Логические исследования
2019. Т. 25. № 1. С. 20–36
УДК 16

Logical Investigations
2019, Vol. 25, No. 1, pp. 20–36
DOI: 10.21146/2074-1472-2019-25-1-20-36

Философия и логика
Philosophy and Logic

А.С. Боброва

Как сделать тавтологии ясными?

Ангелина Сергеевна Боброва
Российский государственный гуманитарный университет.
Российская Федерация, 125993, г. Москва, Миусская пл., д. 6.
E-mail: angelina.bobrova@gmail.com

Аннотация: В статье показывается, каким образом первый раздел теории экзистенциальных графов Ч. Пирса отвечает на вопрос Л. Витгенштейна: «Как должна быть устроена система знаков, чтобы каждая тавтология распознавалась в ней одним и тем же способом?» Теория экзистенциальных графов или теория графов — диаграмматическая логическая система, базовой единицей которой является диаграмма (внешне похожая на диаграммы Эйлера). Ее первый раздел, альфа-графы, примерно соотносится с пропозициональным фрагментом классической логики. Синтаксис теории нагляден, точнее, он иконичен, а потому иконичным оказывается и решение задачи Витгенштейна. Чтобы определить тип формулы, не требуется никаких преобразований. Тавтологии наблюдемы. Возможность усматривать тавтологии объясняется не только диаграмматическими особенностями синтаксиса, но и его минимальностью. Единственным знаком теории (первый раздел) является разрез (контур упомянутой круговой диаграммы): размещение разрезов рядом друг с другом, внутри друг друга порождает не нового вида знаки, а различного вида графы. Разрез выполняет техническую и логическую функции. В этом смысле теория графов оказывается лаконичнее теорий с NAND- или NOR-операторами. В свете рассуждений о тавтологиях в статье затрагивается вопрос эволюции разреза. Разрез, который при самом простом толковании понимается как негация, представляет собой вырожденную импликацию. Именно импликация, а не негация, конъюнкция или дизъюнкция оказывается первичным знаком теории. На первый взгляд такое решение может показаться странным: импликация — самая сложная для понимания логическая операция. Вместе с тем именно импликация подчеркивает фундаментальную роль логического следования, отражает его основные свойства (антисимметричность и транзитивность).

Ключевые слова: теория экзистенциальных графов, логические диаграммы, Пирс, Витгенштейн, тавтологии

Для цитирования: *Боброва А.С.* Как сделать тавтологии ясными? // Логические исследования / Logical Investigations. 2019. Т. 25. № 1. С. 20–36. DOI: 10.21146/2074-1472-2019-25-1-20-36

Введение

Л. Витгенштейн в одном из писем к Б. Расселу (1913, [Wittgenstein, 2012]) писал: «Как должна быть устроена система знаков, чтобы каждая тавтология распознавалась в ней одним и тем же способом?» Логико-математическая сторона данного вопроса вряд ли сегодня представляет существенный интерес (на протяжении последнего столетия вопрос активно обсуждался в рамках проблемы разрешимости). Однако это никоим образом не принижает философскую значимость проблемы: о каком распознавании говорит Витгенштейн? Идет ли в данном случае речь о приведении формулы к заданному виду или о способности усматривать тавтологии в исхожной формуле?

В этой статье будет рассмотрен второй вариант предложенной альтернативы. Мы увидим, каким образом предлагает усматривать тавтологии теория экзистенциальных графов или теории графов (ЭГ). Теория графов последний логический проект, разаработанный Ч.С. Пирсом. Он вобрал в себя немало логических и философских интуиций американского философа.

Параллель между Пирсом и Витгенштейном неслучайна. Мыслители жили в разные годы на разных континентах, вели разный образ жизни, получили разное образование, размышляли над разными вопросами. Даже на общие для обоих проблемы они смотрели с разных сторон: Витгенштейн изучал проблемы логико-философского анализа языка как философ, а Пирс подходил к этому же вопросу как логик. Логику в самом широком смысле, стоит отметить, американский исследователь понимал как иное название для семиотики. Судьбы мыслителей различны, но тандем, который они, сами того не желая, создали, удивителен. Независимо друг от друга философы двигались, как оказалось, в одном направлении: стремились к максимальной прозрачности и ясности при работе со знаками.

О соотношении идей Пирса и Витгенштейна написано немало работ. Приведу лишь некоторые из них в качестве примера [Dörfler, 2016, Misak, 2016, Nubiola, 1996, Pietarinen, 2005, Pietarinen, 2006]. Настоящая же статья сводится к проблеме, озвученной в первом предложении, хотя для ее решения будут затронуты еще два вопроса, над которыми опять же размышляли оба философа: как построить теорию с минимальным набором логических знаков и что является первичным знаком логической системы. Акцент в статье намеренно смещается в сторону логических решений, предложенных Пирсом. Работа организована следующим образом. В первом разделе дается общее представление о теории ЭГ, а также кратко излагается ее первая часть, во втором — предлагается ответ на вспомогательные вопросы. Решению же проблемы тавтологий посвящен третий раздел.

1. Краткий обзор теории экзистенциальных графов (альфа-графы)

Теория графов — последняя логическая система Пирса. В ней может быть выделено несколько самостоятельных теорий — альфа, бета, гамма, которые по своим дедуктивным возможностям приблизительно соотносятся с пропозициональной логикой, логикой первого порядка, модальными логиками и логикой высоких порядков соответственно [Pietarinen, 2005, Roberts, 1973, Zeman, 1964]. Пирс строит свою теорию геометрическим способом, на что указывает ее базовая единица — граф (рис. 1). Граф — диаграмма, которая соответствует пропозициональному высказыванию, отражающему «любое возможное положение вещей в универсуме» (CP 4.395). Будучи знаком-иконой, он в буквальном смысле позволяет наблюдать за логическими отношениями, так как иконы, по своему определению, отражают объекты в силу своего сходства с последними.

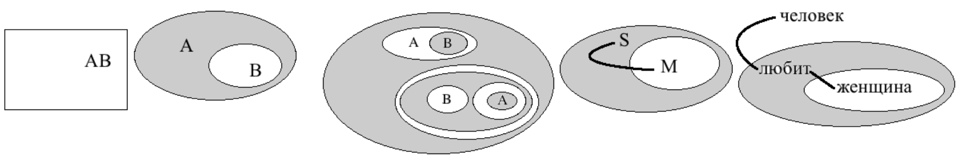

Рис. 1. Примеры графов (а), (б), (в), (г)

Иконичность, однако, не эквивалента визуальности. Подобная ассоциация весьма вероятна, но объясняется она лишь тем, что по большей части мы воспринимаем мир через зрение. Если бы подобное преимущество получил другой орган чувств, иконичность «приравнивалась» бы уже к нему. Например, слепоглухонемые люди улавливают знаки-иконы через тактильные ощущения. Иконичность в первую очередь свидетельствует о сходстве логических структур с реальными условиями, а также о том, что эти структуры мы может наблюдать. Впрочем, любую формулу логики можно рассматривать как знак-икону, отличаться будет только уровень сходства или наглядности.

Так как задача, поставленная в данной статье, решается в рамках первого раздела теории графов, то есть альфа-графов, рассмотрим теорию (синтаксис, интерпретацию и правила преобразования) на базе этого раздела. Уже упоминалось, что за альфа-графами несложно увидеть логику высказываний, хотя прежде всего на них стоит смотреть как на вариант алгебры логики (на базе которой, собственно, исторически теория и строилась).

Синтаксис альфа-графов задают лист утверждений или плоскость, на которой размещаются графы, а также разрезы — замкнутые круговые или овальные линии. Введем несколько базовых определений.

Определение 1. Граф есть диаграмма, размещенная на листе утверждений, и сам лист.

Определение 2. Элементарный граф — граф, не содержащий разрезов.

Определение 3. Подграф — граф, размещенный на листе сам по себе или окруженный другими графами.

Разрезы образуют вложения. Вложения, окруженные четным количеством разрезов или не окруженные ими вовсе, образуют утвердительную область, а окруженные нечетным количеством разрезов — отрицательную (для удобства нечетные области на рисунках затеняются). Вложения не могут пересекаться, но могут погружаться друг в друга. В этом случае возникают последовательности разной глубины или гнезда разрезов.

Определение 4. Вложение — разрез, взятый со своим содержимым.

Определение 5. Гнезда разрезов есть последовательность разрезов, каждый из которых вкладывается в предыдущий. Самым глубоким вложением оказывается элементарный подграф.

Интерпретация графов. Размещение графа на листе равносильно утверждению его истинности. Построенный граф понимается, конечно, не как тождественно истинный (доказательство законов предполагает отдельную процедуру), а как истинный в заданной ситуации. Размещаются графы независимо друг от друга, но в силу особенностей листа утверждений конъюнктивно сочленяются в более сложные графы. Разрезы в теории ЭГ имеют несколько толкований. Самым простым, которым мы и ограничимся в данной работе, является отрицание.

Процедура построения графов не тождественна процедуре его прочтения. Построенный граф необязательно читается так, как это задумывал его создатель, что уже видно на элементарных примерах. Так, граф (а) на рис. 1 допускает две интерпретации: $(A \wedge B)$ или $(B \wedge A)$.

Процедура прочтения предполагает продвижение снаружи внутрь: сначала читается самый внешний элемент, а затем те, что находятся внутри него. Подобный способ называется эндопоретическим[1]. Покажем это на примере графов (б) и (в) рис. 1 (оставшиеся графы на рис. 1 относятся

[1] Подробнее о правилах прочтения графов, а также о множественности интерпретаций одного графа см. [Боброва, 2016], [Боброва, 2019]

к другим разделам теории; в настоящей работе они не рассматриваются, а приводятся лишь в качестве примера).

$$\overline{(A \wedge \bar{B})} \tag{1}$$

$$\overline{(\overline{(A \wedge \bar{B})} \rightarrow (A \wedge \bar{B})} \tag{2}$$

При этом эти графы могут интерпретироваться и иначе: формула (3) соответствует графу 1(б), а (4) – 1(в). Понятно, что формулы (1) и (3), а также (2) и (4) попарно эквивалентны.

$$(A \rightarrow B) \tag{3}$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\bar{B} \rightarrow \bar{A}) \tag{4}$$

Альфа-графы решают те же задачи, что и любая логическая теория, а принципы их работы определяют три практически симметричные пары правил преобразования или трансформации графов.

Правила трансформации:

1. *РГ* и *УГ*. Любой граф может быть размещен в отрицательной области (область нечетного вложения), а убран из утвердительной области (область четного вложения).

2. *ИГ* и *ДГ*. Любой граф на листе утверждений или в рамках какого-либо гнезда может быть продублирован (итерирован) на уровне исходного вложения или в рамках более глубоких вложений, а граф, полученный в результате такого дублирования, может быть стерт (деитерирован).

3. *РР* и *УР*. Два разреза могут быть как размещены на плоскости, так и удалены из нее, если между ними нет никакого другого графа.

Правила регламентируют базовое отношение в логике — отношение логического следования. Строго говоря, Пирс размышляет не о следовании, а о привычке вывода или руководящем принципе (leading principle), который в любом рассуждении (необязательно дедуктивном) регулирует переход от посылок к заключению. В широком смысле этот принцип можно представить в виде высказывания, «антецедент которого должен описывать все возможные посылки, с которыми он мог бы работать, а консеквент — то, каким образом заключение, к которому он мог бы привести, соотносится с этими посылками» (CP 2.589). В нашем случае понятие руководящего принципа содержательно эквивалентно современному понимаю отношения логического следования: все, что размещается на листе утверждений, принимает оценку «истина», а правила не позволяют переходить от исходных истинных высказываний к ложным.

Самый простой способ убедиться в правомерности правил предлагают базовые равносильности алгебры Буля[2], так как альфа-графы можно рассматривать как алгебру разрезов, о чем пойдет речь в следующем разделе. Некоторые алгебраические законы принимаются тут по умолчанию. Излишними оказываются законы коммутативности и ассоциативности, поскольку не имеет значения порядок расположения и прочтения графов. Остаются в стороне законы де Моргана, так как в теории набор логических связок минимален. Оставшиеся законы охватываются правилами трансформации. Последняя (3) пара правил очевидным образом соответствует законам снятия и введения двойного отрицания. Не менее иконично идею дедукции передает пара (1): $(A \wedge T = A)$ и $(A \wedge F = F)$. Действительно, к нарушению логического следования не приводит ни удаление графа или подграфа из утвердительной области, ни его размещение в отрицательной (из лжи следует все, что угодно). Наибольшую сложность для понимания представляет (2) пара правил, в которой соединяются сразу несколько законов алгебры логики (идемпотентность, поглощение, дистрибутивность), но правомерность и этого перехода понять довольно просто. Забегая вперед, отметим, что правила все же регламентируют отношение следования, а не равенства, от которого Пирс довольно рано отказывается.

Рассмотрим работу правил на двух примерах.

$$(A \vee (B \wedge C)) \models (A \vee B) \wedge (A \vee C) \tag{5}$$

$$(A \rightarrow B), (B \rightarrow C), (A \vee B) \models C \tag{6}$$

Обоснованность перехода в первом примере очевидна (рис. 2): после размещения на листе утверждений графа, соответствующего исходной формуле, его можно продублировать (2 ИР). Далее остается убрать B из первой копии, а C из второй (1 УГ). Требуемый результат получен.

Второй случай чуть сложнее (рис. 3). Чтобы получить C после размещения исходных диаграмм, следует избавиться от A и B. Это возможно, если скопировать первый и второй графы внутрь третьего (2 ИГ). После

[2]Выбор алгебры Буля объясняется в том числе и известностью этого раздела логики. Аргументация Пирса, которая из-за ограничений объема в работе не затрагивается, более философична.

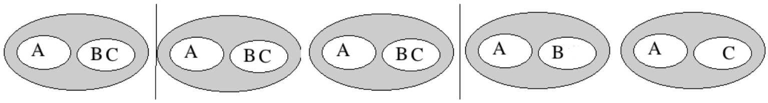

Рис. 2. Пример 1. Дистрибутивность дизъюнкции

удаления ненужных внешних копий (1 УГ) следует цепочка удалений подграфов (2 УИ и 1 УГ) и двойных разрезов (3 УР). Это приводит к искомому результату С.

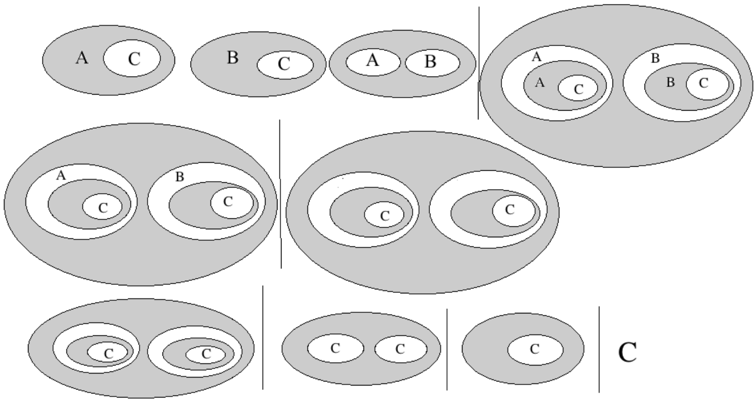

Рис. 3. Пример 2. Дилемма

Процесс получения заключения – творческая процедура: одна диаграмма может приводить к разным заключениям. Это роднит теорию графов с натуральными исчислениями. То же родство в определенной степени подтверждает и принцип доказательства законов. Продемонстрируем эту процедуру на примере (рис. 4).

$$(A \to A) \tag{7}$$

Обоснование законов всегда начинается с размещения двойных разрезов на пустом листе утверждений. В случае простого доказательства закона тождества достаточно одной пары разрезов. На следующем шаге остается разместить А в область нечетного вложения (1 РГ) и итерировать ее внутрь (2 ИГ).

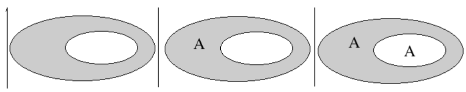

Рис. 4. Пример 3. Закон тождества

Предложенного обзора (детально с теорией можно познакомиться в [Боброва, 2018, Pietarinen, 2005, Roberts, 1973, Zeman, 1964]) достаточно, чтобы перейти к рассмотрению проблем, представленных во Введении.

2. Алгебра разрезов и первичный знак теории

Рассуждая о максимально прозрачной для распознавания тавтологий теории, невозможно обойти стороной вопрос: каков минимальный набор знаков, который позволил бы построить полноценную логическую теорию? Эта проблема важна не только для логики, но и для философии. Витгенштейн подчеркивал: «Решения логических проблем должны быть простыми, так как они устанавливают стандарт простоты» (Тр. 5.4541), а «количество необходимых основных операций зависит только от нашего способа записи» (Тр. 5.474).

Альфа-графы отлично справляются с задачей минимальности: их можно рассматривать как алгебру, уникальным логическим знаком которой является круговой или овальный разрез (подробно см. [Bellucci, Pietarinen, 2016]). В предыдущем разделе было показано, каким образом правила трансформации соотносятся с равносильностями алгебры Буля. Сейчас же стоит обратить внимание на основание предлагаемого сопоставления. Чтобы увидеть алгебру за диаграммами, достаточно заменить разрезы на круглые скобки. К такой замене прибегал, кстати, и сам Пирс. В результате формулы приобретают привычный линейный вид, правда, с иной смысловой нагрузкой скобок: скобки фиксируют отношения однозначным образом, что помогает исключать привычные для алгебраических подходов ситуации, когда расстановка скобок способна изменять смысл формулы.

Таким образом, альфа-графы не просто превращаются в алгебру, а предлагают максимально простой по набору связок вариант такой алгебры. Согласно И. Аннелису, в неопубликованной работе «Булева алгебра с единственной константой» (MS 378) Пирс предложил алгебры не только с NOR-, но и с NAND-операторами (цит. по [Bellucci, Pietarinen, 2016, сноска 1], в опубликованных работах самого Аннелиса подтверждение этому найти не удалось, статья утеряна). К возможности построения теории с одним оператором Пирс приходит через «связку включения» (copula of inclusion), которая появляется в его алгебре логики. Эту связку философ рассматривает как примитивный и функционально полный оператор. Однако в альфа-графах он делает еще один шаг вперед: разрезы или скобки определяют и функцию истинностной оценки формулы, и ее вид, выполняя тем самым роль и логических, и технических знаков.

Обе функции в рамках одного знака удается совместить благодаря листу утверждений, который и задает порядок расположения разрезов. Если пойти еще дальше, то можно увидеть, что из листа утверждений «вырастает» и сам разрез. Разрез представляет собой вырожденную импликацию. Может показаться странным, но именно импликация, а не отрицание или конъюнкция, которые по сути и задают интерпретацию альфа-графов, оказывается первичной или максимально аналитической операцией. Однако тем самым Пирс подтверждает еще одну догадку Витгенштейна: «“$\vee$”, “$\wedge$” и т.д. не являются отношениями в смысле правого и левого. $<\ldots>$ они не являются “первичными знаками” и не обозначают никаких отношений» (Тр. 5.42). Первичность импликации указывает на фундаментальную роль логического следования, так как именно она отражает его основные свойства — антисимметричность и транзитивность.

Пирс довольно рано (уже в 1880 году) отказывается от равенства Буля в пользу импликации, так как последняя по своей природе проще равенства. В ЭГ она выглядит как завиток, который состоит из двух разрезов, один из которых размещается внутри другого, или же одного непрерывного разреза, представленного в виде вывернутой восьмерки (первый и второй графы на рис. 5 соответственно). Антецедент размещается во внешнем отделении, а консеквент — во внутреннем. Появление же самой диаграммы на листе не сложно обосновать правилом введения двойного разреза, которое, стоит заметить, в теории Пирса является дополнительным.

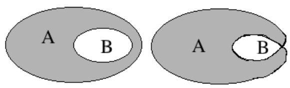

Рис. 5. Импликация

Разрез, указывает Пирс, появляется:

> ...вследствие большого количества случаев, когда необходимо выразить утверждение «Если X истинно, то каждое утверждение истинно». $<\ldots>$ Возможно, каждый человек проходит через такую ступень интеллекта, которая может быть названа состоянием райской логики, когда имеет место рассуждение, но ни в утверждениях, ни в выводах не осознается идея ложности. Однако вскоре обнаруживается, что не каждое утверждение истинно. И как только это происходит, если кто-то замечает, что при истинности определенной вещи истинным было бы и каждое утверждение, он моментально отвергает антецедент, кото-

рый ведет к абсурдному консеквенту [Pietarinen, 2015, p. 920, R 669][3].

Чтобы графически показать абсурдность консеквента, Пирс вводит понятие псевдографа (рис. 6): сплошной разрез, не допускающий никаких размещений внутри себя (передает идею тожественной ложности).

Рис. 6. Псевдограф

Как только появляется ощущение, что «не каждое утверждение истинно», граф, представленный на рис. 5, превращается в первый завиток рис. 7. Внутренняя часть завитка затеняется, демонстрируя отсутствие места для дополнительного заключения: «если A истинно, истинно и каждое высказывание». Постепенно псевдограф уменьшается в размерах и превращается в разрез (последняя схема на рис. 7).

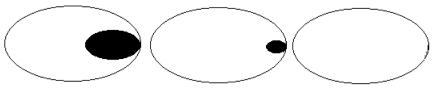

Рис. 7. Возникновение разреза

Очевидно, что для Пирса «отрицание определяется в терминах импликации (как импликация того, что ложно)» [Bellucci, Pietarinen, 2016]. Алгебраически это можно представить следующим образом:$(A \to \bot)$. Импликация дает рождение другим связкам: получив отрицание, несложно через известные эквивалентности задать конъюнкцию и двойственную ей операцию дизъюнкции. Однако этот процесс однонаправленный. Множество связок нельзя свести к имлпикации. Это согласуется как с привычным пониманием логического следования или руководящего принципа, так и с эволюционным принципом, который лежит в основании процедуры порождения негации. Показывая эволюцию разреза (негации), возникающего в процессе рассуждения, «райская импликация» или импликация без отрицания выходит за пределы пропозициональной логики. Впрочем, вопрос обосновая такой импликации — отдельная история, которая явно выходит за задачи настоящей статьи.

[3] Работа представляет собой рукопись Пирса, которую предваряет краткое введение А.-В. Пиетаринена. Скорей всего таким способом Пиетаринен обходит строгие правила журнала в отношении публикации старых работ.

3. Графы и тождественно истинные формулы

Импликативная диаграмма позволяет понять принцип усмотрения тавтологий: любой логический закон может быть представлен как диаграмматическая импликация антецедент и консеквент которой содержат один и тот же подграф. Другими словами, тавтологии соответствует граф, любой из подграфов которого размещается одновременно в четной и нечетной областях одного гнезда разрезов. Исключением, пожалуй, может стать базовая тавтология — лист утверждений. Но и в этом случае, если потребуется, несложно представить на нем импликативную диаграмму, построенную по правилу (3) размещения двойного разреза (присутствие этих разрезов ничего не меняет).

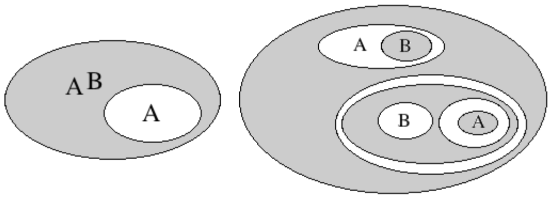

Рис. 8. Примеры тавтологий (а), (б)

Рассмотрим два примера (рис. 8). На первой диаграмме в четной и нечетной областях находится подграф A, а на второй – подграфы A и B. Диаграммы (а) и (б) соответствуют законам исключения конъюнкции (8) и контрапозиции (9).

$$((A \wedge B) \to A) \tag{8}$$

$$(A \to B) \to (\bar{B} \to \bar{A}) \tag{9}$$

Эндопоретическое прочтение диаграмм дает конъюнктивные формулы, главным знаком в которых является внешнее отрицание.

$$\overline{(A \wedge B \wedge \bar{A})} \tag{10}$$

$$\overline{(\overline{(A \wedge \bar{B})} \wedge (A \wedge \bar{B})} \tag{11}$$

Понятно, что приведенные импликативные и конъюнктивные формулы попарно эквивалентны, хотя конъюнктивные формулы, нельзя не признать, в большей степени демонстрируют свою тождественную истинность.

В данном случае речь, конечно, идет об интуитивном восприятии истинности интерпретатором. Сама по себе истинность графа от способа его прочтения измениться не может. Зная закон непротиворечия, в графах можно увидеть тавтологии. Этот факт подтверждает, что и алгебраические формулы стоит рассматривать как знаки-иконы, правда, менее наглядные (иконичные).

Чтобы сделать тождественную истинность еще более очевидной, стоит воспользоваться методом приведения к конъюнктивной нормальной форме (КНФ), так как «для того, чтобы формула алгебры логики А была тождественно истинна, необходимо и достаточно, чтобы любая элементарная дизъюнкция, входящая в КНФ А, содержала бы переменную и ее отрицание» [Лихтарников, 1999, с. 36]. Если в первом случае ((рис. 8а) достаточно применить закон $\overline{(A \wedge B) \to (\bar{A} \vee \bar{B})}$ (12), то во втором (рис. 8б) к нему добавляются свойства коммутативности дизъюнкции и ее дистрибутивности относительно конъюнкции (13–14).

$$\overline{(A \wedge B \wedge \bar{A})} \leftrightarrow (\bar{A} \vee \bar{B} \vee A) \tag{12}$$

$$\overline{(\overline{(A \wedge \bar{B})} \wedge (A \wedge \bar{B})} \leftrightarrow (\overline{\overline{(A \wedge \bar{B})}} \vee \overline{(A \wedge \bar{B})}) \leftrightarrow ((A \wedge \bar{B}) \vee (\bar{A} \vee \bar{\bar{B}}) \tag{13}$$

$$(\bar{A} \vee B) \vee (A \wedge \bar{B}) \leftrightarrow (\bar{A} \vee B \vee A) \wedge (A \vee B \vee \bar{B}) \tag{14}$$

Перед нами тавтологии.

Размещение подграфа в области четного и нечетного вложений является достаточным условием для того, чтобы граф соответствовал тождественно истинной формуле. Однако при этом необходимо, чтобы подграф размещался в рамках одного гнезда разрезов. Сформулируем это правило в виде определения.

Определение 6. Граф отражает тавтологию тогда и только тогда, когда в каждом гнезде разрезов какой-либо его подграф размещается одновременно в областях четного и нечетного вложений.

Обоснованность данного определения вытекает из определения гнезда разрезов (5) и правил трансформации. Кроме этого, можно воспользоваться и правилами алгебры логики, как это делалось выше. Эндопоретический способ прочтения альфа-графов позволяет получать конъюнктивные формулы с отрицаниями. Если главным знаком подобной формулы является отрицание, а какая-либо из ее подформул одновременно входит в формулу со знаком отрицания и без него, то перед анми тавтология. Тавтологией будет и соответствующий ей граф. Но именно это условие и будет выполняться, если в рамках произвольного гнезда разрезов какой-либо подграф будет входить в утвердительную и отрицательную области: при интерпретации графа мы получим утверждение и отрицание одного и того же графа, то есть противоречие, которое будет запрещать внешний разрез.

Таким образом, иконичность графов оказывается козырем, которого нет в привычных булевой алгебре и логике высказываний. Она позволяет усматривать тавтологии, что, возможно, даже в большей степени соответствует размышлениям Витгенштейна. Для оценки графа за ним стоит просто понаблюдать. Привычные же для алгебры логики преобразования или построение таблиц истинности оказываются излишними.

Альфа-графы позволяют сформулировать и критерии для проверки тождественно ложных, а также логически недетерминированных формул. Формулам первого типа будут соответствовать графы, содержащие подграф в четной и нечетной областях, но не окруженные общим разрезом. Все остальные графы окажутся в категории логически недетерминированных.

4. Заключение

Раздел альфа теории ЭГ изящно отвечает на вопрос Витгенштейна о тавтологиях: чтобы определить, соответствует ли граф тождественно-истинной формуле или нет, требуется лишь наблюдение. Такой тривиальный способ объясняется не только диаграмматичностью, но и тем, что перед нами теория с минимальным набором логических связок. Фактически единственным знаком оказывается разрез, который, в свою очередь, является вырожденной импликацией.

Вполне предсказуемо, что предложенный алгоритм (в целом) перестает работать на уровне бета-графов, которые по дедуктивным возможностям примерно соответствуют логике предикатов первого порядка с равенством. В системе появляются линии тождества (последние два графа на рис. 1), которые способны ветвиться и пересекаться, а это естественным образом затрудняет их анализ. Максимально наглядное подтверждение можно получить, превратив исходную плоскость в трехмерное пространство. Процедура трансформация графов в таком случае должна будет коррелироваться с принципами топологии (вопросы топологии графов рассматривает [Kauffman, 2001]): графы с одинаковыми истинностными оценками в трехмерном пространстве будут выглядеть одинаково. На уровне бета-графов это невозможно: линии тождества лишают нас возможности свободно крутить граф в пространстве, так как для них оказывается важен порядок их расположения и пересечения. Сегодня над этой проблемой работает Пиетаринен.

Диаграмматическая теория Пирса не совершает логической революции в вопросе разрешимости. Однако вкупе с идеями Витгенштейна она позволяет задуматься над предметом логики, ее основными понятиями и оценить степень самобытности этой дисциплины: чем логика отличается от математики, в чем ее преимущество перед соответствующими лингвистическими исследованиями. Вопрос самоопределения становится для логики тем актуальнее, что в последние десятилетия с привычных позиций ее вытесняют не только математические или лингвистические штудии, но и бурно развивающиеся когнитивные теории, задающие вектор развития наук, с которыми логика традиционно имеет тесные связи (философия, социология, психология и т.п.).

Литература

Боброва, 2016 – *Боброва А.С.* Графы Пирса: особенности их построения и прочтения // Логико-философские штудии. Ежегодник Ассоциации логиков Санкт-Петербурга. Т. 14. СПб.: Изд-во РХГА, 2016. С. 76–90.

Боброва, 2018 – *Боброва А.С.* Диаграмматические теории (Дж. Венн, Ч.С. Пирс) и логическое следование. Учебное пособие. М.: ВАВТ, 2018. 48 с.

Боброва, 2019 – *Боброва А.С.* Обучение графами. Диаграммы Ч.С. Пирса и преподавание логики (в печати).

Витгенштейн, 1994 – *Витгенштейн Л.* Витгенштейн Л. Логико-философский трактат // Витгенштейн Л. Философские работы (часть I) / Пер. с нем. М.С. Козловой и Ю.А. Асеева. Ч. I. М.: Гнозис, 1994. С. 3–73. Цитируется как Тр. с последующим указанием номера части и параграфа.

Лихтарников, 1999 – *Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г.* Математическая логика. Курс лекций. М., 1999.

Bellucci, Pietarinen, 2016 – *Bellucci F., Pietarinen A.-V.* Existential Graphs As an Instrument of Logical Analysis: Part I. Alpha // The Review of Symbolic Logic. Vol. 9. No. 2. 2016. P. 209–237.

Bellucci, Pietarinen, 2017 – *Bellucci F., Pietarinen A.-V.* Two Dogmas of Diagrammatic Reasoning: a View from Existential Graphs // Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic /Ed. by K.A. Hull, R.K. Atkins. New York. NY: Routledge, 2017. P. 174–196.

Dörfler, 2016 – *Dörfler W.* Signs and Their Use: Peirce and Wittgenstein. Springer, Cham, 2016.

Kauffman, 2001 – *Kauffman L.* The Mathematics of Charles Sanders Peirce // Cybernetics & Human Knowing. Vol. 8. No. 1–2. 2001. P. 79–110.

Misak, 2016 – *Misak C.* Cambridge Pragmatism: From Peirce and James to Ramsey and Wittgenstein. Oxford University Press, 2016.

Nubiola, 1996 – *Nubiola J.* Scholarship On the Relations Between Ludwig Wittgenstein and Charles S. Peirce // Studies on the History of Logic. Proceedings of the III Symposium on History of Logic / Ed. by I. Angelelli y M. Cerezo. Berlin: Gruyter, 1996. P. 281–294.

Peirce, 1931–1958 – *Peirce C.S.* Collected Papers. Vols. 1–8. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press, 1931–1958. Цитируется как CP с номером тома и параграфа.

Peirce, 1967 – *Peirce C.S.* Peirce C.S. Manuscripts in the Houghton Library of Harvard University, as identified by Richard Robin // Annotated Catalogue of the Papers of Charles S. Peirce. Amherst. 1967. Цитируется как MS или R с номером манускрипта.

Pietarinen, 2005 – *Pietarinen A.-V.* Compositionality, Relevance and Peirce's Logic of Existential Graphs // Axiomathes. No. 15, 2005. P. 513–540.

Pietarinen, 2006 – *Pietarinen A.-V.* Signs of Logic. Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games, and Communication. Dordrecht: Springer, 2006.

Pietarinen, 2015 – *Pietarinen A.-V.* Two Papers on Existential Graphs by Charles Peirce // Synthese. Vol. 192. No. 4. 2015. P. 881–922.

Roberts, 1973 – *Roberts D.* The Existential Graphs of Charles S. Peirce. The Hague: Mouton, 1973.

Wittgenstein, 2012 – *Wittgenstein L.* Wittgenstein in Cambridge. Letters and documents 1911–1951 / Ed. by B. McGuinness. Oxford: Blackwell, 2012.

Zeman, 1964 – *Zeman J.* The Graphical Logic of C.S. Peirce, dissertation, University of Chicago, 1964. Online edition, 2002. URL: `users.clas.ufl.edu/jzeman/` (дата обращения: 15.01.2019).

Angelina S. Bobrova

How to make tautologies clear?

Angelina S. Bobrova
Russian State University for the Humanities,
6 Miusskaya sq., Moscow, 125993, Russian Federation.
E-mail: angelina.bobrova@gmail.com

Abstract: The paper shows how the first part of Peirce's Existential Graphs theory answers Wittgenstein's question: "how must a system of signs be constituted in order to make every tautology recognizable as such in one and the same way?" Existential Graphs theory or Graphs theory is a diagrammatical system. Its basic unit is a graph or diagram that reminds Euler's diagrams. The first part of the theory, which is alpha, corresponds, approximately, to classical propositional logic. The theory provides graphic or iconic syntax. So, it is clear why Wittgenstein's problem is also solved in an iconic way. Graphs let observe tautologies. No transformations are required to identify a formula type. The possibility to observe tautologies is due to not only the diagrammatical syntax peculiarities but also its minimalism. The cut (it is the boundary of a diagram) is the only sign of the alpha-graphs. It plays both technical and logical functions. The theory is even more concise than approaches with NAND or NOR operators. In light of the talk about tautologies, the paper concerns the problem of cut evolution. The cut is treated as negation, but it is a generated implication. Thus, implication but not negation and conjunction or disjunction is a primitive and most analytic sign. At first glance, it might look strange as the implication is the most complex logical connective. However, the implication tracks the idea of logical consequence and reflects its main properties, such as antisymmetry and transitivity.

Keywords: Existential Craphs theory, Logical diagrams, Peirce, Wittgenstein, tautology

For citation: Bobrova A. "Kak sledat' tavtologii yasnymi?" [How to make tautologies clear?], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2019, Vol. 25, No. 1, pp. 20–36. DOI: 10.21146/2074-1472-2019-25-1-20-36 (In Russian)

References

Bellucci, Pietarinen, 2016 – Bellucci, F., Pietarinen, A.-V. "Existential Graphs As an Instrument of Logical Analysis: Part I. Alpha", *The Review of Symbolic Logic*, 2016, Vol. 9, Issue 2, pp. 209–237.

Bellucci, Pietarinen, 2017 – Bellucci, F. Pietarinen, A.-V. "Two Dogmas of Diagrammatic Reasoning: a View from Existential Graphs", *Peirce on Perception and Reasoning: From Icons to Logic*, ed. by K.A. Hull, R.K. Atkins. New York, NY: Routledge, 2017, pp. 174–196.

Bobrova, 2016 – Bobrova, A.S. Peirce's Graphs. Grafy Pirsa: osobennosti ikh postroeniia i prochteniia [Peirce's Graphs. Peculiarities of their Construction and Interpretation] *Logiko-filosofskie shtudii* [Logic and philosophy Stidies] 2016, Vol. 14, pp. 76–90. (In Russian)

Bobrova, 2018 – Bobrova, A.S. *Diagrammaticheskie teorii (J. Venn, C.S. Peirce) i logicheskoe sledovanie* [Diagrammatical theories (J. Venn, C.S. Peirce) and logical consequence], Uchebnoe posobie. M.: VAVT, 2018.(In Russian)

Bobrova, 2019 – Bobrova, A.S. *Obuchenie grafami. Diagrammy Ch.S. Pirsa i prepodavanie logiki* [Graphs Studies. Peirce's Diagrams and Logic Courses] (in press) (in Russian)

Dörfler, 2016 – Dörfler, W. *Signs and Their Use: Peirce and Wittgenstein.* Springer, Cham, 2016.

Kauffman, 2001 – Kauffman, L. "The Mathematics of Charles Sanders Peirce", *Cybernetics & Human Knowing*, 2001, Vol. 8, Issue 1–2, pp. 79–110.

Likhtarnikov, Sukacheva, 1999 – Likhtarnikov, L.M., Sukacheva, T.G. *Matematicheskaya logika. Kurs lektsii* [Mathematical logic]. M., 1999. (In Russian)

Misak, 2016 – Misak, C. *Cambridge Pragmatism: From Peirce and James to Ramsey and Wittgenstein*, Oxford University Press, 2016.

Nubiola, 1996 – Nubiola, J. *Scholarship On the Relations Between Ludwig Wittgenstein and Charles S. Peirce* , Studies on the History of Logic. Proceedings of the III Symposium on History of Logic, ed. by I. Angelelli y M. Cerezo. Berlin, Gruyter, 1996, pp. 281–294.

Peirce, 1931–1958 – Peirce, C.S. *Collected Papers.* Vols. 1–8. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press, 1931–1958.

Peirce, 1967 – Peirce, C.S. "Manuscripts in the Houghton Library of Harvard University, as identified by Richard Robin", 1967, *Annotated Catalogue of the Papers of Charles S. Peirce.* Amherst.

Pietarinen, 2005 – Pietarinen, A.-V. "Compositionality, Relevance and Peirce's Logic of Existential Graphs", *Axiomathes*, 2005, Vol. 15, pp. 513–540.

Pietarinen, 2006 – Pietarinen, A.-V. *Signs of Logic. Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games, and Communication.* Dordrecht: Springer, 2006.

Pietarinen, 2015 – Pietarinen, A.-V. "Two Papers on Existential Graphs by Charles Peirce", *Synthese*, 2015, Vol. 192, Issue 4, pp. 881–922.

Roberts, 1973 – Roberts, D. *The Existential Graphs of Charles S. Peirce.* The Hague: Mouton, 1973.

Wittgenstein, 1994 – Wittgenstein, L. Logiko-filosofskii traktat [Tractatus Logico-Philosophicus], *Filosofskie raboty (chast' I)* [Philosophical Papers, Part I], ed. by M.S. Kozlova, Yu.A. Aseev. M.: Gnozis, 1994. pp. 3–73. (In Russian)

Wittgenstein, 2012 – Wittgenstein, L. *Wittgenstein in Cambridge. Letters and documents 1911–1951*, ed. by B. McGuinness. Oxford: Blackwell, 2012.

Zeman, 1964 – Zeman, J. *The Graphical Logic of C.S. Peirce, dissertation.* University of Chicago, 1964. Online edition, 2002. [`users.clas.ufl.edu/jzeman/`, accessed on 15.01.2019].