

**Шалак В.И. «Логика апорий» // Полигнозис.
2009, №1. С.25-31.**

Шалак В.И. (Москва)

ЛОГИКА АПОРИЙ*

Статья посвящена логическому анализу структуры и решению апорий движения Зенона. На примере апории «Стрела» показано, что причиной ее возникновения является простая логическая ошибка.

Важные открытия в логике и математике, как правило, связаны с разрешением возникающих в них проблемных ситуаций. Они дают пищу для ума, требуют новых нестандартных решений, без которых невозможно дальнейшее развитие науки. Между возникновением таких проблемных ситуаций и их разрешением зачастую проходит очень много времени.

Обнаруженная две с половиной тысячи лет назад несоизмеримость диагонали единичного квадрата, привела к введению понятия иррационального числа, строгое определение которого было дано лишь относительно недавно в работах Коши, Дедекинда и Робинсона.

В результате строгого анализа парадокса «Лжеца», мучившего логиков и философов на протяжении тех же двух с половиной тысяч лет, уже в наше время был получен ряд фундаментальных результатов. Имеются в виду, прежде всего, теоремы Тарского и Геделя.

Парадокс Рассела, с обнаружением которого мы связываем очередной кризис в основаниях математики, привел к возникновению таких важных направлений как логицизм, интуиционизм и формализм. Их значение выходит за рамки одного лишь обоснования математики.

Свое место в истории науки занимают и апории Зенона. Судя по количеству ежегодных публикаций на эту тему, они продолжают волновать умы.

Если говорить об историко-философском контексте появления апорий, это было время возникновения первых философских учений. Фалес, Анаксимандр, Анаксимен, Пифагор постулировали некоторые первоначала природы, и уже из них пытались объяснить все остальное. Но поскольку каждый из философов выдвигал свои начала, эти учения не могли быть одновременно истинны и потому вызывали скептическое отношение к себе. Как быть в такой ситуации?

Ответом стало учение Парменида, который утверждал, что познать истинное бытие можно лишь путем умопостижения, а не через посредство органов чувств. Это было первым проявлением критического духа в античной философии. Рассуждая, Парменид приходит к выводу, что истинное бытие едино, неподвижно и шарообразно. Столь необычные заключения шокировали многих его современников и стали вызывать насмешки. Элеатов прозвали «неподвижниками». Тогда Зенон, ученик Парменида, формулирует ряд апорий, в которых стремится показать, что

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 08-06-00125-а

допущение противного, т.е. что мир множественен и в нем существует движение, влечет за собой «...еще более смешные последствия...»[1].

Достижения элеатов были высоко оценены Платоном и Аристотелем. Это нашло отражение в принятом ими различении знания и мнения, их взглядах на объекты и цели познания. Для Платона ими являлись вечные идеи, которым чувственный мир явлений всего лишь «причастен». Аристотель, не принимая теории идей, создал учение о формах, существующих посредством вещей. И для Платона, и для Аристотеля познание направлено на то, что не подвержено изменению во времени. Рассуждая об истине и изменчивом мире явлений, Аристотель заключает, что *«если все находится в движении, то ничто не может быть истинным; тогда, значит, все было бы ложно»*[2]. Отсюда он делает удивительный вывод: *«Многое же хотя и истинно и существует, но может быть и иным. Ясно поэтому, что о нем нет науки»*[3]. С одной стороны, признается реальное существование мира явлений, а с другой стороны, и это очень важно, сфера познаваемого наделяется чертами парменидовского бытия – вечного и неизменного.

По словам известного российского историка науки В.П. Шереметевского *«это привело... к изгнанию из античной математики всех заподозренных понятий: о бесконечно-больших или малых величинах, об изменении и движении»*[4]. Исторические судьбы учений Платона и Аристотеля, их авторитет привели к тому, что мы оказались заложниками этих взглядов.

Возникло учение о понятиях и правилах их определения. Возникла теория силлогистических рассуждений, базирующаяся на отношениях между объемами понятий. Это было признано единственно правильным и стало стандартом, которому обучали в школах и университетах, которому должна была следовать и в результате следовала наука. В этой науке есть моменты времени, но нет самого времени, есть положения и состояния вещей, но нет движения. *«...Аристотелю не удалось освободить общее от черт, присущих вечным, неизменным и независимым от материи идеям Платона, или от черт, присущих единому неподвижному существу Парменида»*[5].

Все, что связано с учением элеатов, представляет большой интерес для логиков. Ведь именно в это время шла кристаллизация философских оснований логики. Особенно внимательного рассмотрения заслуживают апории Зенона - исторически первый пример того, к каким неожиданным заключениям мы можем прийти на пути умопостижения окружающего нас мира. Действительно ли они обладали и обладают доказательной силой?

Греческое слово ἀπορία в переводе означает *затруднение*. В отношении доказательств Зенона Элейского этот термин понимается как неразрешимое противоречие.

Самих трудов Зенона до нас не дошло. Всего по разным оценкам им было сформулировано от 40 до 49 апорий. Из них сохранилось лишь девять или десять в пересказе других авторов. Источниками являются: диалог Платона «Парменид», «Физика» Аристотеля, комментарии к ней Фемистия,

Филопона и Симпликия, а также известный труд Диогена Лаэртского «Жизнеописания великих философов». Работы других авторов являются вторичными по отношению к упомянутым.

История апорий своеобразна. Они наделали много шума в античности, затем интерес к ним был утрачен, и лишь в XVII веке на них вновь обратили внимание. С тех пор интерес к апориям уже не угасал. Ни один значительный философ не обошел их вниманием. Было написано огромное количество работ, посвященных апориям и их «решениям». В то же время во всем, что с ними связано, можно заметить некоторую странность. В «Началах» Евклида мы можем найти строгое доказательство несоизмеримости диагонали единичного квадрата. Практически каждому, знакомому с логикой, не представляет особого труда строго воспроизвести парадокс «Лжеца» или парадокс Рассела, но вот найти в литературе логически строгую реконструкцию апорий Зенона очень непросто. Во всяком случае, автору не удалось это сделать, хотя к этому и были приложены значительные усилия.

В то же время во многих работах можно встретить утверждения о логической безукоризненности апорий. Так, например, В.Я. Комарова утверждает, что *«Два с половиной тысячелетия существования аргументов, в течение которых не было обнаружено в силлогизмах ни одной логической ошибки, подтверждают их безукоризненное выведение»*[6]. Ей вторит И.Д. Рожанский *«Аристотель (и вслед за ним другие ученые древности) полагал, что в каждой апории Зенон допускал некий логический ляпсус, вследствие которого его рассуждения становились некорректными. В действительности дело обстоит далеко не так просто. Апории «Дихотомия», «Ахиллес» и «Стрела» логически безупречны и не могли быть решены средствами античной математики»*[7]. В безупречности апорий уверен и А.Койре *«В нашем понимании аргументация Зенона является абсолютно безупречной»*[8]. О вскрытых апориями противоречиях пишет В.Ф. Асмус *«Эти аргументы вскрыли противоречия в понятиях современной Пармениду и Зенону науки – в понятиях о пространстве, о едином и многом, о целом и частях, о движении и покое, о непрерывном и прерывном»*[9].

Не будем спешить верить каждому слову. Ведь если отнестись к сказанному серьезно, то мы должны будем признать, что система нашего знания противоречива, и со следствиями этого мы должны сталкиваться на каждом шагу. В этом случае в первую очередь нам нужно беспокоиться не об основаниях теории множеств, а о том, как помыслить быстрого Ахиллеса и медлительную черепаху.

На фоне многочисленных утверждений о логической безукоризненности апорий реальных подтверждений этому, действительного логического анализа, а не одного лишь дословного повторения аргументов Зенона, не найти. Попытаться, наконец, ответить на этот вопрос - задача логиков-философов.

Если мы сталкиваемся с какой-то проблемой, мы, прежде всего, должны ее проанализировать и лишь затем приступить к решению.

Возьмем, например, школьную арифметическую задачу о бассейне, в который по нескольким трубам поступает вода и по нескольким вытекает. Требуется определить, через какое время бассейн окажется заполненным. Чтобы решить эту задачу, ученик должен проанализировать ее условия, сформулированные в словесной форме, затем он должен правильно составить систему уравнений и лишь в последнюю очередь применить к ним алгоритм решения системы линейных уравнений, являющийся алгоритмом нахождения ответа. Пытаться угадать ответ, даже если он будет правильным, еще не значит решить задачу.

Это трюизм, но, к сожалению, попытки угадать правильный ответ до того, как проанализированы условия задачи, встречаются и в логической литературе. *«Нашей целью будет не реконструкция зеноновских аргументов, а стремление понять с точки зрения современной науки, на какие реальные трудности в анализе движения указал Зенон Элейский»*[10]. Чтобы говорить о трудностях, на которые указал Зенон Элейский, необходимо их выявить, а не полагаться лишь на собственную интуицию. Именно этой цели и призвана служить строгая логическая реконструкция апорий. Благодаря строгому анализу парадокса лжеца было сформулировано понятие семантически замкнутых языков. Благодаря строгому анализу парадокса Рассела, мы стали различать предикативные и непредикативные способы образования понятий и пр.

Апории – это не задача о бассейне. У них есть своя специфика, которую нам необходимо уяснить, чтобы речь наша была предметна, а не сводилась к одним лишь расплывчатым интуициям.

Поэтому мы должны ответить на следующие два вопроса:

- Что такое апории, и какова их структура?
- Что значит решить апорию?

С самого начала оговоримся, что в данной статье речь пойдет лишь о хорошо известных апориях движения.

Согласно традиционной трактовке апорий, Зенон показал, что, приняв точку зрения его оппонентов, признававших существование движения, путем несложных рассуждений можно получить противоречие. На этом основании он заключает, что движение не существует, а органы чувств всего лишь вводят нас в заблуждение.

Обозначим посредством D предложение «Движение существует». Тогда структура апорий движения в первом приближении имеет вид:

$$D \vdash (A \text{ и не-}A)$$

$$\vdash \text{не-}D$$

$D \vdash (A \text{ и не-}A)$ – означает, что из посылки D логически выводимы два противоречащих друг другу предложения A и не- A . Согласно законам

логики, это позволяет заключить, что доказуемо отрицание единственной посылки D , т.е. $\neg D$. Такой способ аргументации является частным случаем рассуждений путем приведения к абсурду.

В общем случае этот вид рассуждений имеет более сложную структуру. Вместо одиночной посылки может быть взят произвольный набор $\Sigma = D_1, \dots, D_n$. Получив вывод противоречия $D_1, \dots, D_n \vdash (A \text{ и } \neg A)$, мы имеем право перейти к отрицанию любой из посылок D_1, \dots, D_n .

$$\frac{D_1, \dots, D_n \vdash (A \text{ и } \neg A)}{D_1, \dots, D_{i-1}, D_{i+1}, \dots, D_n \vdash \neg D_i}$$

В отличие от рассмотренного ранее частного случая, мы заключаем не к доказуемости $\neg D_i$, а всего лишь к выводимости $\neg D_i$ из посылок $D_1, \dots, D_{i-1}, D_{i+1}, \dots, D_n$.

Применяя на практике рассуждения путем приведения к абсурду, мы заинтересованы не просто в отрицании одной из использованных посылок D_i , а в отрицании той посылки, в истинности которой наименее уверены. Эта уверенность может базироваться на разных основаниях. Например, некоторые посылки могут являться теоремами теорий, которые мы в настоящий момент принимаем. Другие посылки могут описывать наш непосредственный чувственный опыт, в котором мы с трудом можем усомниться. Основанием для принятия посылок может быть также наш здравый смысл или авторитет других людей.

Итак, структурно апория состоит из:

- множества посылок D_1, \dots, D_n ;
- логического вывода $D_1, \dots, D_n \vdash (A \text{ и } \neg A)$.

Для того чтобы апория имела место, мы должны быть уверены:

- в логической корректности вывода $D_1, \dots, D_n \vdash (A \text{ и } \neg A)$;
- в том, что посылки $D_1, \dots, D_{i-1}, D_{i+1}, \dots, D_n$ истинны, т.е. действительно отражают наши представления о пространстве, времени и движении.

Очевидно, что прежде чем ставить вопрос о решении апорий, их необходимо реконструировать. Дополнительные сложности возникают из-за того, что у нас нет текстов самого Зенона, и мы вынуждены довольствоваться их пересказами. Тем не менее, сравнительный анализ одних и тех же апории в изложении разных авторов помогает в реконструкции. Первым шагом является нахождение посылок рассуждения $D_1, \dots, D_n \vdash (A \text{ и } \neg A)$.

В качестве примера восстановим посылки и структуру апории «Стрела», которую Аристотель передает следующими словами.

«Если всякое [тело] ... покоится там, где оно движется, всякий раз, когда занимает равное [себе пространство], а движущееся [тело] всегда [занимает равное себе пространство] в [каждое] «теперь», то летящая стрела неподвижна».[11]

В рассуждении используются следующие посылки:

- А = Движение существует и летящая стрела является его примером.
- В = Всякое [тело] ... покоится там, где оно движется, всякий раз, когда занимает равное [себе пространство].
- С = Движущееся [тело] всегда [занимает равное себе пространство] в [каждое] «теперь».

Отсюда делается вывод, что *«летящая стрела неподвижна»*, который вступает в противоречие с первой посылкой.

Поскольку данная формулировка апории не слишком прозрачна, для уточнения выделенных нами посылок рассмотрим эту же апорию в изложении Симпликия, которое он дал в качестве комментария к процитированному выше фрагменту Аристотеля.

«Летящая стрела покоится в полете, коль скоро все по необходимости либо движется, либо покоится, а движущееся всегда занимает равное себе пространство. Между тем, что занимает равное себе пространство, не движется. Следовательно, она покоится».[12]

Выделить используемые посылки не составляет труда.

- А = Движение существует и летящая стрела является его примером.
- В = Что занимает равное себе пространство, не движется
- С = Движущееся всегда занимает равное себе пространство.
- D = Все по необходимости либо движется, либо покоится.

Отсюда делается вывод, что *«летящая стрела покоится»*, который вступает в противоречие с первой посылкой, так как покой, согласно четвертой посылке, понимается как отрицание движения.

На современном языке эти посылки можно передать следующим образом.

- А = Движение существует и летящая стрела является его примером.
- В = Всякое тело, которое занимает равное себе пространство, не движется.
- С = Всякое тело, которое движется, занимает равное себе пространство.
- D = Всякое тело либо движется, либо покоится/[не движется].

Обозначим посредством S предложение «Летящая стрела движется». Тогда доказательство апории «Стрела» имеет структуру:

$$A, B, C, D \mid - (S \text{ и не-}S)$$

$$B, C, D \mid - \text{не-}A$$

Очевидно, что существование апорий является негативным фактом. Мы заинтересованы в том, чтобы каком-то смысле решить их и тем самым избавиться себя от этого негативного факта. Но что значит решить апорию?

Все известные нам «решения» имеют один общий изъян. Их авторы не учитывают логической природы апорий. Им кажется, что если они примут другие допущения и покажут, что Ахиллес догонит черепаху, а стрела летит, то тем самым апория будет решена. Увы, но такое «решение» ни коим образом не затрагивает апорий. Природа доказательного рассуждения заключается в том, что оно справедливо независимо от места и времени, когда было впервые проведено. Если мы и сегодня уверены в истинности посылок и логической корректности рассуждения, то мы не можем не принять тех заключений, к которым оно приводит. Если ему даже две с половиной тысячи лет, то и сегодня оно останется справедливым.

Представим, что мы выбрали другие отличные от зеноновых посылки Δ , в истинности которых уверены, и построили логически корректный вывод $\Delta \mid - S$ предложения «Стрела летит» и, следовательно, «Движение существует» (= A). Будет ли это решением апории? Нет, не будет. Ведь если исходное доказательство Зенона $B, C, D \mid - \text{не-}A$ не поставлено под сомнение, если мы все еще уверены в истинности посылок B, C, D и в логической корректности рассуждения, то это будет означать, что из совокупности посылок Δ, B, C и D, которые мы принимаем, выводимо противоречие (A и не-A).

«Корректным опровержением апорий может считаться только обнаружение ошибок в рассуждениях Зенона» [13].

Исходя из нашей реконструкции структуры апорий, ошибки могут быть лишь двух типов.

- Ошибка при построении вывода $D_1, \dots, D_n \mid - (A \text{ и не-}A)$.
- Ложность хотя бы одной из посылок $D_1, \dots, D_{i-1}, D_{i+1}, \dots, D_n$.

Обратимся к апории «Стрела» и проверим корректность вывода $A, B, C, D \mid - S$ и не-S.

1. «*Всякое тело, которое движется, занимает равное себе пространство*»
- посылка C

- | | |
|---|-------------|
| 2. « <i>Всякое тело, которое занимает равное себе пространство, не движется</i> » | - посылка В |
| 3. « <i>Всякое тело, которое движется, не движется</i> » | - из 1 и 2 |
| 4. « <i>Движение существует</i> » | - посылка А |
| 5. « <i>Стрела движется</i> » | - из 4 |
| 6. « <i>Стрела не движется</i> » | - из 3 и 5 |
| 7. « <i>Стрела движется, и стрела не движется</i> » | - из 5 и 6 |

Мы получили, что рассуждение, которое приводит к противоречию, логически безукоризненно. Теперь необходимо внимательно проанализировать посылки В, С и D, чтобы убедиться в их истинности.

Посылка D = «*Всякое тело либо движется, либо покоится/[не движется]*» на уровне объектов, с которыми мы имеем дело ежедневно, отражает наши представления о движении и покое. Поэтому сомнений в ее истинности у нас нет.

Посылка В = «*Всякое тело, которое занимает равное себе пространство, не движется*» сформулирована недостаточно ясно, чтобы судить о ее истинности или ложности. Что значит «*занимать равное себе пространство*»? Можно предложить много толкований этого выражения и много туманных интуиций в пользу его принятия, но ни одно из них не будет признано единственно верным. Поэтому обратимся к посылке С = «*Всякое тело, которое движется, занимает равное себе пространство*». Она тоже содержит выражение «*занимать равное себе пространство*» и тоже вызывает сомнения в правильности истолкования.

Мы не станем предлагать еще одно толкование этого выражения, а лучше присмотримся к посылкам В и С, которые нам предлагается принять в качестве истинных.

Логически эквивалентной посылке В будет ее контрпозиция В' = «*Всякое тело, которое движется, не занимает равное себе пространство*». Сравним посылки В' и С.

- В' = «*Всякое тело, которое движется, не занимает равное себе пространство*».
- С = «*Всякое тело, которое движется, занимает равное себе пространство*».

Оказывается, в одной посылке нам предлагается принять, что движущееся тело «*занимает равное себе пространство*», а в другой посылке принять, что оно «*не занимает равное себе пространство*». Нет ничего удивительного, что в результате принятия этого мы приходим к противоречию. Оппоненты Зенона придерживались точки зрения, что движение существует в смысле существования хотя бы одного движущегося тела. Если бы посылки изначально были сформулированы в виде В' и С, то никому бы и в голову не пришло признать их истинными, т.е. отражающими наши представления о пространстве, времени и движении. И это бы

совершенно не зависело от смысла, который вкладывается в выражение «занимать равное себе пространство». Реальной же апории, как свидетельства противоречивости нашей системы понятий, просто нет.

Без ответа остается вопрос, как же относиться к апориям Зенона после того, как в них обнаружены ошибки? Неужели всего лишь как к простому заблуждению? Конечно же, нет.

Зенон совершенно верно осознал трудности, с которыми приходится сталкиваться, следуя общепринятым способам рассуждений о пространстве, времени и движении. Но он ошибочно полагал, что продемонстрировал противоречивость данной системы понятий, хотя на самом деле столкнулся с концептуальной неполнотой логики, с обременительностью ее онтологических предпосылок. Добровольными наследниками этой точки зрения оказались и мы. Мы до сих пор представляем время состоящим из отдельных мгновений, а пространство – из отдельных точек. Каким образом тело переходит из одной точки в другую? Как из отдельных моментов времени образуется его непрерывный поток? Чтобы решить проблему, прежде необходимо было понять, в чем она заключалась. От правильной формулировки задачи зависит пятьдесят процентов успеха в ее решении. Лишь изменив точку зрения на поднятые Зеноном проблемы, лишь перестав бороться с мнимой противоречивостью наших представлений о пространстве, времени и движении, мы можем прийти к лучшему пониманию интересующих нас явлений.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Платон. Парменид, 128 в.
2. Аристотель. Метафизика. 1012 в 20-25.
3. Аристотель. Вторая Аналитика. 88 в 30-35.
4. Шереметевский В.П. Очерки по истории математики. – М.:Изд-во ЛКИ, 2007. – С. 22.
5. Ахманов А.С. Логическое учение Аристотеля. М.: Едиториал УРСС, 2002. – С. 104.
6. Комарова В.Я. Учение Зенона Элейского: попытка реконструкции системы ргументов. – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1988. – С. 10.
7. Рожанский И.Д. Ранняя греческая философия.// Фрагменты ранних греческих философов. Часть 1. – М.: Наука, 1989. – С. 27.
8. Койре А. Заметки о парадоксах Зенона.// Очерки истории философской мысли. – М.: Прогресс, 1985. – С. 30.
9. Асмус В.Ф. Античная философия. – М.: Высшая школа, 2005. – С. 34.
10. Анисов А. М. Апории Зенона и проблема движения // Труды научно-исследовательского семинара Логического центра Института философии РАН. Вып XIV. М.: 2000. - С. 139.

11. *Аристотель*. Физика, Z 9. 239 b 30. Цит. по Фрагменты ранних греческих философов. Часть I, Изд-во «Наука», 1989. - С.309.
12. *Симпликий*. Комм. к «Физике», 1015b 19 (к 239 b 30). Цит. по Фрагменты ранних греческих философов. Часть I, Изд-во «Наука», 1989. - С.310.
13. *Гриненко Г.В.* История философии: учебник. – М.: Юрайт-Издат, 2007. – С. 80.
14. *Шалак В.И.* Против апорий.// Противоположности и парадоксы (Методологический анализ). – М.Ж «Канон+» РООИ «Реабилитация», 2008.