

**Бениаминов Евгений Михайлович**,  
д.ф.-м.н., профессор,  
Российский государственный гуманитарный университет,  
зав. кафедрой математики,  
[ebeniamin@yandex.ru](mailto:ebeniamin@yandex.ru)  
<http://beniaminov.rsuh.ru>

## Model of Classical and Quantum Mechanics, Based on the Klein-Kramers Equation

We consider the process of diffusion scattering of a wave function given on the phase space. In this process the heat diffusion is considered only along momenta. We write down the modified Klein-Kramers equation describing this situation. In this model, the usual quantum description arises as asymptotic of this process for large values of resistance of the medium per unit of mass of particle. It is shown that in this case the process passes several stages. During the first short stage, the wave function goes to one of "stationary" values. At the second long stage, the wave function varies in the subspace of "stationary" states according to the Schrodinger equation. Besides that, it is shown that, on the contrary, if the resistance of the medium per unit of mass of particle is small, then in the considered model, the density of distribution of probability satisfies the standard Liouville equation, as in classical statistical mechanics.

### **Модель объединения классической и квантовой механики на основе уравнения Клейна-Крамера**

Рассматривается математическая модель распределения энергии внутренних колебаний частицы в фазовом пространстве, для частицы, находящейся в броуновском движении при движении в тепловой равновесной среде. Предполагается, что внутреннее состояние частицы описывается некоторым параметром, совершающим гармонические колебания с большой постоянной частотой. Математическая модель такого процесса описывается модифицированным уравнением Клейна-Крамера для диффузионного процесса, в которое входят масса частицы, потенциальная функция сил, действующих на частицу, коэффициент сопротивления среды и температура среды. Состояние процесса описывается распределением амплитуд и фаз колебаний в фазовом пространстве.

Анализ полученного уравнения показывает, что при большой величине коэффициента сопротивления среды на единицу массы частицы процесс распадается на быстрое и медленное движение. В результате быстрого движения процесс, начинающийся с произвольной функции распределения в фазовом пространстве, переходит в состояние, описываемое только функцией от координат. Медленное движение происходит уже по подпространству таких функций и описывается стандартным уравнением Шредингера.

Этот же процесс при малой величине коэффициента сопротивления среды на единицу массы частицы ведет себя по другому: распределение энергии внутренних колебаний частицы в фазовом пространстве пропорционально распределению вероятностей в фазовом пространстве, которое удовлетворяет классическому уравнению Лиувилля для классического движения частицы в поле сил.

Построенная модель дает пример процесса, который в зависимости от разных значений параметров (коэффициента сопротивления среды и массы частицы) ведет себя как квантовый процесс или как процесс классической механики. Анализ такой модели позволяет понять возможное происхождение некоторых элементов квантовой механики. Предлагаемая модель может также оказаться полезной для описания поведения наночастиц с промежуточной массой: уже не квантовой, но еще не классической.

Литература

1. Beniaminov E.M. Scattering of waves in the phase space, quantum mechanics, and irreversibility. // Electronic Journal of Theoretical Physics (EJTP) 12, No. 32 (2015) 43–60. <http://www.ejtp.com/articles/ejtpv12i32p43.pdf>
2. Beniaminov E.M. Diffusion Scattering of Waves is a Model of Subquantum Level.//Electronic Journal of Theoretical Physics (EJTP) 11, No. 30, 35–48 (2014) <http://www.ejtp.com/articles/ejtpv11i30p35.pdf>
3. Beniaminov E.M. Quantum Mechanics as Asymptotics of Solutions of Generalized Kramers Equation. // Electronic Journal of Theoretical Physics (EJTP) 8, No. 25 195-210 (2011). <http://www.ejtp.com/articles/ejtpv8i25p195.pdf>
4. Beniaminov E. M. Quantization as asymptotic of a diffusion process in the phase space.// Proc. Intern. Geom. Center 2(4), 7-50 (2009). <http://arxiv.org/abs/0812.5116v1>
5. Beniaminov E. M. Diffusion processes in phase spaces and quantum mechanics. // Doklady Mathematics (Proceedings of the Russian Academy of Sciences), 2007, vol.76, No. 2, 771–774.

