

Шалак В.И. «Об альтернативном определении логического следования» // Эпистемология & философия науки. 2007, Т.ХІІІ, №3. С. 199-205.

Шалак В.И.

ОБ АЛЬТЕРНАТИВНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЛОГИЧЕСКОГО СЛЕДОВАНИЯ

Логика определяет то, в какие формы мы должны облекать свои мысли, если хотим быть поняты другими людьми. Отношение логического следования определяет то, в какие формы мы должны облекать свои рассуждения, если хотим, чтобы наши выводы были приняты другими людьми. В этом заключается необычайно важная роль, которую играет логика в процессе познания, и в этом причина ее необычайной косности как условия сохранения уже достигнутого знания. Логика Аристотеля была каноном две с половиной тысячи лет.

«В текстах и трактатах по истории философии мы обычно находим информацию лишь о том, какие тезисы или мнения отстаивали те или иные философы в разные времена. Все еще слишком редко встречаются сколько-нибудь интересные попытки показать, почему философы принимали именно такие воззрения и почему им казалось важным подчеркивать эти воззрения в качестве составных частей своих учений... Часто, хотя и не всегда, ответы на эти вопросы зависят от выявления концептуальных допущений, которые явно или неявно принимает тот или иной мыслитель»¹.

Эти слова могут быть обращены не только к историкам философии, но и к логикам. Среди них сейчас уже вряд ли можно найти хотя бы одного, кто бы одинаково хорошо ориентировался во всех разделах современной логики и постоянно был в курсе полученных в них результатов. Время таких энциклопедистов прошло. Единственное, что объединяет логиков и не дает развалиться зданию их науки, – это ее основания. Но насколько естественно то, что в логике принимается как само собой разумеющееся? Почему вообще мы приняли именно эти определения базисных понятий? Что они дают и чего лишают? Эти вопросы отнюдь не праздны. Подобную обеспокоенность разделяют многие ученые.

«... мы должны обратить внимание на главную тенденцию развития логики в конце XX и начале XXI века. Как сто лет назад остро встал вопрос об основаниях математики, так сейчас стоит вопрос об основаниях самой логики, в связи с чем обсуждаются следующие проблемы:

- (i) Что есть логическое следование?*
- (ii) Что есть логические понятия (операции)?*
- (iii) Что есть логическая система?*
- (vi) Что есть логика?»²*

Критерий истинности, сформулированный Платоном в диалоге «Кратил» словами «... тот, кто говорит о вещах в соответствии с тем, каковы они есть, говорит истину, тот же, кто говорит о них иначе, – лжет...³» и Аристотелем в «Метафизике» «... говорить о сущем, что его нет, или о не-сущем, что оно есть, – значит говорить ложное; а говорить о том, что сущее есть и не-сущее не есть, – значит говорить истинное⁴», считается классическим и был, по историческим меркам относительно недавно, уточнен А. Тарским. С использованием этого критерия был доказан ряд

¹ Хинтика Я. Познание и его объекты у Платона // Логико-эпистемологические исследования. М., 1980. С.355.

² Карпенко А.С. «Современные исследования в философской логике» // Логические исследования. Вып.10. – М.: Наука, 2003. С.71.

³ Платон. Кратил // Платон. Сочинения. в 3-х т. Т. 1. М., 1968. 385б.

⁴ Аристотель. Метафизика // Аристотель. Сочинения. В 4-х т. Т. 1. М., 1975. 1011б 25.

фундаментальных теорем, но все-таки не он и не само понятие истины является ядром логики.

Понимая логику как науку, изучающую законы правильных рассуждений, **центральным ее понятием справедливо считается понятие логического следования**. В 1936 году оно также было уточнено А. Тарским. Именно это отношение определяет то, какие способы рассуждений принимаются в качестве правильных, а какие не удостоиваются этого звания. Логический статус этого понятия столь велик, что саму *«Логика можно определить как науку о хороших способах рассуждений. Под “хорошими” способами рассуждений при этом можно понимать такие, при которых из верных исходных положений получаются верные результаты»*⁵.

Трудно переоценить значение, которое имеет принимаемое понятие логического следования, для развития не только науки, но и всей человеческой культуры. Хотелось бы, чтобы это понятие было в определенном смысле *единственно верным*. Ведь от того, какие виды умозаключений считаются доказательными, зависят способы аргументации в судах, способы общения в учебных классах, способы передачи знания от одного поколения к другому, способы формулировки научных теорий и пр. Если мы в чем-то ошиблись при выборе отношения логического следования, то в нашей культуре обязательно должны были появиться изъяны, которых мы просто не имеем возможности увидеть из-за принятой понятийной сетки.

В классической логике некоторое умозаключение считается правильным, если и только если при истинности посылок оно гарантирует истинность заключений. Вроде бы ничего разумного возразить против этого нельзя. Действительно, кому придет в голову пользоваться рассуждениями, которые могут привести от истины ко лжи? Сформулируем классическое определение следования более строго: *«Из множества формул Σ следует формула A , если и только если в каждой модели M , в которой истинны все формулы множества Σ , будет истинна и формула A »*. Кратко, с использованием общепринятой логической символики, это можно записать в виде:

$$\Sigma \models A \Leftrightarrow \forall M (\forall B (B \in \Sigma \Rightarrow M[B]=\text{true}) \Rightarrow M[A]=\text{true})$$

где $M[A]=\text{true}$ означает, что в модели M истинна формула A .

Специфической чертой данного определения следования является то, что отношение между Σ и A устанавливается не *напрямую*, а посредством их соотнесения с моделью M . Непосредственная связь между множеством формул Σ и формулой A разрывается и вводится *посредник* – свойство *быть истинным в модели M* .

Благодаря такому разрыву в случае несуществования ни одной модели, в которой истинны все формулы множества Σ , из него логически следует любая формула, т.е. отношение следования становится тривиальным

Принятое в классической логике определение следования имеет еще один скрытый недостаток. *В метаязыке этого основополагающего определения мы уже принимаем классическую логику, правила которой как раз и хотим обосновать*. Т.е. имеются основания подозревать нечто похожее на порочный круг в определении.

Откуда взялось это определение? Нельзя согласиться с тем, что *«Понятие истины напрямую связано с пониманием логического следования, данного Тарским, а это, в свою очередь, приводит к объектам, которые мы называем “логическими законами”»: последние суть сохраняющие истину выводы»*⁶. Из принимаемого критерия истинности вовсе не следует, что мы должны принять именно такое определение отношения логического следования. Должно быть что-то еще, какая-то неявная пропущенная посылка, которая вместе с критерием истинности вынуждает нас сделать это.

⁵ Марков А.А. Элементы математической логики. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984 г. С.5.

⁶ Карпенко А.С. «Современные исследования в философской логике» // Логические исследования. Вып.10. – М.: Наука, 2003. С.74.

Обратимся к уже упоминавшейся классической работе А. Тарского⁷. Может показаться странным, что в ней не предлагается никакой серьезной мотивации даваемым определениям. В одном месте А. Тарский ссылается на «*рассуждения интуитивного свойства*» и «*естественную интуицию*»:

«Исходным пунктом для нас будут определенные рассуждения интуитивного свойства. Примем во внимание произвольный класс предложений K и произвольное предложение X, которое следует из предложений этого класса. С точки зрения естественной интуиции очевидно, что не может случиться так, что все предложения класса K были бы истинны, а предложение X при этом было ложным».

В другом месте он говорит об «*обыденном использовании понятия следования*»:

«Скажем, что предложение X логически следует из предложений класса K тогда и только тогда, когда каждая модель класса K является одновременно моделью предложения X.

У меня складывается впечатление, что каждый, кто поймет содержание вышеприведенного определения, признает, что оно содержит достаточно интуиции, проявляющейся в обыденном использовании понятия следования».

Для центрального понятия, лежащего в основании логики, такого рода аргументация со ссылкой на его «*обыденное использование*» должна показаться, по крайней мере, странной. Откуда взялось это «*обыденное использование*», что лежит в его основании? Если бы наука в своем развитии ориентировалась лишь на «*обыденное использование*», то до сих пор мы бы жили в мире, в котором Солнце вращается вокруг Земли. К сожалению, в работах других логиков также лишь констатируются уже принятые свойства отношения логического следования, но никакого его обоснования не предлагается.

Известный историк математики М. Клайн по поводу классического определения следования пишет следующее.

*«Аристотель, а вслед за ним и весь мир приняли за неоспоримую истину, что применение правил дедуктивного вывода к любым посылкам гарантирует получение заключений, не уступающих по надежности посылкам. Иначе говоря, если посылки истинны, то истинны и заключения. Следует отметить, в особенности для обсуждения в дальнейшем, что Аристотель абстрагировал правила дедуктивной логики из рассуждений, которыми уже тогда широко пользовались математики. Дедуктивная логика – дитя математики».*⁸

Приведенные слова могут вызвать лишь улыбку. Так и хочется спросить, когда и где проводился референдум, на котором была принята данная «*неоспоримая истина*»?

Для того чтобы понятие истины было положено в основу определения следования, должно было возникнуть особое ценностное отношение к нему. Это отношение должно было возникнуть не в логике, а в свойственной конкретной культуре системе общих философских взглядов на устройство мира и место в нем человека. Именно в системе этих взглядов понятию истинности как соответствию действительности должна была быть приписана особая познавательная ценность. И лишь затем формы умозаключений, сохраняющие свойство предложений быть истинными, стали предметом исследования в логике. В то же время нет оснований полагать, что выбор понятия истины был

⁷ Тарский А. О понятии логического следования. Пер. Б.Домбровского.

⁸ Клайн М. Математика. Утрата определенности: Пер. с англ./Под ред., с предисл. и примеч. И.М. Яглома. – М.: Мир, 1984. С.30.

безальтернативным. Претендентами на альтернативу могли быть, например, понятия блага или пользы.

Приведенная выше цитата М. Клайна интересна тем, что в ней понятие логического следования совершенно недвусмысленно связывается с именем Аристотеля и математикой. Это неудивительно. Вряд ли необходимо лишний раз напоминать, что греческая культура и, в частности, философия оказали определяющее влияние на развитие европейской мысли. Генезис многих понятий современной логики мы можем проследить вглубь веков вплоть до античности.

Следование, будучи по своей природе семантическим обоснованием правильных рассуждений, может быть объяснено из того, каким целям должны служить правильные рассуждения, и к каким объектам они могут быть применены. Ответ на этот вопрос можно получить лишь обратившись к философским взглядам родоначальников той логики, которая нас интересует.

Из древнегреческих философов в наиболее полном объеме до нас дошли труды Платона и Аристотеля. Патристика в философии донесла до нас взгляды Платона, а схоласты преуспели в канонизировании Аристотеля, труды которого были для них второй Библией. Как и Библию, написанное Аристотелем можно было толковать, но нельзя было сомневаться в истинности сказанного. Отсюда огромный авторитет. Если к этому еще вспомнить об исторически первой стройной и законченной логической системе, построенной Аристотелем, то становится ясным, почему в итоге их взгляды по многим вопросам вошли в плоть и кровь всей европейской культуры.

Известно, что Платон, с его теорией идей, и Аристотель находились под сильным впечатлением от стройности и красоты математического знания. Они считали, что именно математическое знание является образцом того, что вообще можно называть знанием. Это привело их к различению *знания* и *мнения*, которые представляют собой не только разные способности, но и направлены на разные объекты. Если знание имеет своим объектом умопостигаемое, существующее само по себе, вечное, вневременное, то объектами мнения является данное в ощущениях и потому изменчивое. Парадокс лжеца, апории Зенона как бы служили подтверждением тому, что попытки рассуждать о мире явлений приводят к противоречиям.

Я. Хинтикка, анализируя взгляды Платона и Аристотеля на познание и его объекты, пишет:

«Хотя позиция Аристотеля по отношению к различию между знанием и верой [мнением] совершенно отлична от платоновской, он тоже приходит к выводу о том, что знание и вера [мнение] должны иметь различные объекты, если мы хотим избежать двусмысленности...Поэтому вполне понятны явные утверждения Аристотеля, что мы можем иметь знание лишь о том, что неуничтожимо и неизменно»⁹.

«... здесь мы действительно имеем дело с тенденцией, общей многим греческим мыслителям. Наиболее характерной чертой этой тенденции является широкое распространение среди греков учения о том, что подлинное знание возможно только о том, что вечно или, по крайней мере, неизменно»¹⁰.

«Аристотель также соглашается с тем, что если бы все вещи находились в покое, то “одно и то же было бы всегда истинным и одно и то же – всегда ложным... А

⁹ Хинтикка Я. Познание и его объекты у Платона // Логико-эпистемологические исследования. М., 1980. С.368.

¹⁰ Хинтикка Я. Время, истина и познание у Аристотеля и других греческих философов // Логико-эпистемологические исследования. М., 1980. С.404.

если все находится в движении, то ничто не было бы истинным; тогда, значит, все было бы ложно...»¹¹

«...становится понятным также значение неизменности форм для Платона. Одна из наиболее важных функций форм состояла в том, что они служили абсолютно неизменными объектами познания и благодаря этому обеспечивали возможность подлинного знания. ...между внешне различными и даже противоположными проблемами, которые беспокоили Платона и Аристотеля, имеется тесная связь. С одной стороны, они уделяют большое внимание той идее, что “познание есть восприятие”... С другой стороны, их привлекала та идея, что мы можем иметь знание лишь о том, что никогда не изменяется»¹².

Следствием принятия данной точки зрения является неизменность и накопительный характер знания. Из приведенных цитат становится ясно, почему отношение логического следования понималось Платоном и Аристотелем как отношение, сохраняющее истинность от посылок к заключениям. Если мир объектов знания мыслился ими как существующий вне времени, вне изменения, то лишь рассуждения, обладающие этим свойством, позволяли оставаться в сфере знания. В этом и заключалось особое ценностное отношение к понятию истины. Если бы вдруг в ходе рассуждения мы от истины пришли ко лжи, это бы означало, что случилось пренеприятное событие, мы вышли из сферы знания в сферу мнений, которые одни лишь могут быть ложными.

Становится понятным и смысл уже привычных нам теорем о непротиворечивости и полноте логических исчислений. Если знание возможно лишь о том, что вечно и неизменно, то принимаемые нами способы рассуждений должны гарантировать его сохранение - это теорема о непротиворечивости. В свою очередь теорема о полноте гарантирует, что принимаемые нами способы рассуждений позволяют извлечь потенциально все возможные следствия из постигнутой вечной и вневременной истины. Именно этими свойствами должна обладать, по мнению А. Тарского, идеальная дедуктивная теория.

Парадоксальная ситуация. Мы живем в мире, пронизанном временем и наполненном изменяющимися явлениями, но почему-то пользуемся логикой, которая ориентирована лишь на рассуждения о неизменном, вневременном. Могут возразить, что классическая логика с успехом применяется и для рассуждений об изменчивом мире, и привести ряд убедительных примеров. Никто с этим и не спорит. Речь идет о другом – об адекватности используемого логического аппарата.

Классическая логика в том виде, какой мы ее сейчас знаем, является необходимым условием принятия платоновско-аристотелевского взгляда на цели познания. Отсюда вовсе не следует, что она будет столь же идеальным инструментом в случае принятия какой-либо другой точки зрения на цели человеческого познания.

Посмотрим, какую эволюцию за прошедшие века претерпели взгляды на природу математического знания. Адекватно ли им прежнее понимание истины?

На смену миру вечных платоновских идей, чтобы примирить их с христианством, пришел столь же вечный математический план, по которому бог создал вселенную. Математика понималась не как наука о свойствах абстрактных структур, а как наука, изучающая особые математические принципы устройства мира. *«По мнению Декарта, одной лишь математики было бы вполне достаточно для изучения физического мира»¹³.* Всякий новый принцип, открытый математиками, должен был быть занесен в копилку знаний. Роль же логики понималась как роль хранильницы этих однажды добытых и

¹¹ Там же . С.410.

¹² Там же. С.411.

¹³ Клайн М. Математика. Утрата определенности: Пер. с англ./Под ред., с предисл. и примеч. И.М. Яглома. – М.: Мир, 1984. С.55.

навек застывших знаний. Не будет большого преувеличения, если сказать, что платонистическая точка зрения на природу математических объектов и ныне разделяется большинством математиков. В то же время в естественных науках никакого постоянства не наблюдалось с самого начала. В физике, в химии, в других науках, изучающих изменчивый мир, одна теория сменяла другую. При этом логика, как ни странно, оставалась прежней. Имела место своеобразная эклектика методов, покоящихся на разных философских основаниях, которая сохранилась и до настоящего времени. Нельзя быть одновременно платоником и эмпириком.

Промышленная революция в Европе остро поставила вопрос об отказе от созерцательного отношения к миру. С серьезной критикой логики и форм современной ему науки выступил Фрэнсис Бэкон. Особый вред он усматривал в догматическом отношении к философскому наследию Аристотеля.

Один из действительно сильных ударов по математическим идеалам знания Платона и Аристотеля был нанесен появлением неевклидовых геометрий. Оказалось, что математические истины, служившие образцом для Платона и Аристотеля, а также математический план, по которому бог якобы создал мир, вовсе не являются незыблемыми. Драматизм ситуации заключался в том, что если ранее ученые были уверены, что наука твердо стоит на прочном фундаменте математики, теории которой – это вечные принципы устройства реального мира, то вдруг оказалось, что даже геометрия, самая земная из математических дисциплин, вовсе не является богом данной. Для нас события XIX века уже стали историей, мы к ним привыкли, мы знаем все, что произошло после них, и потому, наверное, острота произошедшей мировоззренческой революции впечатляет нас не столь уж и сильно. Чего нельзя сказать о современниках тех событий.

«... математики с досадой и огорчением обнаружили, что несколько различных геометрий одинаково хорошо согласуются с наблюдательными данными о структуре пространства. Но эти геометрии противоречили одна другой – следовательно, все они не могли быть одновременно истинными. Отсюда напрашивался вывод, что природа построена не на чисто математической основе, а если такая первооснова и существует, то созданная человеком математика не обязательно соответствует ей. Ключ к реальности был утерян. Осознание этой потери было первым из бедствий, обрушившихся на математику»¹⁴.

Следующим потрясением явилось событие, когда в основаниях математики вдруг обнаружили противоречия. Формы рассуждений, которыми всегда пользовались математики, оказались ненадежными. Окончательный крест на вечных истинах был поставлен теоремами Геделя и Тарского, из которых следует, что даже если бы мир идей, мир вечных форм существовал, то мы принципиально не могли бы его постичь. Идея познания как постижения истины оказалась непродуктивной.

«Теорема Геделя вызвала смятение в рядах математиков. Последующее развитие событий привело к новым осложнениям. Оказалось, например, что даже аксиоматически-дедуктивный метод, столь высоко ценимый в прошлом как надежный путь к точному знанию, небезупречен».¹⁵

Существует порог сложности, переступив который, мы уже никогда не можем быть уверены в том, что наше знание непротиворечиво, а потому и стремление к идеалу, в конце концов, упирается в принципиально непробиваемую стену. Поскольку данный порог сложности давно остался позади, наука вот уже более ста лет развивается лишь в

¹⁴ Клайн М. Математика. Утрата определенности: Пер. с англ./Под ред., с предисл. и примеч. И.М. Яглома. – М.: Мир, 1984. С.13-14.

¹⁵ Там же. С.15

надежде на собственную непротиворечивость и обречена оставаться в таком состоянии, если не произойдет никакого кардинального пересмотра ее оснований.

«Нынешнее состояние математики – не более чем жалкая пародия на математику прошлого с ее глубоко укоренившейся и широко известной репутацией безупречного идеала истинности и логического совершенства»¹⁶.

Несмотря на все это, огромные усилия математиков были направлены на поддержание пошатнувшейся логической доктрины. Их труды не пропали даром.

«С проклятием “Чума на оба ваших дома!” они обратились к тем областям математики, где методы доказательства казались им надежными. Они нашли также, что проблемы, придуманные человеком, более привлекательны и легче поддаются решению, чем проблемы, поставленные природой»¹⁷.

Была развита теория множеств - аналог той самой первой истины, к которой можно свести все остальное. Правда, оказалось, что одной единственной теории множеств не существует, а имеется ряд альтернатив, и определить, какая из них *истиннее*, невозможно. К тому же нет никакой уверенности, что сами эти теории непротиворечивы. Одновременно с этим оказалось, что многие вроде бы хорошо известные теории имеют нестандартные модели. Поэтому не совсем понятно, теориями чего они на самом деле являются?

Одним из условий существования науки является преемственность. Чем больше накоплено научных результатов, тем труднее от них отказаться. Но чем дальше, тем больше странных результатов появляется в самой логике. Когда пишут, например, о континууме суперинтуиционистских логик, понимаешь, что произошла подмена понятия. Это свидетельствует о том, что мы в чем-то изначально ошиблись в основаниях логики, раз такое стало возможным. Речь должна идти не о логике, а о чем-то другом, о каких-то математических структурах, которые существуют в рамках одной из теорий множеств, и только.

«Математики поклонялись золотому тельцу – строгому, одинаково приемлемому для всех доказательству, истинному во всех возможных мирах, искренне веря, что это и есть бог. Теперь наступило прозрение: математики поняли, что их бог ложный. Но истинный бог так и не открылся, и теперь им не оставалось ничего другого, как гадать, существует ли он вообще»¹⁸.

Современная математика не может служить тем идеалом научного знания, который две с половиной тысячи лет назад предстал перед мысленными взорами Платона и Аристотеля и так поразил их. Реальный мир оказался гораздо сложнее мира застывших платоновских идей. Как быть в таком случае с логикой, с вечными и неизменными истинами? Вряд ли стоит пытаться реанимировать конструкцию, продемонстрировавшую собственную несостоятельность.

Не отвергая классического определения условий истинности предложений, мы хотим предложить другой взгляд на то место, которое может занимать понятие истины в определении отношения логического следования.

Зададимся вопросом, какими свойствами должно обладать это отношение?

Во-первых, хотелось бы, чтобы оно было *свободно от обременительных гносеологических предпосылок*. Правила логического вывода – это одежды, в которые мы

¹⁶ Там же. С.15.

¹⁷ Там же. С.16.

¹⁸ Там же. С.365.

одеваем свои мысли. Эти одежды не должны нас стеснять. Если мы хотим строить умозаключения на основе понятия истинностных оценок, то мы не имеем права отдавать предпочтения одним оценкам в ущерб другим, так как всегда может быть задан вопрос о причинах такого предпочтения. Ответ же с необходимостью будет указывать на привносимые извне предпосылки.

Во-вторых, *правила логики должны удерживать нас от заблуждений*. При классическом понимании следования истинность посылок является достаточным условием истинности заключения. В этом смысле лишь при истинности посылок оно удерживает нас от заблуждений. Но что случится, если хотя бы одна из посылок окажется ложной? Тогда классическая логика снимает с себя всякую ответственность, и заключение может быть как истинным, так и ложным.

В-третьих, *правила вывода*, семантическим коррелятом которых является отношение логического следования, по возможности *должны быть регулярны*. Под регулярностью понимается то, что эти правила должны помогать поддерживать коммуникационную функцию языка, быть легко распознаваемы участниками акта коммуникации. Если кто-то строит логическое рассуждение, другие люди должны иметь возможность распознать его правильность или неправильность.

Из трех перечисленных свойств классическая логика, базирующаяся на определении следования по Тарскому, обладает лишь одним – ее аксиомы и правила вывода регулярны.

Возможно ли дать естественное определение логического следования, которое удовлетворяло бы одновременно трем перечисленным выше условиям? Самая большая сложность заключается в одновременном обладании первым и вторым свойствами – строить выводы как из истинных, так и из ложных посылок, и в то же время не впадать в заблуждения. Но что есть заблуждение? Перефразируя Аристотеля, можно сказать, что заблуждение – это «... *говорить о сущем, что его нет, или о не-сущем, что оно есть*». Чтобы не впасть в заблуждение, мы должны быть способны, придя к некоторому заключению, определить его истинностное значение. Т.е. *форма умозаключения является правильной, если знание истинностных значений посылок является достаточным условием знания истинностного значения заключения*. Отличие от классического понимания минимально - слово *истинность* мы заменили на *истинностное значение*. Говоря об истинностных значениях посылок, мы не требуем, чтобы они были одновременно истинны, а допускаем любое распределение истинностных значений, и тем самым удовлетворяем первому условию. Для нас совершенно не важно, будет ли результирующее истинностное значение заключения *истиной* или *ложью*. Главное то, что если это значение - *истина*, то мы должны быть в состоянии определить, что оно - *истина*, а если - *ложь*, то мы должны быть в состоянии определить, что оно - *ложь*. В отношении заключения мы не лишаем себя возможности «*говорить о том, что сущее есть и не-сущее не есть*», а принимаем это в качестве необходимого условия правильности умозаключения. Таким образом, второе условие также удовлетворено.

Это приводит нас к следующему строгому определению логического следования: «*Из множества формул $\Sigma = \{B_1, \dots, B_k\}$ следует формула A , если и только если существует функция f , которая позволяет по истинностным значениям формул множества Σ вычислить истинностное значение формулы A* ».

$$\{B_1, \dots, B_k\} \models A \Leftrightarrow \exists f \forall v (v(A) = f(v(B_1), \dots, v(B_k)))$$

где v - это обычное булево приписывание истинностных значений формулам языка.

Обращает на себя внимание естественность этого определения. К нему в гораздо большей степени подходит термин *следование*, чем к определению, данному Тарским. В нем действительно идет речь о связи между формулами, и посредничество модели оказывается излишним.

Важной чертой данного определения является то, что в метаязыке мы используем не логические понятия, а понятие вычислимости как более основополагающее. Т.е. *порочный круг* первоначального классического определения разорван.

Определенное нами отношение логического следования, которое можно назвать альтернативным существующему, аксиоматизируемо и может быть представлено как в виде набора аксиом-выводимостей, так и в виде натурального исчисления. Формальное построение булевой логики на основе альтернативного отношения следования представлено нами в другой работе¹⁹.

Если попытаться провести аналогию с воззрениями Платона и Аристотеля на природу знания, то мы определили следование для *изменяющегося мира явлений*, а не для вечных существующих вне времени истин. Объясним это более подробно.

Для простоты дальнейшего изложения рассмотрим случай, когда множество посылок состоит всего лишь из одной формулы B .

$$B \models A \Leftrightarrow \exists f \forall v (v(A) = f(v(B)))$$

В этом определении выражение $v(A)$ обозначает истинностное значение формулы A при приписывании значений ее атомарным подформулам, осуществляемым посредством функции v . Известно, что всякая булева формула A однозначным образом определяет соответствующую ей булеву функцию, которую обозначим посредством A . Вместо $v(A)$ и $v(B)$ в нашем определении мы могли бы написать $A(v)$ и $B(v)$. Тогда определение примет следующий вид:

$$B \models A \Leftrightarrow \exists f \forall v (A(v) = f(B(v)))$$

Но что такое $\forall v (A(v) = f(B(v)))$? Это стандартное утверждение о равенстве функции A композиции двух функций B и f . Поэтому мы можем представить наше определение альтернативного следования в следующем чисто функциональной форме:

$$B \models A \Leftrightarrow \exists f (A = B \circ f)$$

Из формулы B следует формула A , если и только если существует такая функция f , которая позволяет преобразовать функцию B в функцию A .

Таким образом, мы получили, что альтернативное следование определяет логику, в которой значениями булевых формул являются не значения функций (истина или ложь), а сами булевы функции. Стоило только нам отказаться от статичного мира вечных истин, и мы тут же пришли к функциям, которые по самой своей природе гораздо лучше приспособлены для описания динамически изменяющихся сред.

Следует обратить внимание на то, что в последней формулировке альтернативного следования конкретный способ представления функций и принимаемые ими значения никак не специфицированы. Поэтому возможны различные уточнения того, что мы будем под ними понимать. В самом простом случае это может быть теоретико-множественное представление функции как множества пар, удовлетворяющего известным ограничениям. На более абстрактном уровне это могут быть стрелки теории категорий. Мы можем ограничиться вычислимыми функциями, или самими алгоритмами вычисления, что не является одним и тем же. Ничто не мешает проинтерпретировать функции реальными физическими процессами, имеющими дискретную или непрерывную природу. Для каждой из таких интерпретаций должно быть дано уточнение отношения равенства между функциями. Если в теоретико-множественном случае проблем не возникает, то, например, в случае вычислительной интерпретации отношение равенства неразрешимо. Все это

¹⁹ Шалак В.И. «Логика альтернативного отношения следования»// Логические исследования. Вып.13. – М.: Наука, 2006.

приводит к различным логикам. Индивиды универсума также могут быть проинтерпретированы процессами. В этом случае привычные нам статичные индивиды классической логики могут быть определены всего лишь как различные состояния выполнения процессов.

Логические системы, построенные на основе альтернативного подхода, принципиально непротиворечивы. Это является следствием того, что противоречивыми могут быть истинностнозначные высказывания, но не выполняемые действия, результат которых всегда определен однозначно.

В заключение хотелось бы подчеркнуть, что альтернативный подход к определению логического следования и построение логики на его основе означают всего лишь смену логической парадигмы, но не отменяют результатов, полученных при традиционном подходе. Классическая логика в рамках границ своей применимости является гибким и действенным инструментом исследования. Другое дело, что эти рамки становятся тесными и более не удовлетворяют запросам научной практики.