура оценки для алгебры формул должна сохранять ее структуру.

Литература

Васюков, 2005 – *Васюков В.Л.* Категорная логика. М.: АНО Ин-т логики, 2005. 194 с.

Гольдблатт, 1983 – *Гольдблатт Р.* Топосы. Категорный анализ логики. М.: Мир, 1983. 468 с.

Любецкий, 1986 – *Любецкий В.А.* Некоторые применения теории топосов к изучению алгебраических систем // *Джонсон П.Т.* Теория топосов. М.: Наука, 1986. С. 376–430.

Любецкий, 1989 – *Любецкий В.А.* Оценки и пучки. О некоторых вопросах нестандартного анализа // УМН. 1989. Т. 44. Вып. 4(269). С. 99–153.

Титов, 2014 – *Титов А.В.* Диалектика в развитии типов логических исчислений на основе структур значений оценки // Доказательство: очевидность, достоверность и убедительность в математике. Труды Московского семинара по философии математики / Под ред. В.А. Божанова, А.Н. Кричевца, В.А. Шапошникова. М.: ЛИБРОКОМ, 2014. С. 375–399.

Титов, 2016 – *Титов А.В.* Использование нефинитных методов в семантическом подходе к исследованию типов формальных логики // Уч. зап. Крымского федерал. ун-та им. В.И. Вернадского. Сер.: Философия, Культурология, Политология, Социология. Симферополь: Крымский федерал. ун-т им. В.И. Вернадского, 2016. Т. 2(68). № 4. С. 143–156.

Andrey V. Titov

The use of non-finite methods in the study of the relationship forms a logical calculus based on the evaluation

Andrey V. Titov
Russian University of transport (MIIT), The Bauman Moscow state technical University,
9/9 Obraztsova St., Moscow, GSP-4, 127994, Russian Federation.
E-mail: a.v.titov@mail.ru

Abstract: Our approach to studying the relationship of various types of logical calculus is based on a study of evaluation as a morphism that preserves the structure of the algebra of formulas in the structure of the estimated values.

The use of non-classical logic in mathematics is currently limited. However, ever-growing and changing requirements for the mathematical apparatus used in formal models of complex objects and processes may significantly change this situation and lead to the development of mathematical theories based on the use of various types of non-classical logic.

Investigation of the interrelation between different types of logical calculus on the basis of evaluation is associated with the attraction of non-finite methods of structure theory, to which one can associate the methods of generalized non-standard analysis as a section of category theory.

Development of the approach to the study of formal logic types based on the use of non-finite methods of generalized non-standard analysis allows us to consider the set of logic algebra formulas with the introduced equivalence relation as a factor - algebra with a certain structure.

The use of methods applying modern mathematical theories allows us to reveal the mathematical structure of formal logic and to trace the relationship of different types of logical calculus, in other words, to identify the mathematical content of the considered type of logical calculus.

The validity of the use of non-finite methods in logical research is due to the fact that metamathematics is a theory that studies formalized mathematical theories. Formalized theory is a set of finite sequences of characters (formulas and terms) and a set of operations on these sequences. Operations replace elementary steps of deduction in mathematical reasoning. In this statement, mathematical logic (metamathematics) itself becomes a branch of mathematics. That is, the logic itself in such a statement becomes the subject of mathematical research.

This approach allows us to consider formal logic as a dynamic system, the development of which consists in the disclosure of a system of particular types of logical calculus, for the description of which it is proposed to use non-finite methods of generalized non-standard analysis.

Keywords: evaluation, category, non-finite methods, non-standard analysis, generalized non-standard, measure

For citation: Titov A.V. "Ispol'zovanie nefinitnykh metodov v issledovanii vzaimosvyazi form logicheskogo ischisleniya na osnove otsenki" [The use of non-finite methods in the study of the relationship forms a logical calculus based on the evaluation], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 129–136. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-129-136 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Titov A.V. "Ispol'zovanie nefinitnykh metodov v issledovanii vzaimosvyazi form logicheskogo ischisleniya na osnove otsenki" [The use of non-finite methods in the study of the relationship forms a logical calculus based on the evaluation], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 75–78.

References

Goldblat, 1983 – Goldblat, R. *Toposy. Kategornyi analiz logiki* [Topoi. The Categorial Analysis of Llogic]. Moscow: Mir, 1983. 468 pp. (In Russian)

Lyubetskii, 1986 – Lyubetskii, V.A. "Nekotorye primeneniya teorii toposov k izucheniyu algebraicheskikh sistem" [Some Applications of Topos Theory to the Study of Algebraic Systemsi], in: P. T. Johnson. *Topos theory.* Moscow: Sciense, 1986. pp. 376–430. (In Russian)

Lyubetskii, 1989 – Lyubetskii, V.A. "Otsenki i puchki. O nekotorykh voprosakh nestandartnogo analiza" [Valuations and Sheaves. On Some Questions of Nonstandard Analysis], *Russian Mathematical Surveys*, 1989, Vol. 44, 4(269), pp. 99–153. (In Russian)

Titov, 2014 – Titov, A.V. "Dialektika v razvitii tipov logicheskikh ischislenii na osnove struktur znachenii otsenki" [The Dialectic in the Development of Types of Logical Calculi on the Basis of Structures of the Estimated Values], in: *Dokazatel'stvo ochevidnost', dostovernost' i ubeditel'nost' v matematike. Trudy Moskovskogo seminara po filosofii matematiki* [Proof. Moscow Studies in the Philosophy of Mathematics], ed. by V. A. Bazanova, A. N. Krichevets, V. A. Shaposhnikov. Moscow: LIBROKOM, 2014. 432 pp. (In Russian)

Titov, 2016 – Titov, A.V. "Ispolzovanie nefinitnykh metodov v semanticheskom podkhode k issledovaniyu tipov formal'noi logiki" [The Use of Non-finite Methods in Semantic Approach to the Study of Formal Logic Types], in: *Uchenye zapiski Krymskogo gosudarstvennogo universiteta im. V. I. Vernadskogo. Serija: Filosofija, Kul'turologija, Politologija, Sociologija* [Scientific Notes of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Philosophy]. Political sciense. Culturology. 2016, Vol. 2(68), No. 4, pp. 143–154] (In Russian)

Vasyukov, 2005 – Vasyukov, V.L. *Kategornaya logika* [Categorical logic]. Moscow, ANO Institute of logics, 2005. 194 pp. (In Russian)

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 137–143
УДК 167.07+510.635

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 137–143
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-137-143

Н.Е. Томова

О четырехзначных паранормальных логиках*

Наталья Евгеньевна Томова
Институт философии РАН.
Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1.
E-mail: natalya-tomova@yandex.ru

Аннотация: Статья посвящена изложению результатов исследования свойств четырехзначных паранормальных логик. Свойства паранормальных логик таковы, что они могут служить инструментом формализации рассуждений в условиях как противоречивой, так и неполной информации, т .е. эти логики одновременно являются паранепротиворечивыми и параполными. Логические системы представлены посредством логических матриц. Исследуется вопрос соотношения паранормальных матриц по классам тавтологий и по классам следований. Рассматриваются две четрырехзначные паранормальные матрицы, которые получены методом комбинирования изоморфов классической логики, выделенных в четырехзначной логике Бочвара $\mathbf{B}_4$. Они обозначены как $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{16}$. Рассматриваемые матрицы являются литеральными, т .е. обладают свойствами паранепротиворечивости и параполноты на уровне пропозициональных переменных и их отрицаний, или, что то же самое, на уровне литералов. Предложен способ доказательства эквивалентности этих четырехзначных паралогик по классу тавтологий. Также указано, что матрица $\mathfrak{M}_{15}$ только с одним выделенным значением $D = \{1\}$ совпадает с матрицей логики $\mathbf{V}$, которую авторы Л.З. Пуга и Н. Да Коста предлагают в качестве формализациии воображаемой логики Н.А. Васильева. Далее рассматриваются еще две четырехзначные матрицы, являющиеся характеристическими для паранормальных логик $\mathbf{AVP}$ и $\mathbf{S}^4$. Эти матрицы не могут быть рассмотрены в качестве результата комбинирования изоморфов классической логики и отличаются от матриц $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ и $\mathfrak{M}_{15}$ только тем, как определяется отрицание. Установлено, что по классам тавтологий и по классам правильных заключений, порождаемых матрицами, $\mathfrak{M}_{\mathbf{AVP}}$ и $\mathfrak{M}_{\mathbf{S}^4}$ соотносятся аналогично тому, как соотносятся $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ и $\mathfrak{M}_{15}$: они эквивалентны по классу тавтологий, то есть задают одну и ту же паранормальную теорию, однако исследование свойств отношения логического следования показало их дедуктивные различия. В результате намечено дальнейшее направление исследования, ставится вопрос, одну ли паранормальную теорию задают матрицы $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ и $\mathfrak{M}_{\mathbf{AVP}}$ и различны ли по дедуктивным свойствам пары матриц $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{\mathbf{S}^4}$, $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ и $\mathfrak{M}_{\mathbf{AVP}}$.

Ключевые слова: четырехзначные логики, паранормальные логики, тавтология, отношение следования, логические матрицы

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Томова Н.Е.* О четырехзначных паранормальных логиках // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 64–67.

Для цитирования: *Томова Н.Е.* О четырехзначных паранормальных логиках // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 137–143. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-137-143

Статья посвящена изложению результатов, полученных в ходе исследования литеральных паралогик. Напомним, литеральные паралогики — паралогики, которые обладают свойствами паранепротиворечивости, параполноты и параномальности на уровне пропозициональных переменных и их отрицаний, или, что то же самое, на уровне литералов (см. [Lewin, Mikenberg, 2006, p. 479]). Мы использовали следующие критерии для паранепротиворечивости и параполноты. Логика **L** *паранепротиворечива*, если в ней не верифицируется закон Дунса Скота: $A \to (\neg A \to B)$ [Jaśkowski, 1969]. Логика **L** *параполна*, если в ней не верифицируется закон Клавия: $(\neg A \to A) \to A$ [Ciuciura, 2015, p. 54].

В книге [Карпенко, Томова, 2016] описан класс четырехзначных литеральных паралогик, полученных методом комбинирования изоморфов классической логики **CPC**. Исходным пунктом в исследовании является четырехзначная логика Бочвара $\mathbf{B}_4$ [Бочвар, Финн, 1972, с. 289], содержащая четыре изоморфа классической логики, им соответствуют следующие логические матрицы:

$\mathfrak{M}_1 = \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_1, \to_1, \{1\} \rangle$,
$\mathfrak{M}_2 = \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_2, \to_2, \{1, 1/3, 2/3\} \rangle$,
$\mathfrak{M}_3 = \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_3, \to_3, \{1, 2/3\} \rangle$,
$\mathfrak{M}_4 = \langle \{0, 1/3, 2/3, 1\}, \neg_4, \to_4, \{1, 1/3\} \rangle$.

x	$\neg_1 x$	$\neg_2 x$	$\neg_3 x$	$\neg_4 x$
1	0	0	0	0
2/3	1	0	0	1
1/3	1	0	1	0
0	1	1	1	1

$\to_1$	1	2/3	1/3	0
1	1	0	0	0
2/3	1	1	1	1
1/3	1	1	1	1
0	1	1	1	1

$\to_2$	1	2/3	1/3	0
1	1	1	1	0
2/3	1	1	1	0
1/3	1	1	1	0
0	1	1	1	1

$\to_3$	1	2/3	1/3	0
1	1	1	0	0
2/3	1	1	0	0
1/3	1	1	1	1
0	1	1	1	1

$\to_4$	1	2/3	1/3	0
1	1	0	1	0
2/3	1	1	1	1
1/3	1	0	1	0
0	1	1	1	1

Комбинирование операций вышеприведенных изоморфов позволило получить класс четырехзначных литеральных паралогик.

В [Карпенко, Томова, 2016, с. 76] показано, что паралогики данного класса формируют 10-элементную верхнюю полурешетку относительно функционального вложения одной логики в другую.

Супремуму в приведенной полурешетке соответствует класс, состоящий из двух функционально эквивалентных паранормальных логик, т .е. логик, которые являются одновременно и паранепротиворечивыми, и параполными. Остановимся подробнее на этих двух логиках. Им соответствуют следующие логические матрицы:

$$\mathfrak{M}_{15} = \langle \{0, {}^{1}\!/_{3}, {}^{2}\!/_{3}, 1\}, \neg_4, \to_3, \{1, {}^{2}\!/_{3}\} \rangle,$$

$$\mathfrak{M}_{16} = \langle \{0, {}^{1}\!/_{3}, {}^{2}\!/_{3}, 1\}, \neg_3, \to_4, \{1, {}^{1}\!/_{3}\} \rangle.$$

Обратим внимание, что матрица $\mathfrak{M}_{15}$ только с одним выделенным значением $D = \{1\}$ совпадает с матрицей логики **V** [Puga, Da Costa, 1988, p. 208] и логики $\mathbf{I}_0$ [Popov, 1999, p. 89].

Был рассмотрен вопрос о соотношении этих паранормальных логик с точки зрения их классов тавтологий. Можно доказать теорему об эквивалентности классов тавтологий, задаваемых матрицами $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{16}$. Этот вопрос также нами был рассмотрен наряду с другими свойствами этих матриц в [Томова, 2018]. Здесь мы опираемся на идею доказательства подобных теорем, предложенную в [Девяткин, 2011].

Теорема 1. *Существуют такая формула A и оценка v в $\mathfrak{M}_{15}$, что $|A|_v^{\mathfrak{M}_{15}} = 0$, если и только если существует оценка v' в $\mathfrak{M}_{16}$, при которой $|A|_{v'}^{\mathfrak{M}_{16}} = 0$.*

Отметим некоторые идеи и определения, используемые при построении доказательства. Оценка v в матрице $\mathfrak{M}$ определяется как отображение множества пропозициональных переменных в носитель матрицы $\mathfrak{M}$.

Учитывается тот факт, что функции, соответствующие матричным операциям в $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{16}$, таковы, что область их значения есть множество $\{0, 1\}$, т .е. это внешние функции, и, следовательно, тавтология в данных матрицах — формула, при любой оценке принимающая значение 1. Промежуточные значения формулы в матрицах $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{16}$ при оценке v могут принимать только в случае, если они являются пропозициональными переменными.

Также используются следующие определения.

Пусть φ есть множество $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 0, 0\rangle, \langle {}^{2}\!/_{3}, {}^{1}\!/_{3}\rangle, \langle {}^{1}\!/_{3}, {}^{2}\!/_{3}\rangle\}$. Ясно, что φ есть отображение множества $\{0, {}^{1}\!/_{3}, {}^{2}\!/_{3}, 1\}$ на множество $\{0, {}^{1}\!/_{3}, {}^{2}\!/_{3}, 1\}$.

Для всякого отображения v множества всех пропозициональных переменных в $\{0, {}^1\!/_3, {}^2\!/_3, 1\}$ называем z-замещением отображения v такое отображение w множества всех пропозициональных переменных в $\{0, 1/3, 2/3, 1\}$, что для всякой пропозициональной переменной p

$$w(p) = \begin{cases} v(p), & \text{если } v(p) \in \{0, 1\}, \\ {}^1\!/_3, & \text{если } v(p) = {}^2\!/_3 \\ {}^2\!/_3, & \text{если } v(p) = {}^1\!/_3 \end{cases}$$

Доказательство эквивалентности классов тавтологий, задаваемых матрицами $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{16}$, приведено в [Томова, 2018, с. 84].

Отметим, что все четыре паранормальные логики: логики, задаваемые матрицами $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{16}$, а также логики $\mathbf{V}$ и $\mathbf{I}_0$ — эквивалентны по классу тавтологий.

Матрицы $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ различаются только классом выделенных значений, в первом случае $D = \{1, {}^2\!/_3\}$], во втором — $D = \{1\}$. Как выше отмечено, они задают один и тот же класс тавтологий, однако в [Томова, 2018, с. 85] показано, что по классам правильных заключений они различны.

Интересно рассмотреть еще одну пару четырехзначных матриц, являющихся характеристическими для паранормальных логик $\mathbf{S}^4$ [Lewin, Mikenberg, 2006, p. 487] и **AVP** [Попов, 2003].

$$\mathfrak{M}_{\mathbf{S}^4} = \langle\{0, {}^1\!/_3, {}^2\!/_3, 1\}, \sim, \to_3, \{1, {}^2\!/_3\}\rangle,$$

$$\mathfrak{M}_{\mathbf{AVP}} = \langle\{0, {}^1\!/_3, {}^2\!/_3, 1\}, \sim, \to_3, \{1, {}^1\!/_3\}\rangle.$$

Эти матрицы не могут быть рассмотрены в качестве результата комбинирования изоморфов классической логики и отличаются от матриц $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ только тем, как определяется отрицание. В наших обозначениях таблица для отрицания выглядит следующим образом:

x	$\sim x$
1	0
${}^2\!/_3$	${}^2\!/_3$
${}^1\!/_3$	${}^1\!/_3$
0	1

Установлено, что по классам тавтологий и по классам правильных заключений, порождаемых матрицами, $\mathfrak{M}_{\mathbf{S}^4}$ и $\mathfrak{M}_{\mathbf{AVP}}$ соотносятся аналогично тому, как соотносятся $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$. Они эквивалентны по классу тавтологий, то есть задают одну и ту же паранормальную теорию, однако исследование свойств отношения логического следования показало их дедуктивные различия. Так, например, $p, p \to_3 q \models_{\mathfrak{M}_{\mathbf{S}4}} q$ и $p, p \to_3 q \not\models_{\mathfrak{M}_{\mathbf{AVP}}} q$.

В связи с этим возникает вопрос: как соотносятся эти два класса четырехзначных паранормальных матриц? Например, представители этих классов — матрица $\mathfrak{M}_{15}$ и $\mathfrak{M}_{\mathbf{S}^4}$, имеющие различие только в отрицании. Ясно, что по функциональным свойствам эти матрицы различны, как они соотносятся по классам тавтологий, классам правильных заключений. Какова роль отрицания в паранормальной логике и одинаковы ли в данном случае свойства $\sim$ и $\neg_4$?

Литература

Бочвар, Финн, 1972 – *Бочвар Д.А., Финн В.К.* О многозначных логиках, допускающих формализацию анализа антиномий. I // Исследования по математической лингвистике, математической логике и информационным языкам М.: Наука, 1972. С. 238–295.

Девяткин, 2011 – *Девяткин Л.Ю.* Трехзначные семантики для классической логики высказываний. М.: ИФ РАН, 2011. 108 с.

Карпенко, Томова, 2016 – *Карпенко А.С., Томова Н.Е.* Трехзначная логика Бочвара и литеральные паралогики. М.: ИФ РАН, 2016. 110 с.

Попов, 2003 – *Попов В.М.* Об одной четырехзначной паранормальной логике // Логика и В.Е.К. К 90-летию со дня рождения профессора Войшвилло Евгения Казимировича / Под ред. В.И. Маркина. М.: Соврем. тетр., 2003. С. 192–195.

Томова, 2018 – *Томова Н.Е.* О свойствах одного класса четырехзначных паранормальных логик // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 1. С. 75–89.

Ciuciura, 2015 – *Ciuciura J.* A weakly-intuitionistic logic I1 // Logical Investigations. 2015. Vol. 21. No. 2. P. 53–60.

Jaśkowski, 1969 – *Jaśkowski S.* A propositional calculus for inconsistent deductive systems // Studia Logica. 1969. Vol. 24. P. 143–157.

Lewin, Mikenberg, 2006 – *Lewin R.A., Mikenberg I.F.* Literal-paraconsistent and literal-paracomplete matrices // Math. Log. Quart. 2006. Vol. 52. No. 5. P. 478–493.

Popov, 1999 – *Popov V.M.* On the logics related to A. Arruda's system V1 // Logic and Logical Philosophy. 1999. Vol. 7. P. 87–90.

Puga, Da Costa, 1988 – *Puga L.Z., Da Costa N.C.A.* On the imaginary logic of N. A. Vasiliev // Z. Math. Logik Grundl. Math. 1988. Vol. 34. P. 205–211.

Natalya E. Tomova

On four-valued paranormal logics

Natalya E. Tomova
Institute of Philosophy of Russian Academy of Sciences,
12/1 Goncharnaya Str., Moscow, 109240, Russian Federation.
E-mail: natalya-tomova@yandex.ru

Abstract: The paper presents some results of the study of four-valued paranormal logics. The properties of paranormal logics are such that they can be used for handling inconsistent and incomplete information, i.e. these logics are simultaneously paraconsistent and paracomplete. Logical systems are represented by logical matrices. The relation between paranormal matrices by class of tautologies and by class of valid consequence relation is investigated.

Two four-valued paranormal matrices, which are obtained by combining isomorphs of classical logic, contained in four-valued logic of Bochvar $\mathbf{B}_4$ are considered. They are denoted as $\mathfrak{M}_{15}$ and $\mathfrak{M}_{16}$. The matrices in question are literal, i.e. have the properties of paraconsistence and paracompleteness at the level of propositional variables and their iterated negations, or, what is the same, at the level of literals. We propose a method for proving the equivalence of these four-valued paralogies in the class of tautologies. It is also indicated that the matrix $\mathfrak{M}_{15}$ with designated value class $D = \{1\}$ coincides with the logic matrix $\mathbf{V}$, which was suggested as a formalization of the imaginary logic of N.A. Vasiliev.

We also consider two more four-valued matrices that are characteristic for paranormal logics **AVP** and $\mathbf{S}^4$. These matrices cannot be considered as a result of combining isomorphs of classical logic and differ from the matrices $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ and $\mathfrak{M}_{15}$ only in determining the negation. It is established that the matrices $\mathfrak{M}_{\mathbf{AVP}}$ and $\mathfrak{M}_{\mathbf{S}^4}$ relate to each other in a similar way as $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ and $\mathfrak{M}_{15}$.

They are equivalent in tautologial class, that is, they specify the same paranormal theory, but they have different deductive properties.

As a result, a further area for investigation is outlined; the question now arises of whether the matrices $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ and $\mathfrak{M}_{\mathbf{AVP}}$ specify the same paranormal theory, and what deductive difference can be established between pairs of matrices $\mathfrak{M}_{15}$ and $\mathfrak{M}_{\mathbf{S}^4}$, $\mathfrak{M}_{\mathbf{V}}$ and $\mathfrak{M}_{\mathbf{AVP}}$.

Keywords: four-valued logic, paranormal logic, tautologie, consequence relation, logical matrices

For citation: Tomova N.E. "O chetyrekhznachnykh paranormal'nykh logikakh" [On four-valued paranormal logics], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 137–143. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-137-143 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Tomova N.E. "O chetyrekhznachnykh paranormal'nykh logikakh" [On four-valued paranormal logics], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 64–67. (In Russian)

References

Bochvar, Finn, 1972 – Bochvar, A.D., Finn, V.K. "O mnogoznachnyh logikah dopuskauzchih formalizaciu analiza antinomii. 1" [On many-valued logics admitting formalization of the analysis of antinomies. 1], in: *Issledovaniya po matematicheskoj lingvistike matematicheskoj logike i infomacionnym yazykam* [Studies in mathematical linguistics, mathematical logic and information languages]. Moscow: Nauka, 1972, pp. 238–295. (In Russian)

Ciuciura, 2015 – Ciuciura, J. "A weakly-intuitionistic logic I1", *Logical Investigations*, 2015, Vol. 21, No. 2, pp. 53–60.

Devyatkin, 2011 – Devyatkin, L.Yu. *Trekhznachnye semantiki dlya klassicheskoi logiki vyskazyvanii* [Three-valued semantics for the classical propositional logic]. Moscow: IPh RAS, 2011. 108 pp. (In Russian)

Jaśkowski, 1969 – Jaśkowski, S. "A propositional calculus for inconsistent deductive systems", *Studia Logica*, 1969, Vol. 24, pp. 143–157.

Karpenko, Tomova, 2016 – Karpenko, A.S., Tomova, N.E. *Trekhznachnaya Logika Bochvara i Literal'nye Paralogiki* [Bochvar's three-valued logic and literal paralogics]. Moscow: IPh RAS, 2016. 110 pp. (In Russian)

Lewin, Mikenberg, 2006 – Lewin, R.A., Mikenberg, I.F. "Literal-paraconsistent and literal-paracomplete matrices", *Mathematical Logic Quarterly*, 2006, Vol. 52, No. 5, pp. 478–493.

Popov, 1999 – Popov, V.M. "On the logics related to A. Arruda's system V1", *Logic and Logical Philosophy*, 1999, Vol. 7, pp. 87–90.

Popov, 2003 – Popov, V.M. "Ob odnoi chetyrekhznachnoi paranormal'noi logike" [On one four-valued paranprmal logic], in: *Logika i V.E.K. K 90-letiyu so dnya rozhdeniya professora Voishvillo Evgeniya Kazimirovicha* The logic and the V.E.K. To 90th anniversary of professor Voishvillo Evgenij Kazimirovich, ed. by V.I. Markin. Moscow: Sovr. tetr. publ., 2003, pp. 192–195. (In Russian)

Puga, Da Costa, 1988 – Puga, L.Z., Da Costa, N.C.A. "On the imaginary logic of N. A. Vasiliev", *Z. Math. Logik Grundl. Math.*, 1988, Vol. 34, pp. 205–211.

Tomova, 2018 – Tomova, N.E. "O svoistvakh odnogo klassa chetyrekhznachnykh paranormal'nykh logik" [On properties of a class of four-valued paranormal logics], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 1, pp. 75–89. (In Russian)

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 144–150
УДК 168

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 144–150
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-144-150

Ю.Ю. Черноскутов

Логика и теория науки в философии XIX века*

Юрий Юрьевич Черноскутов
Санкт-Петербургский государственный университет.
Российская Федерация, 199034, г. Санкт-Петербург, Менделеевская линия, д.5.
E-mail: chernoskutov@mail.ru

Аннотация: В статье обсуждаются ключевые моменты и основные этапы развития программы, стремившейся свести теорию науки к (формальной) логике. Подобные проекты были несовместимы с некоторыми из основных принципов кантианской теории познания, поэтому развивались главным образом в рамках традиций, испытавших наименьшее влияние этой философии. Основное внимание уделяется истории развития этой программы в Австрии. Показано, что основные принципы этого подхода были заложены Б. Больцано, который отождествил проект «Wissenschaftslehre» с логикой. Анализируется своеобразие больцанистской концепции логической формы, в частности обращается внимание, что кантианское противопоставление содержанию для него не имеет отношения к сути дела. Далее рассматриваются особенности восприятия и развития лейбницевского проекта универсальной характеристики философами из круга Больцано — Ф. Экснером и Р. Циммерманном. В отличие от влиятельной интерпретации А. Тренделенбурга, эти авторы достаточно твердо и решительно увязывали этот проект с развитием формальной логики. Экснер фактически поставил задачу разработки чисто логического исчисления на основе больцановского метода вариации представлений; Циммерманн, среди прочего, предложил, что в качестве простейших понятий такого исчисления должны использоваться не те или иные категории, но средства выражения, с помощью которых из отдельных элементов строятся структуры знания. Рассматривается роль двух изданий учебника Р. Циммерманна «Формальная логика» для гимназий в утверждении соответствующих подходов. При этом мы пытаемся исследовать, за счет чего Циммерманн надеется достигнуть главной цели логики, которую он видит в том, что эта наука должна обеспечить единство научных методов и полное упорядочение научного знания. В заключение кратко прослеживается воплощение описанной программы в философских проектах А. Риля и Э. Гуссерля.

Ключевые слова: логика, теория науки, XIX век, Больцано, универсальная характеристика, Циммерманн

Для цитирования: *Черноскутов Ю.Ю.* Логика и теория науки в философии XIX века

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 18-011-00895. Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Черноскутов Ю.Ю.* Логика и теория науки в философии XIX века // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 83–86.

// Логические исследования / Logical Investigations. 2018. T. 24. № 2. C. 144–150. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-144-150

Стремление к созданию общей теории науки, которое было одним из ведущих лейтмотивов всей Европейской философии Нового Времени, к середине XIX века привело к появлению нескольких, не всегда совместимых фундаментальных программ. Одна из них связывала построение такой теории с созданием тем или иным образом реформированной логики.

После Канта в немецкой философии стало общепринятым разделять форму и содержание знания. Выделенная кенигсбергским мыслителем «общая логика» характеризовалась как формальная потому, что отвлекалась от всякого содержания и особенностей познаваемых предметов. Поэтому общая логика не могла служить методом научного познания. Тренделенбург, благодаря которому такое понимание предмета этой науки стало обозначаться как «формальная логика», решительно ополчился на возможности этой самой формальной логики. Как следствие, в рамках Германской философии XIX века если какая-либо логика и претендовала на роль общей теории науки, то имелась в виду отнюдь не формальная логика.

В Австрии, где философия Канта не имела доминирующего влияния, возможности формальной логики оценивались более благосклонно. Так, Б. Больцано понимал науку как «упорядоченную совокупность истин определенного вида» [Больцано, 2003, с. 51]. Поэтому неудивительно, что теория науки, по его мнению, должна представлять собой не что иное, как логику: «Логика, по моему пониманию, должна быть наукоучением, т. е. указанием того, как общую область истин следует целесообразным образом разделять на отдельные науки и излагать каждую из них письменно» [Больцано, 2003, с. 57].

Больцано избегает обозначать свое понимание логики как формальное. Но, во-первых, его трактовка формы и содержания существенно отличается от кантовской. Под содержанием он понимает не предметную составляющую знания, но всего лишь состав, набор частей, из которых образовано объективное представление/предложение. Под формой же он понимает не форму мышления, но форму объективных предложений и представлений. Причем эта форма представляет собой любое общее свойство многих предложений; это особого рода вид, образ суждения, его структура (*Gestalt*) [Bolzano, 1837, Bd.1, S. 251]. Во-вторых, последователи Больцано, говоря о формальной логике, как правило, имели в виду не форму мышления, но форму предмета мышления вообще.

Особую роль для развития этой программы сыграла своеобразная интерпретация Лейбницевского проекта универсальной характеристики. В Германии решающее влияние приобрело прочтение Тренделенбурга, который с большим сомнением относился к тому, чтобы усматривать в этом проекте связь с формальной логикой. Заметно иначе интерпретировали его два австрийских автора — Ф. Экснер и Р. Циммерманн. Так, Экснер полагает, что логика занимает центральное место в проекте Лейбница: «Логика была для него наукой, образующей идеал всех наук, к которому каждая из них приближается своим путем» [Exner, 1843, S. 40]. Причем, опять же вопреки Тренделенбургу, он считает, что Лейбниц имеет в виду именно логику как формальное знание: «по мнению Лейбница, благополучие науки покоится в заботливом внимании к логике в формальном смысле слова» [Exner, 1843, S. 39]. Элементы исчисления, удовлетворяющего этим требованиям, уже наблюдаются в ряде частных наук. Развитие же этого подхода в логике возможно двояким образом: во-первых, путем прямого применения методов математического исчисления. Во-вторых, путем создания собственно логического исчисления, которое не является прямым применением математической техники к логическому материалу. Первый и единственный известный Экснеру существенный шаг в этом направлении сделал не кто иной, как Больцано, предложивший метод вариации представлений.

Циммерманн в своей рецензии на статью Экснера солидаризуется с его основными тезисами. Обсуждая идею установления простейших основных понятий исчисления, он приходит к интереснейшему выводу, что в центре внимания философии должно быть не установление самих категорий в духе Аристотеля, Канта или Гегеля, но те средства, посредством которых достигается отчетливое знание о составе и структуре понятий. Им соответствуют такие языковые средства, которые никогда не включаются в число категорий — это частицы, союзы и иные служебные слова. «Без слова “и” не было бы возможно соединение двух понятий. В слове “хотя”, говорит Жан-Поль, скрывается целая философия» [Zimmermann, 1846, S. 796]. Остается только сожалеть, что эта прорывная мысль, обнародованная всего за год до появления эпохальных работ Буля и Де Моргана, не получила продолжения.

Кроме того, Циммерманн более решительно ассоциирует проект Лейбница с построением общей теории науки, понимаемой в полном согласии с учением Больцано. Так, оценивая перспективы создания научного исчисления, он пишет: «Возможно, решение этой задачи стало бы ближе, если бы логика рассматривалась не просто как учение о мышлении, но скорее как искусство, которое делит всю область знания на отдельные науки и излагает их в соответствующих учебниках, т. е. как учение о науке» [Zimmermann, 1846, S. 798].

Впоследствии Циммерманн стал автором двух разных изданий учебника «Формальная логика», по которым долгое время велось преподавание во всех австрийских гимназиях. Первое издание (1853) настолько добросовестно и пространно воспроизводило многие положения учения Больцано, что автор даже заслужил обвинения в плагиате. Второе издание (1860) отражает существенный сдвиг взглядов Циммерманна. Здесь он описывает научное знание как совокупность «правильных и значимых (*giltigen*)» понятий, относящихся к той или иной предметной области. Мало того, правильностью и значимостью должны отличаться также связи и соединения этих понятий, их упорядочение. Все эти потребности диктуют необходимость разработки специальной дисциплины, которая должна обеспечить способность системы понятий выступать в роли носителя научного знания: «Такая наука, которая основана на понятиях как таковых... есть логика или учение о науке»[Zimmermann, 1860, S. 13]. Каждая частная наука имеет свою прикладную логику, обусловленную особенностями изучаемых в ней предметов, но все они сходятся к единой всеобщей логике, которая должна обеспечить единство научных методов и полное упорядочение научного знания.

Очень известный и влиятельный при жизни философ А. Риль, чьи труды активно переводились на многие языки, включая русский, — выпускник Грацского университета, который в гимназии изучал логику по учебнику Циммерманна. Поэтому не удивительны его мнения о предмете и природе логического знания. В самом деле, он считает, что «форма науки сама составляет предмет особой науки, и эта наука — логика», а «законы мышления в смысле логики — это законы мыслимого, предметного вообще, и постольку логика есть наука о простейших отношениях объектов мышления» [Риль, 2006, с. 88–89].

Остается добавить, что, будучи в течение многих лет профессором философии в Венском университете, Циммерманн фактически стал своего рода проводником идей Больцано в школе Ф. Брентано. Показательно замечание Э. Гуссерля, встречающееся в начале его диссертации: «Новая логика, в отличие от старой, понимает себя как практическую дисциплину (искусство правильного суждения) и стремится к общей теории методов науки как к одной из своих главных целей» [Husserl, 1887, S. 4]. Гуссерль, впервые столкнувшийся с этим в период своей Венской стажировки, по сути, отождествляет логику Нового Времени только с одним из ее ответвлений — австрийским. Тем не менее благодаря Гуссерлю австрийский логический стиль прорвался за границы Дунайской монархии и оказал огромное, хотя и не всегда осознаваемое влияние на многие повороты, случившиеся в логике и философии в первые десятилетия двадцатого столетия.

Литература

Больцано, 2003 – *Больцано Б.* Учение о науке. СПб.: Наука, 2003. 520 с.

Риль, 2006 – *Риль А.* Логика и теория познания // Философия в систематическом изложении В. Дильтея, А. Риля, В. Оствальда, В. Вундта. М.: Территория будущего, 2006. С. 85–116.

Bolzano, 1837 – *Bolzano B.* Wissenschaftslehre. Sulzbach: Seidelschen Buchhandlung, 1837. 4 Bde.

Exner, 1843 – *Exner F.* Über Leibnitz'ens Universal-Wissenschaft. Prag, 1843. 46 S.

Husserl, 1887 – *Husserl E.* Über den Begriff der Zahl: psychologische Analysen. [Habilitationsschrift]. Halle a. S.: Heynemann'sche Buchdruckerei (F. Beyer), 1887. 64 S.

Zimmermann, 1846 – *Zimmermann R.* Besprechung: Exner, F. Über Leibnitz'ens Universal-Wissenschaft // Österreichische Blätter für Literatur und Kunst, dritter Jahrgang. Nr. 102, Wien, 25 August 1846. S. 794–798.

Zimmermann, 1860 – *Zimmermann R.* Philosophische Propädeutik. Wien: Wilhelm Braumüller, 1860 (2 aufl.). 417 S.

Logic and theory of science in the 19th century philosophy

Yury Yu. Chernoskutov
Saint-Petersburg State University,
5 Mendeleevskaya Liniya, Saint-Petersburg., 199034, Russian Federation.
E-mail: chernoskutov@mail.ru

Abstract: In the paper I discuss some key milestones of the program, which strived, in the 19th century, to reduce the general theory of science to (formal) logic. Projects of this kind were inconsistent with the basic tenets of the Kantian theory of knowledge. Therefore, the former developed most under the traditions that were least influenced by the latter. Most attention is paid to the historical development of this program in Austria. We have shown that the basic principles of this approach were laid down by B. Bolzano, who identified the "Wissenschaftslehre" project with logic. The originality of the Bolzanian concept of logical form is analyzed. It is shown in particular that the Kantian opposition of form and content is not relevant to the sense in his doctrine. Further, I consider the reception and development of the Leibnizean project of "Characteristica universalis" by philosophers from the Bolzano circle, namely F. Exner and R. Zimmermann. Unlike the influential Trendelenburg interpretation, these two authors very firmly and decisively associated the project with progress in formal logic. Exner had in fact set the goal of creating a pure logical calculus which would be based on the Bolzanian method of variation of representations. Zimmermann, among other things, proposed that any kind of traditional category should not be used as a primitive conceptual basis for such a calculus; rather some special expressive means that can be used to construct structures of knowledge from units should serve for this goal. I also consider the role of R. Zimmermann's textbook for gymnasiums titled "Formal Logic", in particular the second edition. We try how he believes he can achieve the assumed purpose of logic, which, in his view, consists in elaborating the unification of the methods of science and the full ordering of knowledge.

Keywords: logics, theory of science, 19 century, Bolzano, Characteristica universalis, Zimmermann

For citation: Chernoskutov Yu.Yu. "Logika i teoriya nauki v filosofii XIX veka" [Logic and theory of science in the 19th century philosophy], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 144–150. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-144-150 (In Russian)

Acknowledgements. The research is supported by the Russian Foundation for Basic Research, project № 18-011-00895. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Chernoskutov Yu.Yu. "Logika i teoriya nauki v filosofii XIX veka" [Logic and theory of science in the

19th century philosophy], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 83–86. (In Russian)

References

Bolzano, 2003 – Bolzano, B. *Uchenie o nauke* [The Doctrine of Science]. St. Peterburg: Nauka, 2003. 520 pp. (In Russian)

Bolzano, 1837 – Bolzano, B. *Wissenschaftslehre.* Sulzbach: Seidelschen Buchhandlung, 1837. 4 Bde.

Exner, 1843 – Exner, F. *Über Leibnitz'ens Universal-Wissenschaft.* Prag, 1843. 46 S.

Husserl, 1887 – Husserl, E. *Über den Begriff der Zahl: psychologische Analysen. [Habilitationsschrift].* Halle a. S.: Heynemann'sche Buchdruckerei (F. Beyer), 1887. 64 S.

Ril', 2006 – Ril', A. "Logika i teoriya poznaniya", in: *Filosofiya v sistematicheskom izlozhenii V. Dil'teya, A. Rilya, V. Ostval'da, V. Vundta* [Philosophy in the systematic exposition of V. Dilthey, A. Riehl, V. Ostwald, V. Wundt]. Moscow: Territory of the future Publ., 2006, pp. 85–116. (In Russian)

Zimmermann, 1846 – Zimmermann, R. "Besprechung: Exner, F. Über Leibnitz'ens Universal-Wissenschaft", in: *Österreichische Blätter für Literatur und Kunst, dritter Jahrgang.* Nr. 102, Wien, 25 August 1846. S. 794–798.

Zimmermann, 1860 – Zimmermann, R. *Philosophische Propädeutik.* Wien: Wilhelm Braumüller, 1860 (2 aufl.). 417 S.

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 151–157
УДК 164

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 151–157
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-151-157

В.И. Шалак

Слабое отношение следования между λ-термами*

Владимир Иванович Шалак
Институт философии РАН.
Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д.12, стр.1.
E-mail: shalack@gmail.com

Аннотация: Язык λ-исчисления находит широкое применение для решения задач в логике, информатике, лингвистике и искусственном интеллекте. Само λ-исчисление строится вокруг базисного отношения между термами, которое называется β-редукцией. В предлагаемом докладе для типизированного в смысле Карри λ-исчисления формулируется более слабое отношение между термами, которое может как иметь самостоятельное значение, так и позволить установить более тонкие связи между логикой и λ-исчислением. Основная идея заключается в том, что при приписывании терму X типа α относительно контекста Γ, что записывается в виде $\Gamma \vdash X : \alpha$, понятие контекста играет роль, аналогичную понятию модели в логике. Если в логике выражение $M \vDash A$ означает, что формула A истинна в модели M, то в типизированном λ-исчислении выражение $\Gamma \vdash X : \alpha$ означает, что в контексте Γ терму X приписан тип α, и этот терм имеет значение, которое может быть вычислено. В логике отношение следования между формулами A и B определяют как $A \vDash B \Leftrightarrow \forall M (M \vDash A \Rightarrow M \vDash B)$. Если перенести эту схему в λ-исчисление, то отношение λ-следования между темами может быть определено как $X \vDash_\lambda Y \Leftrightarrow \forall \Gamma \in Ctx[\exists\alpha(\Gamma \vdash X : \alpha) \Rightarrow \exists\beta(\Gamma \vdash Y : \beta)]$. Смысл этого отношения заключается в том, что в каждом контексте, в котором терму X может быть приписан некоторый тип, терму Y также может быть приписан некоторый тип. Иными словами, если вычислима функция, представленная термом X, то вычислима функция, представленная термом Y. Отношение λ-следования обладает многими свойствами, присущими классическому отношению следования между формулами логики, а также рядом новых свойств, характерных для λ-исчисления с типами.

Ключевые слова: λ-исчисление с типами, отношение следования

Для цитирования: *Шалак В.И.* Слабое отношение следования между λ-термами // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 151–157. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-151-157

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Шалак В.И.* Слабое отношение следования между λ-термами // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 58–61.

1. Бестиповое λ-исчисление

Теория бестипового λ-исчисления подробно изложена в [Барендрегт, 1985]. Напомним определения его базовых понятий — исходных символов, термов, аксиом и правил вывода.

1.1. Исходные символы

1. Var — множество переменных;
2. λ — оператор ламбда-абстракции;
3.), (— скобки.

1.2. Термы

1. Всякая переменная $x \in Var$ есть терм;
2. Если X и Y — термы, то (XY) есть терм;
3. Если $x \in Var$ и Y — терм, то $(\lambda x.Y)$ — терм.

Терм $\lambda x.Y$ понимается как предписание для вычисления некоторой функции. Применение $\lambda x.Y$ к терму X записывается как $(\lambda x.Y)X$, а результатом его будет терм $Y[X/x]$, т. е. подстановка терма X вместо всех свободных вхождений переменной x в терм Y при выполнении ограничения, что после подстановки ни одна свободная переменная терма X не оказывается связанной. Аналогичные ограничения на подстановку термов имеют место и в логике предикатов. Они удовлетворяются автоматически, если все свободные переменные отличны от связанных.

Простое первопорядковое λ-исчисление задается двумя аксиомами и четырьмя правилами вывода.

1.3. Аксиомы

1. $(\lambda x.Y)X \twoheadrightarrow Y[X/x]$ — β-редукция
2. $X \twoheadrightarrow X$

1.4. Правила вывода

1. $X \twoheadrightarrow Y \Rightarrow ZX \twoheadrightarrow ZY$
2. $X \twoheadrightarrow Y \Rightarrow XZ \twoheadrightarrow YZ$
3. $X \twoheadrightarrow Y,\ Y \twoheadrightarrow Z \Rightarrow X \twoheadrightarrow Z$
4. $X \twoheadrightarrow Y \Rightarrow \lambda x.X \twoheadrightarrow \lambda x.Y$

Определение доказательства — обычное.

2. Типизация в стиле Карри

При обычном понимании функций мы связываем с ними области определения и области значений. Если f — некоторая функция, то запись $f : A \to$B служит обозначением того, что множество A — область ее определения, множество B — область значений, а $A \to B$ понимается как множество всех функций из A в B, т. е. B^A. Если $x \in A$, то $f(x) \in B$. Более подробно с типизацией в стиле Карри можно ознакомиться в [Hindley, Seldin, 2008].

В языке λ-исчисления нет явного указания на типы значений термов, но мы бы хотели иметь возможность в случае необходимости приписать их. Для этого в метаязыке определим множество меток, которые будем называть *типами.*

Пусть $AType$ — некоторое множество *атомарных типов.* Тогда множество всех типов $Type$ определяется по индукции:

1. Если $\alpha \in AType$, то $\alpha \in Type$;
2. Если $\alpha, \beta \in Type$, то $(\alpha \to \beta) \in Type$;
3. Ничто другое не принадлежит $Type$.

Пусть $X : \alpha$ будет обозначать, что терму X приписан тип α.

Контекстом $\mathit{\Gamma}$ будем называть множество переменных, каждой из которых приписан тип. При этом если $x : \alpha \in \mathit{\Gamma}$ и $x : \beta \in \mathit{\Gamma}$, то $\alpha = \beta$. Множество всех контекстов обозначим посредством Ctx.

Индуктивное определение приписывания типов λ-термам относительно контекста $\mathit{\Gamma}$ имеет следующий вид.

$$T.1 \quad \frac{x : \alpha \in \mathit{\Gamma}}{\mathit{\Gamma} \vdash x : \alpha}$$

$$T.2 \quad \frac{\mathit{\Gamma} \vdash X : \alpha \to \beta,\ \mathit{\Gamma} \vdash Y : \alpha}{\mathit{\Gamma} \vdash (XY)\beta}$$

$$T.3 \quad \frac{\mathit{\Gamma},\ x : \alpha \vdash Y : \beta}{\mathit{\Gamma} \vdash (\lambda x.Y) : \alpha \to \beta}$$

Правило $T.1$ — базис индукции, а правила $T.2$ и $T.3$ — индукционный шаг.

Будем называть терм X *типизируемым*, если существует контекст $\mathit{\Gamma}$ и такой тип α, что $\mathit{\Gamma} \vdash X : \alpha$. Предикат *быть типизируемым* термом разрешим, т. е. существует алгоритм, который позволяет по каждому типизируемому терму X построить такой контекст $\mathit{\Gamma}$ и тип α, что $\mathit{\Gamma} \vdash X : \alpha$. Более того, существует алгоритм, который позволяет по заданному терму

X построить в определенном смысле минимальный контекст с требуемыми свойствами.

Например, если X и Y — переменные, а (XY) — терм, то одним из контекстов, который позволяет приписать ему тип, будет $\{X : \alpha \to \beta,\ Y : \beta\}$. Тогда сам терм (XY) будет иметь тип β, т. е. $(XY) : \beta$. В то же время, согласно определению $T.1 - T.3$ приписывания типов λ-термам, терму $\lambda X.(\lambda Y.(XY))$ может быть приписан некоторый тип $(\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta)$ в любом контексте, в том числе и пустом.

Вместе с тем можно показать, что ни один терм вида (XX) не является типизируемым, т. е. не существует контекста, в котором ему может быть приписан какой-либо тип.

3. Следование в классической логике

Одним из центральных понятий классической логики является понятие следования/выводимости. В ней имеет место следующая цепочка эквивалентностей:

$$A \vdash B \Leftrightarrow A \vDash B \Leftrightarrow \forall M(M \vDash A \Rightarrow M \vDash B) \Leftrightarrow \forall \Gamma(\Gamma \vdash A \Rightarrow \Gamma \vdash B),$$

где переменная M пробегает по моделям, а Γ — по множествам формул. По аналогии можно определить новое отношение между термами λ-исчисления, более слабое, чем отношение редукции в λ-исчислении.

4. λ-следование

Наше определение слабого отношения λ-следования '$\vDash_\lambda$' между термами имеет вид:

$$X \vDash_\lambda Y \Leftrightarrow \forall \Gamma \in Ctx[\exists \alpha(\Gamma | \vdash X : \alpha) \Rightarrow \exists \beta(\Gamma \vdash Y : \beta)]$$

Очевидно, что правая часть определения отношения '$\vDash_\lambda$' эквивалентна следующей формулировке в терминах отношения включения между множествами:

$$\{\Gamma : \exists \alpha(\Gamma \vdash X : \alpha)\} \subseteq \{\Gamma : \exists \beta(\Gamma \vdash Y : \beta)\}$$

Смысл отношения $X \vDash_\lambda Y$ заключается в том, что если терм/предписание X типизируем (может быть вычислен в некотором контексте), то он содержит в качестве составных частей такие более простые термы/предписания, из которых может быть составлен и в этом же контексте вычислен терм/предписание Y. При этом типы и значения термов X и Y в общем случае могут не совпадать.

Можно показать, что для типизируемых термов отношение '$\vDash_\lambda$' обладает следующими свойствами:

$R.1$ $\varnothing \vdash N \Rightarrow M \vDash_\lambda N$
$R.2$ $(\lambda x.M)N \vDash_\lambda M[N/x]$
$R.3$ $M \vDash_\lambda M$
$R.4$ $M \vDash_\lambda N,\ N \vDash_\lambda L \Rightarrow M \vDash_\lambda L$
$R.5$ $MN \vDash_\lambda M$
$R.6$ $MN \vDash_\lambda N$
$R.7$ $M \vDash_\lambda N \Rightarrow M \vDash_\lambda \lambda x.N$
$R.8$ $\lambda x.M \vDash_\lambda N \Rightarrow M \vDash_\lambda N$
$R.9$ $M \vDash_\lambda N \Rightarrow \lambda x.M \vDash_\lambda \lambda x.N$
$R.10$ $M \vDash_\lambda \lambda x.(NL) \Rightarrow M \vDash_\lambda \lambda x.N$
$R.11$ $M \vDash_\lambda \lambda x.(NL) \Rightarrow M \vDash_\lambda \lambda x.L$
$R.12$ $M \vDash_\lambda \lambda x.N \Rightarrow M \vDash_\lambda N$ — если $x \notin FV(N)$

Свойство $R.1$ говорит о том, что замкнутые типизируемые термы ведут себя по аналогии с общезначимыми формулами логики — они следуют из любого терма.

О том, что отношение β-редукции включено в отношение λ-следования, говорит свойство $R.2$.

$R.3$ и $R.4$ — рефлексивность и транзитивность следования.

Свойства $R.5$ и $R.6$ позволяют переходить от термов вида (XY) к подтермам X и Y, совершать разборку сложного терма (XY).

Свойства $R.7 - R.12$ описывают взаимодействие следования и оператора лямбда-абстракции λ.

Существует аналогия между поведением нетипизируемых термов и поведением противоречивых формул логики. Как противоречивые формулы не имеют ни одной модели, в которых они истинны, так и для нетипизируемых термов не существует ни одного контекста, в котором им может быть приписан какой-нибудь тип. Перечень свойств отношения следования пополнится, по крайней мере, еще тремя $R.13 - R.15$.

$R.13$ $\neg\exists\Gamma\exists\alpha(\Gamma \vdash : \alpha) \Rightarrow X \vDash_\lambda M$
$R.14$ $M \vDash_\lambda N \Rightarrow ML \vDash_\lambda N$
$R.15$ $M \vDash_\lambda N \Rightarrow LM \vDash_\lambda N$

Отношение λ-следования разрешимо, т. е. рекурсивно. Это позволяет поставить вопрос о его аксиоматизации в виде исчисления.

Литература

Барендрегт, 1985 – *Барендрегт Х.* Ламбда-исчисление. Его синтаксис и семантика. М.: Мир, 1985. 606 с.

Hindley, Seldin, 2008 – *Hindley R.J., Seldin P.* Lambda-Calculus and Combinators, an Introduction. Cambridge University Press, 2008. 345 p.

Vladimir I. Shalack

Weak consequence relation between λ-terms

Vladimir I. Shalack
Institute of Philosophy of Russian Academy of Sciences,
12/1 Goncharnaya St., Moscow, 109240, Russian Federation.
E-mail: shalack@gmail.com

Abstract: The language of the λ-calculus has many applications for solving different problems in logic, information technology, linguistics and artificial intelligence. The λ-calculus is based on the basic relation between terms, which is called β-conversion. In the presented report, we formulate a weaker relation between the λ-terms, which makes it possible to establish more subtle connections between logic and λ-calculus. The basic idea is that when we assign a type α to a term X relative to the context Γ, which is written in the form $\Gamma \vdash X : \alpha$, the concept of context plays a role analogous to the concept of a model in logic. If in logic the expression $M \vDash A$ means that the formula A is true in the model M, then in the λ-calculus with types the expression $\Gamma \vdash X : \alpha$ means that in the context Γ the term X is assigned the type α, and this term has a value that can be computed. In logic, the relation of logical consequence between the formulas A and B is defined as $A \vDash B \Leftrightarrow \forall M(M \vDash A \Rightarrow M \vDash B)$. If we transfer this scheme to the λ-calculus, then the λ-consequence relation between terms can be defined as $X \vDash_\lambda Y \Leftrightarrow \forall \Gamma \in Ctx[\exists\alpha(\Gamma \vdash X : \alpha) \Rightarrow \exists\beta(\Gamma \vdash Y : \beta)]$. The meaning of this relation is that in every context in which we can assign some type to the X, we can also assign some type to the term Y. In other words, if the function represented by the term X is computable, then the function represented by the term Y is also computable. The λ-consequence between terms relation has many properties analogous to the classical logical consequence relation between formulas, as well as a number of new properties, characteristic for the λ-calculus with types.

Keywords: λ-calculus with types, consequence relation

For citation: Shalack V.I. “Slaboe otnoshenie sledovaniya mezhdu λ-termami” [Weak consequence relation between λ-terms], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 151–157. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-151-157 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Shalack V.V. “Slaboe otnoshenie sledovaniya mezhdu λ-termami” [Weak consequence relation between λ-terms], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 58–61. (In Russian)

References

Barendregt, 1985 – Barendregt, Kh. *Lambda-ischislenie. Ego sintaksis i semantika* [Lambda-Calculus. Its syntax and semantics]. Moscow: Mir, 1985. 606 pp. (In Russian)

Hindley, Seldin, 2008 – Hindley, R.J., Seldin, P. *Lambda-Calculus and Combinators, an Introduction.* Cambridge University Press, 2008. 345 pp.

Логические исследования
2018. Т. 24. № 2. С. 158–166
УДК 164

Logical Investigations
2018, Vol. 24, No. 2, pp. 158–166
DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-158-166

Т.А. Шиян

Многозначность и типология терминов*

Тарас Александрович Шиян
РГУ имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство).
Российская Федерация, 117997, г. Москва, ул. Садовническая, д.33, стр.1.
E-mail: taras_a_shiyan@mail.ru

Аннотация: В статье представлена типология терминов с точки зрения природы знакового отношения и способов реализации референции. По природе знакового отношения термины и знаки вообще можно разделить на «нормальные» (собственно знаки, то есть знаки, имеющие общественное, интерсубъективное существование) и «конвенциональные» (условные обозначения, вводимые «по договоренности», в том числе и на основании индивидуальной декларации или решения автора). Термины естественного языка (в том числе «нормальные») обычно делят на «единичные» (имена, константы) и «общие». Среди терминов «по договоренности» можно выделить конвенциональные термины и знаки «с оперативной конвенцией» (вводятся как заготовки знаков с целью их доопределения в специальных контекстах конкретных задач, доказательств, примеров). К конвенциональным терминам относятся как термины естественного языка (например, научные имена тех или иных объектов), так и символьные обозначения. Среди терминов «с оперативной конвенцией» можно выделить как минимум три типа: собственно «переменные» (по функции схожи с общими терминами в некоторых суппозициях), «условные имена» (вместе с именами по договоренности и нормальными именами они являются константами, но различаются контекстами употребления) и «параметры» (абстрактные имена, обозначения, мыслимые как имена конкретных, известных объектов; занимают промежуточное положение между «переменными» и «условными именами»). Одна и та же знаковая форма, функционируя в качестве знака любого из этих видов, в разных коммуникативных ситуациях может быть связана с разными объектами, но природа смены референта зависит от типа знака. Различение этих типов знаков позволяет уточнить сами принципы функционирования логико-математических обозначений, а также историю их изобретения. В частности, пролить свет на введение буквенных обозначений в логике.

Ключевые слова: семиотика, логико-математические обозначения, термин, конвенциональный знак, имя, единичное имя, константа, переменная, параметр, абстрактное имя, условное имя, референция

Для цитирования: *Шиян Т.А.* Многозначность и типология терминов // Логические

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: *Шиян Т.А.* Многозначность и типология терминов // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 97–100.

исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 158–166. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-158-166

В логике термины (в традиционной терминологии — «имена») принято делить на единичные и общие. Считается, что единичные термины (константы) всегда обозначают один и тот же объект (денотат), откуда и идет их название, тогда как общие термины не имеют постоянного денотата, но в разных ситуациях могут обозначать разные объекты (референты). Существенно, что смена референта происходит в рамках функционирования одного и того же знака, используемого в одном и том же смысловом значении, то есть в способ функционирования «общих терминов» входит именно ситуативное установление референции и смена референтов. Иными словами, общие термины функционируют как своеобразные переменные.

Но «единичные имена» (по крайней мере, их знаковые формы) в разных ситуациях также могут обозначать разные объекты. Например, имя «Аристотель» может обозначать известного древнегреческого философа Аристотеля из Стагиры, архитектора московского кремля Аристотеля Фиораванти, греческого миллиардера XX в. Аристотеля Сократа Онассиса. Отсюда вовсе не следует, что различение единичных и общих терминов ошибочно, ведь механизмы смены референта в случае персональных имен и в случае общих терминов различны. В именах связь между объектом и именной формой («именем») первоначально устанавливается путем конвенции, оформляемой обычно через особый социальный ритуал наречения именем. Причем эти конвенции и ритуалы устанавливают способы именования объектов, а не способы употребления «имен» (именных форм). Если ритуал осуществлен успешно, то возникает новое персональное имя. Но в силу ограниченного числа принятых в обществе для этих целей именных форм разные объекты часто получают одно и то же «имя». Поскольку акты именования (установления соответствующих конвенций) обычно независимы друг от друга, то порождаемые ими знаки также нужно рассматривать как независимые, лишь по форме имеющие одинаковое написание и звучание. То есть в случае личных имен мы имеем особые группы омонимов, объединяемых лишь использованием одной и той же знаковой формы. При понимании именной формы в рамках некоторой коммуникативной ситуации мы выбираем среди знакомых конвенций ту, которая подходит к данной ситуации. Сами конвенции при этом не меняются, как не меняется и референция в рамках каждой отдельно взятой конвенции (в отличие от общих терминов).

Это деление терминов справедливо по отношению к нормальным знакам естественного языка, то есть знакам, реально функционирующим в качестве знаков в рамках некоторого сообщества людей. От них следует отличать «знаки», лишь мыслимые или функционирующие в качестве знаков в рамках некоторого особого коммуникативного контекста. Эти знаки буду называть условными, конвенциональными или знаками по договоренности. Обычно они вводятся конвенциями типа «будем считать, что… является знаком типа… и обозначает…», «будем рассматривать… как знак типа.., обозначающий…» и т. п. Такие договоренности действуют только в контексте соответствующей коммуникативной ситуации, в частности в контексте понимания некоторого текста или его фрагмента. Для использования такого «знака» в другом контексте необходимо повторение или расширение соответствующей конвенции.

Среди знаков по договоренности также можно выделить две группы. Первая группа — это конвенциональные имена и константы, например обозначения числовых множеств ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ и т. п.) и отдельных выделенных чисел (e, π, ω, $\aleph_0$ и др.). Между нормальными и конвенциональными именами нет четкой границы, поскольку конвенциональные имена могут прижиться, получить интертекстуальное и интерсубъектное употребление и постепенно превратиться в нормальные единичные термины (между ними можно выделить несколько важных промежуточных форм). Сюда можно отнести и знаки конкретных функций и отношений, функционирующих как константы. Похожую дорогу в естественном языке проходят и единичные названия впервые открываемых объектов (планет, биологических видов, географических объектов и т. п.), которые также вводятся в некотором специальном контексте (например, научного языка) и могут как прижиться в сообществе, так и нет. Но, в отличие от «конвенциональных имен», такие имена сразу вводятся как «интертекстуальные», предназначенные для «нормального» функционирования.

Второй большой группой конвенциональных знаков являются «знаки», знаковые формы которых специально вводятся для того, чтобы в различных контекстах доопределяться и использоваться как знаки тех или иных относящихся к данной ситуации объектов. То есть вводящая их первичная конвенция оговаривает только их тип и возможность независимых альтернативных доопределений. В силу этого, такие знаки можно назвать знаками с переменной конвенцией. В современной математике и логике можно выделить как минимум три типа знаков по договоренности с переменной конвенцией: «переменные», «параметры» (абстрактные имена), «условные имена».

В качестве условных имен я рассматриваю условные обозначения, вводимые с целью маркировки объектов в рамках некоторой конкретной задачи, теоремы, примера и т. п. При определении языка они вводятся как знаки, которые будут ситуативно использоваться в качестве меток (имен) конкретных объектов, но связываются с какими-либо объектами только в рамках некоторой конкретной коммуникативной и мыслительной ситуации. То есть эти «знаки» принимаются для того, чтобы делать из них ситуативные имена посредством дополнительных ситуативных конвенций. Ни в каком контексте они не мыслятся как «пробегающие» некоторое множество «возможных значений» или как «неизвестные»» объекты. Наоборот, будучи доопределенным, такой знак используется как полноценное имя (константа), как знак конкретного и данного в текущей ситуации объекта. К этому виду знаков относятся, например, буквенные обозначения в «Началах» Евклида (см., например, [Евклид, 1949]; [Евклид, 1880]).

Другой вид знаков по договоренности с переменной конвенцией — собственно переменные. Они вводятся с целью (1) обозначать то, что необходимо найти (функция, перешедшая к ним от «неизвестных» древней математики), и (2) «пробегать» последовательной сменой референции по некоторому множеству объектов (области определения, пробега переменной), что позволяет утверждать что-либо обо всех объектах этого множества, но не собирательно, как о множестве, а дистрибутивно, о каждом индивидуально. Трансформация традиционных «неизвестных» в «переменные» начинается с началом изучения функций в XVII – начале XVIII вв. и оформляется в XIX в. введением Шредером и Фреге кванторов (см.. например, [Фреге, 2000], там же Фреге в примечаниях упоминает об использовании кванторов Шрёдером [Фреге, 2000, с. 167], см. также комментарий 15 к этой же статье переводчиков [Фреге, 2000, с. 406]). Известно, что в древневосточной логистике и античной «математике» то, что нужно найти, вычислить, передавалось при помощи слов (см., например, [Варден, 2007]). Буквенные обозначения неизвестных появляются не раньше конца средневековья. Достоверно они впервые систематически используются в работах Виета [Viète, 1591] и Декарта [Cartes, 1649]; [Descartes, 1637] вместе с третьим видом знаков с переменной конвенцией — «параметрами» (Виет называл их коэффициентами). Собственно, явное различение буквенных обозначений «неизвестных» и «известных» величин и стало началом (создало возможность) трансформации первых в «переменные».

«Параметры» (абстрактные имена) вводятся как величины, которые в противоположность неизвестным обозначают как бы известные, фиксированные, но произвольно (на области допустимых значений) выбранные величины. С самого начала систематического использования в математике «параметры» противопоставляются вначале неизвестным, потом переменным величинам. Различие (возможно, часто не осознаваемое) этих двух видов знаков выражается в ряде факторов: (1) в использовании для их обозначения разных букв (по идущей от Декарта [Cartes, 1649]; [Descartes, 1637] традиции переменные обозначаются буквами x, y, z, а параметры — a, b, c); (2) в их разном отношении с кванторами (методологи математики, объединяющие эти две группы под общим названием «переменные», первую группу —«переменные» в узком смысле — называют квантифицируемыми переменными, а вторую группу — в моем словоупотреблении «параметры» или «абстрактные имена (константы)» — неквантифицируемыми переменными [Башмакова и др., 1979]; [Башмакова и др., 1995]); (3) в разном статусе и функциях в рамках формальных логических языков (в качестве «переменных» маркируются собственно переменные, тогда как параметры маркируются как «константы»).

Как видно из приведенного выше анализа, смена референтов и функционирование в качестве «неизвестных» входит в конвенцию только переменных в узком смысле слова, тогда как ситуативные конвенции «параметров» и «условных имен» подразумевают обозначение ими какого-то одного, фиксированного, реально (в случае условных имен) или как бы известного (в случае параметров) объекта. Более того, до введения ситуативной конвенции параметры и переменные не являются реальными знаками, в силу чего и говорить о смене ими референции (как это происходит у собственно переменных) не корректно. Поэтому и использование слова «переменная» ко всем трем видам условных обозначений с переменной конвенцией не корректно и затемняет разницу в механизмах их кажущейся переменной референции.

Рис. 1. Типология терминов.

С точки зрения оппозиции константа (имя) — переменная (общее имя), мы имеем следующую шкалу переходных типов: переменная — параметр (абстрактное имя) — условное имя — конвенциональное имя — нормальное имя. Знаки последних трех видов выступают в качестве реальных имен в контекстах той или иной степени общности, «параметры» только мыслятся как «имена», но редко выступают в этой функции, «переменные» же могут рассматриваться как обозначающие один-единственный объект лишь по случайному стечению обстоятельств. С этой точки зрения параметры занимают промежуточное положение между собственно переменными и условными именами, иногда совпадая по функции с первыми (обозначая «любой» или «произвольно взятый» объект), иногда — со вторыми (обозначая фиксированный, как бы конкретный, «известный» объект»).

Описанную типологию терминов можно представить в виде схемы (см. рис. 1).

Одна и та же знаковая форма (в любом из рассмотренных типов) может быть связана с разными объектами, но природа такой видимой переменной референции зависит от типа знака. Различение этих типов позволяет уточнить как сами принципы функционирования логико-математических обозначений, так и историю их изобретения. Например, уточнить, какие типы буквенных обозначений использовались в античной «математике», а какие — в «Первой Аналитике» Аристотеля. А на основании этого и уточнить, что мог Аристотель заимствовать из современной ему «математики» (как считает ряд историков математики), а чего не мог в принципе (вследствие его отсутствия).

Литература

Башмакова и др., 1979 – *Башмакова И.Г., Колмогоров А.Н., Юшкевич А.П.* Знаки математические // Математическая энциклопедия: в 4 т. / Гл. ред. И.М. Виноградов. Т. 2. М., 1979. 1104 с.

Башмакова и др., 1995 – *Башмакова И.Г., Колмогоров А.Н., Юшкевич А.П.* Математические знаки // Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В. Прохоров. М., 1995. 897 с.

Варден, 2007 – *Варден Б.Л. ван дер.* Пробуждающаяся наука: Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции. М.: ЛКИ, 2007. 459 с.

Евклид, 1949 – *Евклид.* Начала: в 3 т. / Пер. с греч. и коммент. Д.Д. Мордухай-Болтовского при ред. участии М.Я. Выгодского, И.Н. Веселовского. Т. 2. Книги VII–X. М.;Л., 1949. 506 с.

Евклид, 1880 – *Евклид.* Начала / Предисл., пояснит. введ. и доп. М.Е. Ващенко-Захарченко. Киев, 1880. 744 с. [Репринт: М., 2013].

Фреге, 2000 – *Фреге Г.* Булева вычислительная логика и мое исчисление понятий // *Фреге Г.* Логика и логическая семантика: Сборник трудов / Пер. с нем. Б.В. Бирюкова под ред. З.А. Кузичевой. М., 2000. С. 158–193.

Cartes, 1649 – *Cartes R. des.* Geometria. Lugduni Batavorum [Leyden], 1649. 350 c.

Descartes, 1637 – *Descartes R.* La géométrie // *Descartes R.* Discours de la methode. Leyde [Leyden], 1637. 527 c.

Viète, 1591 – *Viète F.* In artem analyticem isagoge. Tours, 1591. 90 c.

Taras A. Shiyan

Multiple meaning and typology of terms

Taras A. Shiyan
Kosygin Russian State University (Tech. Design. Art),
33/1 Sadovnicheskaya St., Moscow, 117997, Russian Federation.
E-mail: taras_a_shiyan@mail.ru

Abstract: The author presents the typology of terms built from the nature of their sign relationship and ways of implementing the references. By the nature of the sign relationship, the signs can be divided into normal (actual signs, signs that have a public, intersubjective existence) and conventional (arbitrary signs, signs introduced "by agreement", including based upon an individual declaration or decision of the author). Normal terms are single (personal names) and common. The "by agreement" terms include conventional (arbitrary) terms and signs with a "variable convention" (introduced as blank signs to extend them upon specific communicative contexts of tasks, proofs, examples, etc.). Conventional terms include both natural language terms (for example, scientific names) and symbolic designations. At least three types of terms with a variable convention can be identified: actual "variables" (with similar functions to common terms with particular suppositions), "conditional names" (with names by agreement and normal names they are constants and have differences in the context of their use) and "parameters" (abstract names; symbols conceived as the names of exact known objects; they occupy an intermediate position between "variables" and "conditional names"). The same sign form functioning as a sign of any of these types could in different communicative situations be associated with different objects, but the nature of the change of this referent depends on the type of sign. The distinction of these types of signs allows us to clarify the functioning principles of logical and mathematical symbols, as well as the history of their invention. In particular, we can shed light upon the introduction of letterings into logic.

Keywords: semiotics, logical–mathematic designation, term, conventional signs, name, individual name, constant, variable, parameter, abstract name, conditional name, reference

For citation: Shiyan T.A. "Mnogoznachnost' i tipologiya terminov" [Multiple meaning and typology of terms], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 158–166. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-158-166 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Shiyan T.A. " 'Mnogoznachnost' i tipologiya terminov" [Multiple meaning and typology of terms], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 97–100. (In Russian)

References

Bashmakova et al., 1979 – Bashmakova, I.G., Kolmogorov, A.N., Yushkevich, A.P. "Znaki matematicheskie" [Mathematic signs], in: *Matematicheskaya entsiklopediya* [Mathematical encyclopaedia] in 4 volumes, chef ed. I.M. Vinogradov. Vol. 2. Moscow, 1979. 1104 pp. (In Russian)

Bashmakova et al., 1995 – Bashmakova, I.G., Kolmogorov, A.N., Yushkevich, A.P. "Matematicheskie znaki" [Mathematic signs], in: *Matematicheskii entsiklopedicheskii slovar'*, [Mathematical encyclopaedic dictionary], Chef ed. Yu.V. Prokhorov. Moscow, 1995. 897 pp. (In Russian)

Cartes, 1649 – Cartes, R. des. *Geometria.* Lugduni Batavorum [Leyden], 1649. 350 pp.

Descartes, 1637 – Descartes, R. "La géométrie", in: *Discours de la methode.* Leyde [Leyden], 1637. 527 pp.

Euclid, 1949 – Euclid. *Elements*, in 3 volumes, Transl., comment. D.D. Morduhai-Boltovskoi. Moscow and Leningrad, 1949. 506 pp. (In Russian)

Euclid, 2013 – Euclid. *Elements*, Comment. by M.Ye. Vaschenko-Zakharchenko. Kiev, 1880 (Reprint: Moscow, 2013). 744 pp. (In Russian)

Frege, 1880 – Frege, G. "Booles rechnende Logik und meine Begriffsschrift", in: *Logika i logocheskaya semantika*, [Logic and logical semantics]: Collected works, Trans. from German by B.V. Biryukov under edit. Z.A. Kuzicheva. Moscow, 2000, pp. 158–193. (In Russian)

Viète, 1591 – Viète, F. *In artem analyticam isagoge.* Tours, 1591. 90 pp.

Waerden, 2007 – Waerden, B.L. van der. *Ontwakende wetenschap. Egyptische, Babylonysche en Griekse wiskunde.* Moscow: LKI, 2007. 459 pp. (In Russian)

Информация для авторов

• Журнал «*Логические исследования*» принимает к публикации рукописи, содержащие изложение оригинальных результатов из различных областей современной логики, ранее не публиковавшиеся и не представленные к публикации в других изданиях. (Рубрики см. на сайте журнала `http://logicalinvestigations.ru`)

• Все статьи, планируемые к публикации в журнале «Логические исследования», проходят процедуру анонимного рецензирования.

• Решение о публикации текста принимается главным редактором с учетом мнения редколлегии и оценки рецензентов. Решение о публикации принимается в течение двух месяцев с момента предоставления рукописи.

• Плата за опубликование рукописей не взимается.

• Рукопись должна быть представлена в электронном виде и оформлена в формате $\LaTeX\,2_\varepsilon$ (по согласованию с редколлегией — в MS Word с обязательным предоставлением pdf-файла).

• При подготовке рукописи в $\LaTeX\,2_\varepsilon$ необходимо использовать стилевой класс `LIarticle.cls` и шаблон `LI_template.tex` (если рукопись на русском языке) или `LI_template_eng.tex` (если рукопись на английском языке), которые размещены в правилах предоставления рукописей на сайте `http://logicalinvestigations.ru`. Здесь же размещены подробные рекомендации по подготовке рукописи.

• Объем рукописи не должен превышать 20 стр. (60 тыс. знаков), включая ссылки, примечания, списки литературы, аннотации (на русском и английском языках).

Статьи следует направлять по адресу
`logicalinvestigations@gmail.com`

Information for authors

• *Logical Investigations* accepts for submission papers containing original results in all areas of logic. The papers should not have been published or simultaneously submitted to another publication. (Sections of the journal: `http://logicalinvestigations.ru`)

• All materials published in *Logical Investigations* undergo peer review process.

• The Editor in Chief makes the decision which of the submitted articles should be published, with due account for opinions of the Editorial Board and the reviewers. The decision is made within two months since the date of submission of the manuscript.

• Authors are not charged for the publication.

• Papers should be submitted electronically in the $\LaTeX 2_\varepsilon$ format (special permission of the editorial board is needed for submissions to be made in the MS Word format).

• While typesetting a paper, the class file `LIarticle.cls` and the template `LI_template_eng.tex` should be used; both files can be accessed at `http://logicalinvestigations.ru`. Here you can also find detailed guidelines for preparing your paper.

• Papers should not exceed 20 pages in the above mentioned format (including the notes, the bibliography, the abstract).

Submissions should be e-mailed to the following address:
`logicalinvestigations@gmail.com`

Научно-теоретический журнал

Логические исследования / Logical Investigations
2018. Том 24. Номер 2

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии Российской академии наук

Свидетельство о регистрации СМИ: *ПИ № ФС77-61228 от 03.04.2015 г.*

Главный редактор: *В.И. Шалак*

Ответственный секретарь: *Н.Е. Томова*

Технические редакторы: *Ю.А. Аношина, Ю.В. Хорькова*

Корректор: *И.А. Мальцева*

Художник: *Н.Н. Попов*

Подписано в печать с оригинал-макета 10.10.2018.
Формат 70x100 1/16. Печать офсетная. Гарнитура Computer Modern.
Для набора греческого текста исользован пакет Teubner.
Усл. печ. л. 10,5. Уч.-изд. л. 8,5. Тираж 1 000 экз. Заказ № 36.

Оригинал-макет изготовлен в Институте философии РАН

Разработка LaTeX-класса стилевого оформления оригинал-макета: *А.Е. Коньков*

Компьютерная верстка: *Н.Е. Томова*

Отпечатано в ЦОП Института философии РАН
109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1

Свободная цена

Информацию о журнале «Логические исследования» см. на сайте:
`http://logicalinvestigations.ru`