Две истины — одна логика[1]

Д. В. Зайцев, О. М. Григорьев

Мы должны отличать вопрос
«Что есть истина?»
от совершенно другого вопроса
«Что является истинным?».
Ф. Рамсей

ABSTRACT. In this paper we develop a new conception of two-component truth-values combining ontological and epistemological strands. In so doing we first present philosophical justification for this approach and then consider algebraic and semantical (valuational) systems of two-component truth.

Ключевые слова: обобщенные истинностные значения, релевантная логика первого уровня, логика Данна–Белнапа, двухкомпонентная истинность, редукция истинностных значений

1 От истины Дана–Белнапа к истине Шрамко–Ванзинга: обобщенные истинностные значения и функция мультиоценки

В современной философской логике все больший интерес вызывает проект обобщенных истинностных значений и соответствующих функций приписывания значений. Наиболее важные вехи развития этого проекта представлены известной «полезной» четырехзначной логикой Н. Белнапа для рассуждающего компьютера, [1, 2] и не менее полезной шестнадцатизначной логикой компьютерной сети Я. Шрамко и Г. Ванзинга [10]. В последнее время на страницах «Логических исследований» этой теме уделялось серьезное внимание (см., например, [16, 18]), однако для того чтобы сделать данную статью самодостаточной, мы

[1]Работа поддержана РГНФ. Грант №10-03-00221а.

посчитали возможным предварить изложение наших идей кратким экскурсом в область обобщенных истинностных значений и функций оценки.

Несмотря на то что логика Белнапа получила широкую известность и со временем стала практически парадигмальной, исторически первая обобщенная релевантная логика была построена Дж. М. Данном в работе [4]. Данн исходил из идеи пресыщенных оценок и истинностно-значных провалов, когда одна и та же формула может принимать как оба традиционных значения «истина» и «ложь», так и ни одно из них. В результате получается четыре случая приписывания значений: два «нормальных», один пресыщенный и один с провалом значений. Два последних случая приписываний оказываются актуальными, когда необходимо иметь дело с противоречивой и неполной информацией соответственно. Именно поэтому свои новаторские идеи Данн развивал применительно к так называемой релевантной логике первого уровня (first-degree entailment, или **FDE**).

Существует несколько способов задания обобщенной функции приписывания значений, допускающей как провалы оценок, так и пресыщенные оценки. Для данной работы наиболее интересны два из них, принадлежащие Данну (см. также [5] и [6]) и Белнапу.

Первый способ связан с изменением трактовки функции приписывания значений, оценка понимается как функция, значениями которой являются не элементы множества $\{и,\ л\}$, а подмножества этого множества. Тогда указанные выше четыре случая приписывания значений произвольной формуле могут быть представлены следующим образом:

1. формуле в качестве значения приписано множество $\{и\}$;
2. формуле в качестве значения приписано множество $\{л\}$;
3. формуле в качестве значения приписано множество $\{и,\ л\}$;
4. в качестве значения приписано пустое множество $\varnothing$.

Такой подход позволяет говорить не только об обобщении множества истинностных значений через операцию взятия множества-степени, но и через обобщение самой функции приписывания. В работе [18] предложено называть такую функцию «функцией мультиоценки». При этом следует иметь в виду, что даже случаи 1 и 2, кажущиеся, на первый взгляд, вполне классическими, тем не менее существенно отличаются от стандартных приписываний значений в классической пропозициональной логике. Отметим еще раз, классическая оценка предполагает приписывание формуле ровно одного элемента из множества $\{и,\ л\}$, в то время как мультиоценка ставит формуле в соответствие ровно одно подмножество этого множества. Таким образом:

- формула A истинна в классическом смысле, если и только если $v_c(A) = и$;
- формула A истинна в обобщенном смысле, если и только если $v_g(A) = \{и\}$,

где v_c — функция оценки в классической пропозициональной логике, а v_g — обобщенная функция мультиоценки.

Другой вариант обобщения классических значений истинности связан с известной парадигмой рассуждающего компьютера Н. Белнапа. По Белнапу, необходимо различать четыре случая (эпистемические ситуации), в которых оказывается компьютер, обрабатывающий поступающую к нему информацию.

1. Компьютеру была сообщена только истина, т. е. источники информации согласованно утверждают некоторое высказывание — этот случай компьютер Белнапа помечает значением **T**;
2. Компьютеру была сообщена только ложь, т. е. источники информации согласованно отрицают некоторое высказывание — этот случай компьютер Белнапа помечает значением **F**;
3. Компьютеру были сообщены истина и ложь одновременно, т. е. один источник информации утверждает, а другой отрицает некоторое высказывание — этот случай компьютер Белнапа помечает значением **B**;
4. Компьютеру не были сообщены ни истина, ни ложь, т. е. источники информации не передают компьютеру никакой информации относительно некоторого высказывания — этот случай компьютер Белнапа помечает значением **N**.

Достаточно легко заметить, что четыре эпистемические ситуации, в которых обнаруживает себя компьютер Белнапа, могут быть очевидным образом интерпретированы с использование функции мультиоценки:

- значение **T** соответствует $\{и\}$;
- значение **F** соответствует приписыванию $\{л\}$;
- значение **B** соответствует приписыванию $\{и,\ л\}$;
- значение **N** соответствует приписыванию $\varnothing$.

В дальнейшем будем обозначать множество классических значений истины как **2**, а результат его обозначения через взятие множества-степени как **4**.

Белнап естественным образом показал, как четыре обобщенных значения истинности образуют дистрибутивную решетку с дополнением Де Моргана, известную в двух проекциях. Одна из них логическая решетка **L4** служит основой для семантической релевантной логики первого уровня. При этом значение **T** оказывается максимальным элементом, а **F** — минимальным. Другая проекция представляет собой аппроксимационную решетку **A4**, упорядоченную по возрастанию информации. В этом случае максимальным элементом оказывается уже **B**, а минимальным — **N**. Совмещение двух этих решеток в одной алгебраической структуре приводит к понятию бирешетки, введенному М. Гинзбургом. Рисунок 1 иллюстрирует бирешетку $FOUR_2$ с двумя отношениями порядка: логический порядок (t) по горизонтали и информационный (i) по вертикали. Бирешетки оказались весьма интересным средством изучения понятия истинности и моделирования различных видов нестандартных рассуждений.

Следующий шаг в обобщении истинностных значений был сделан Я. Шрамко и Г. Ванзингом при участии Дана и Текенака и связан с понятием мультирешетки, являющимся обобщением бирешетки. В статье [9] вводится понятие n-мерной мультирешетки «как структуры, на которой определены в точности n частичных порядков, каждый из которых выражает ту или иную

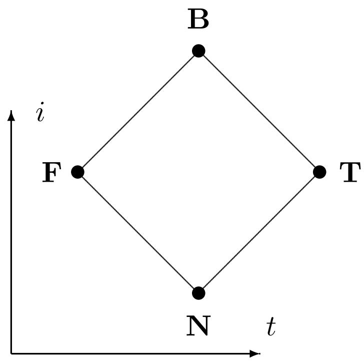

Рис. 1. Бирешетка $FOUR_2$

степень наличия определенного свойства у элементов рассматриваемого множества (в данном случае множества обобщенных истинностных значений)» [18, с. 285].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. N-мерная мультирешетка представляет собой структуру $M = \langle S, \leq_1, \leq_2, \ldots, \leq_n \rangle$, где S есть непустое множество, а $\leq_1, \leq_2, \ldots, \leq_n$ — отношения частичного порядка, определенные на S так, что $\langle S, \leq_1 \rangle$, $\langle S, \leq_2 \rangle, \ldots, \langle S, \leq_n \rangle$ суть различные решетки.

В качестве примера интересной мултирешетки остановимся на алгебраической структуре, представляющей обобщение решетки $FOUR_2$ до $SIXTEEN_3$ с тремя независимыми отношениями порядка по истинности, ложности и информации. К ее построению Шрамко и Ванзинг приходят, довольно естественным образом обобщая полезную логику Белнапа до шестнадцатизначной логики компьютерной сети. Шрамко и Ванзинг развивают компьютерную метафору, задаваясь вопросом, какая логика получится у сервера, коммуницирующего с целой сетью четырехзначных компьютеров. Очевидно, что эпистемические ситуации компьютерного сервера будут отличаться от тех, в которых находился компьютер Белнапа — теперь одно и то же высказывание может быть сообщено, к примеру, со значениями $\{\textit{и, л}\}$ и $\{\textit{и}\}$. Поиск ответа на этот любопытный вопрос приводит к дальнейшему обобщению истинностных значений. В распоряжении сервера должна находиться логика, базирующаяся

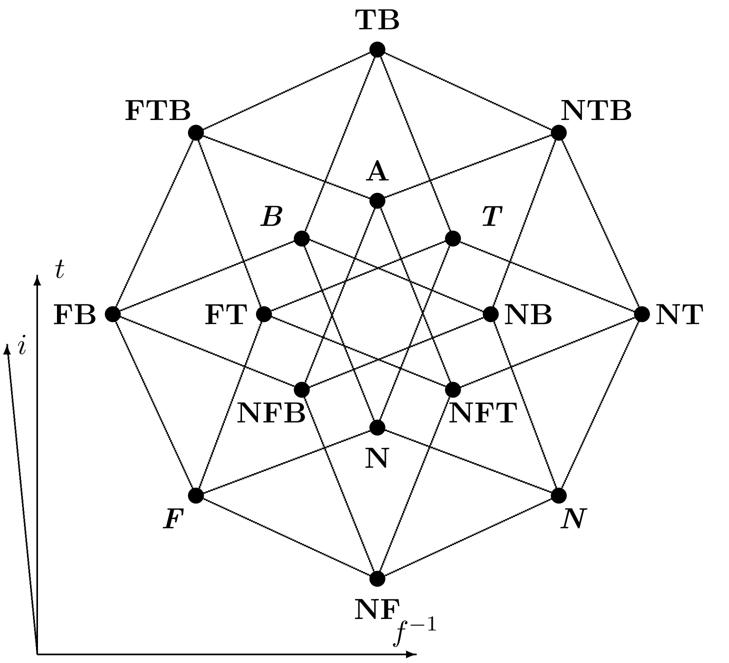

Рис. 2. Трирешетка $SIXTEEN_3$ (проекция $t - f$)

на шестнадцатизначном семантическом каркасе, представляющем собой множество-степень множества **4**.

Для каждого из отношений порядка могут быть заданы свои собственные операции объединения и пересечения, а также на решетке $SIXTEEN_3$ определяется несколько инверсий. Таким образом, становится возможно использовать обобщенный семантический подход для выявления свойств различных операций в рамках единой алгебраической конструкции. Обобщенный язык L_{tf} включает пропозициональные связки $\wedge_t$, $\vee_t$, $\neg_t$, $\wedge_f$, $\vee_f$, $\neg_f$, ассоциированные с соответствующими алгебраическими операциями. Рассматривая соответствующие логики, Шрамко и Ванзинг получают весьма примечательный результат, позволивший им метафорически заявить: «first-degree entailment everywhere!», т. е. логика компьютерной сети любой степени сложности совпадает с известной системой выводимостей **FDE**, а именно представляет собой релевантную логику первого уровня. Другой вариант обобщения представлен в работе [12], где в качестве базиса для обобщения выбирается трехэлементное множество значений логик Клини.

Любопытные системы получаются в результате «смешения» языков. В последнем выступлении Г. Ванзинга на конференции «Шестые Смирновские чтения по логике» (Москва, 17–19 июля 2009) была анонсирована аксиоматизация системы $\mathbf{FDE}_t^{tf}$, язык которой включает оба типа связок. На очереди построение системы с двумя отношениями выводимости. Все это раскрывает увлекательные перспективы исследования пространства обобщенных значений истинности и формализации различных типов рассуждений, предполагающих комплексную оценку высказываний.

2 Две истины или одна: Логико-философский экскурс

Проект обобщенных истинностных значений в качестве стартовой точки рассматривает классические значения истинности, трактуемые в духе Фреге как атомарные абстрактные логические объекты, подобные по своему онтологическому статусу числам. Между тем в контексте логико-философского исследования вполне оправданно подвергнуть сомнению и эту идею. Является ли то, что мы называем истиной (истинностным значением), абсолютно примитивной и неделимой сущностью? Или, если взглянуть на эту проблему несколько по-другому, всегда ли мы под термином «истина» имеем в виду одно и то же? При этом речь идет не о многочисленных концепциях истины, а именно о словоупотреблении. Можно ли с уверенностью утверждать, что говоря «данное высказывание истинно», мы всегда подразумеваем один и тот же смысл? Представляется, что на этот вопрос можно ответить негативно. Существует как минимум две совершенно разных интерпретации смысла приведенного высказывания, которые дальше будут обозначены как *онтологическая* и *эпистемологическая*.

Онтологическая трактовка истинности в логике наиболее ярко представлена в логическом проекте Фреге. Истина — это значение декларативного предложения, его референциальная характеристика, и в этом смысле истина — объект в логическом мире Фреге. Соответственно логика оказывается наукой о бытии истины, а логическое следование предстает как обусловленное фундаментальными онтологическими отношениями между логическими объектами. Таким образом, утверждать, что данное высказывание истинно, значит, согласно онтологической интерпретации, утверждать, что значением данного высказывания является логический объект — истина.

Конкурирующий эпистемологический проект предполагает трактовку истинности как некоторой оценки. При этом истина теряет свой абсолютный онтологический характер и в определенном смысле релятивизируется. Тем самым «трудный» метафизический вопрос о природе истины фактически снимается. Истина становится свойством, которое сохраняется при переходе от посылок к заключению в корректном рассуждении («такие характеристики, как “быть истинным” и “быть ложным”, тоже являются признаками» [15, с. 17]). Суть эпистемологического подхода к логике очень емко выразил Э. Мендельсон на первых страницах своего «Введения в математическую логику».

> «Истинность или ложность отдельных посылок или заключений не интересует логика. Он желает лишь знать, вытекает ли истинность заключения из истинности посылок» [17, с. 1].

Развивая парадигму эпистемологического подхода, можно сказать, что данное высказывание истинно, если существуют определенные обстоятельства (во внеязыковой реальности, в самом высказывании или в ментальных состояниях субъекта), позволяющие оценить его как истинное. При этом ложность становится просто равносильна неистинности — отсутствию свойства истинности.

Таким образом, оказывается вполне оправданно различать два понимания истины: референциальную истину как абстрактный объект, выступающий в качестве значения (референта) высказывания, и инференциальную истину как номинализацию свойства «быть истинным», как оценку высказывания, которая переносится в правильном рассуждении с посылок на заключение.

Отмеченное различие в трактовке истины отнюдь не является чисто логическим. В истории философии онтологическая и эпистемологическая интерпретации истины встречаются достаточно часто. В качестве примера можно вспомнить трактат Ансельма Кентерберийского «Об истине», в котором разводятся «правильность и истинность высказывания (rectitudo et veritas enuntiationis), поскольку оно обозначает то, для обозначения чего было создано» и «правильность и истинность, поскольку оно обозначает в силу полученного свойства обозначать» (см. [14, с. 207–208]). При этом первое неизменно присуще высказыванию от природы, а второе переменно и привходяще. Вторит Ансельму Фома Аквинский, утверждающий, что предложение «Сократ сидит», в случае сидящего Сократа истинно в обоих смыслах — и по истине вещи (et veritate rei) как значащее выражение, и по истине обозначения (veritate significationis) как обозначающее истинное мнение, а в случае вставшего Сократа вторая истинность исчезает («Summa theologica»: I. 16, 2 к 3).

Еще более поразительное свидетельство о двойственном понимании истины содержится в буддистской доктрине двух истин (тиб. `bden-pa gnyis`). Согласно этой концепции существуют две истины: поверхностная, относительная, конвенциональная истина (тиб. `kun-rdzob bden-pa`) и глубинная, абсолютная (тиб. `don-dam bden-pa`). Их сложные взаимоотношения в одной из принятых интерпретаций могут быть проиллюстрированы через дистинкцию сущности и явления. Известны диаметрально противоположные трактовки двух истин — как взаимодополняющего единства (Цонкопа) и как контрадикторного противоречия, не совместимого в единой сущности (Горампа). См., например, [11].

В современной философии сознания это противостояние находит свое любопытное продолжение. Еще в 1950 г. в своей известной статье «Истина» Джон Остин писал:

> «Мы спрашиваем себя, является ли Истина субстанцией (Истина, Корпус Знания), либо она представляет собой качество (что-то сходное с красным цветом, неотъемлемо присущим истинам), либо отношение («корреспонденция»)» [13, с. 175].

В этом же контексте можно вспомнить популярную в недавнем прошлом диалектику абсолютной и относительной истины, второй, эпистемический компонент которой вообще представляет собой бесконечное множество степеней истинности, приближающихся, но не достигающих идеала онтологической истины.

За прошедшие годы тема онтологической и эпистемической истины не потеряла своей актуальности. Б. Эллиса, начинавший с предложения отправить на свалку истории старое метафизическое (онтологическое) понимание истины и заменить его новым эпистемологическим (см. [8]), в 2005 г. подводит некоторый итог своих философских исканий:

> «Я думаю, проблема состоит в том, что истина в самом деле является гибридным понятием... На данный момент, имея дело с гибридной природой истины, я предпочитаю разводить вопросы эпистемологии и онтологии» [7, с. 20].

Последовательно придерживаясь скептической линии, мы выражаем сомнение и в том, что эпистемическую и онтологическую интерпретации следует обязательно разводить. Возможно ли их объединение в едином понятии комплексной истины? Первоначально подобный вопрос кажется несколько надуманным и искусственным (метафизическим в худшем смысле этого слова). Однако если вернуться к отправной точке этого параграфа и обратиться к анализу нашего парадигмального примера «это высказывание истинно», оказывается, что вполне можно представить себе ситуации, когда мы допускаем сразу обе интерпретации, как сказал бы Н. Васильев «за раз». В самом деле, легко представить себе случай, когда, например, я знаю, что высказывание обозначает ложь, но оцениваю его как истинное, приемлемое. Такое сплошь и рядом встречается в процессе публичной полемики, когда ее участники прекрасно отдают отчет в смысле и значении высказываемых ими суждений, но по каким-то им одним ведомым стратегическим или прагматическим причинам предпочитают оценивать их по-другому. Вообще любое высказывание, подвергнутое ревизии в процессе научного познания, представляет собой пример расхождения онтологического значения и эпистемической оценки. Все хорошо помнят, как Птолемей считал, что Солнце вращается вокруг Земли. В те времена подобное высказывание служило примером онтологической лжи, спрятавшейся под одеждами эпистемически-истинного мнения.

Кроме всего прочего оказывается, что идея совмещения двух истин в одном не является столь новой и революционной. Здесь опять приоритет принадлежит буддийской философии, но на этот раз не тибетской, а китайскому варианту. Китайский мыслитель Цзи Цзан (549–623), ученик великого Фа Лана, один из выдающихся идеологов школы саньлунь оставил благодарным потомкам труд под названием «Смысл двух истин». В одном из разделов этой книги благодаря применению метода чатушкотики (буддийская тетралемма) он сумел обосновать так называемое «учение о четырех видах двух истин». Следует отметить, что основой учения о четырех видах послужила «концепция четырех альтернатив», разработанная его учителем Фа Ланом. Согласно Фа Лану, каждая из двух истин (в традиции китайского буддизма они интерпретировались соответственно как светская, мирская истина и реальная, подлинная истина) может «трансцендировать», «выходить за границы», «преодолевать» (`chueh`) или «не трансцендировать», «не выходить за границы», «не преодолевать» (`pu-chueh`). При этом трансцендируют они по-разному. Мирская истина преодолевает реальность и способствует временному бытию, тогда как подлинная истина преодолевает временное бытие и утверждает реальность. Впрочем, здесь мы касаемся материй, далеких от темы данной статьи. При желании с ними можно подробно ознакомиться, воспользовавшись книгой [3].

Итак, подводя итог этого параграфа, отметим, что две интерпретации истинности — онтологическая и эпистемическая — коренятся в древней философии и с завидным постоянством обнаруживают себя на всем протяжении развития философской мысли. Им соответствуют две трактовки истины: референциальная истина, представляющая собой значение высказывания, и инференциальная истина, представляющая собой оценку высказывания. При этом оправданно говорить не о двух истинах как самостоятельных сущностях, а двух компонентах единого целого-истинностного значения, которое больше не кажется простым и неделимым логическим объектом.

3 Редукция истинностных значений

Обобщение — не единственный способ получать новые совокупности истинностных значений. Оказывается, обратная процедура — редукция — также открывает интересные возможности в исследовании систем истинностных значений и их логик.

Осуществляя редукцию некоторой системы истинностных значений, мы отталкиваемся от того, что уже было ранее получено как результат обобщения. Например, обобщая множество **2** классических истинностных значений, получаем множество **4**, а редукция **4** дает обратно множество **2**. Что даст редукция, примененная к множеству **2**? Естественно предположить, что результатом такой редукции будет множество **1**, т. е. множество $\{t\}$. Тогда система классических истинностных значений может быть обратно получена из **1** обобщением, если полагать, что $\{t\}$ есть аналог классического значения **t** («истина»), а $\varnothing$ — аналог значения **f** («ложь»).

В предыдущем разделе речь шла о различении (по меньшей мере) двух трактовок истинности — референциальной и инференциальной. Идея редукции истинностных значений предоставляет удобный аппарат для формального построения семантики с двумя по-разному понимаемыми значениями «истина». Для начала возьмем два различных символа, t и 1, для представления референциальной и инференциальной истины соответственно. Будем рассматривать их как редуцированные истинностные значения. То есть в качестве исходным объектов мы принимаем $\{t\}$ и $\{1\}$. Тогда привычные двухэлементные множества истинностных значений $\{t, f\}$ и $\{1, 0\}$ возникают как множества степени множеств $\{t\}$ и $\{1\}$: $P(\{t\}) = \{\{t\}, \varnothing\}$ и $P(\{1\}) = \{\{1\}, \varnothing\}$, где $\varnothing$ выступает в качестве представителя лжи (f в одном, и 0 в другом случае). Теперь рассмотрим пропозициональные языки и семантические структуры, соответствующие двум описанным трактовкам истины.

Пусть L_t — пропозициональный язык со связками $\wedge_t$, $\vee_t$ и $\neg_t$. Определение формулы в этом языке стандартное. Для интерпретации языка построим следующую алгебраическую систему: $V_t = \langle P(\{t\}), \subseteq_t, \cap_t, \cup_t, -_t\rangle$ — и зададим оценку v_t как отображение множества пропозициональных переменных на множество $P(\{t\})$. Операции $\cap_t$ и $\cup_t$ представляют собой обычные теоретико-множественные операции пересечения и объединения, а $-_t$ есть операция дополнения.

Расширение данной функции на множество всех формул языка L_t описывается следующими равенствами:

$$\upsilon_t(A \wedge_t B) = \upsilon_t(A) \cap_t \upsilon_t(B);$$
$$\upsilon_t(A \vee_t B) = \upsilon_t(A) \cup_t \upsilon_t(B);$$
$$\upsilon_t(\neg_t A) = -_t \upsilon_t(A).$$

Теперь дадим определение логического следования:

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Для всяких формул A и B языка L_t,

$$A \models_t B \Leftrightarrow \forall \upsilon_t(\upsilon_t(A) \subseteq \upsilon_t(B)).$$

Ровно то же самое можно проделать для инференциальной истины 1, беря пропозициональный язык L_1 со связками $\wedge_1$, $\vee_1$ и $\neg_1$. Все необходимые конструкции и определения получаются из вышеприведенных заменой t на 1.

Ясно, что отношения $\models_t$ и $\models_1$ совпадают по объему с классическим отношением следования.

Следующий шаг — описание общей семантической структуры, которая может служить для интерпретации формул, для которых допускаются как референциальные, так и инференциальные истинностные значения. В качестве базиса такой структуры используем множество $\mathbf{II} = \{t\} \cup \{1\}$. Обобщение этого множества есть множество $P(\mathbf{II})$. Для элементов этого множества введем следующие обозначения:

$\{t, 1\}$ — $\mathbf{T1}$;
$\{t\}$ — $\mathbf{T0}$;
$\{1\}$ — $\mathbf{F1}$;
$\varnothing$ — $\mathbf{F0}$.

На множестве этих истинностных значений зададим стандартные теоретико-множественные операции $\cap$ и $\cup$. Нетрудно проверить, что множество $P(\mathbf{II})$ с данными операциями образует четырехэлементную решетку.

Теперь можно начать построение пропозиционального языка L_{TV}, содержащего пока только связки $\wedge$ и $\vee$ как аналоги решеточных операций. Таким образом, определяя функцию оценки υ как отображение множества пропозициональных переменных на $P(\mathbf{II})$, мы уже знаем, как расширить эту функцию на сложные выражения, содержащие в качестве главного знака связки

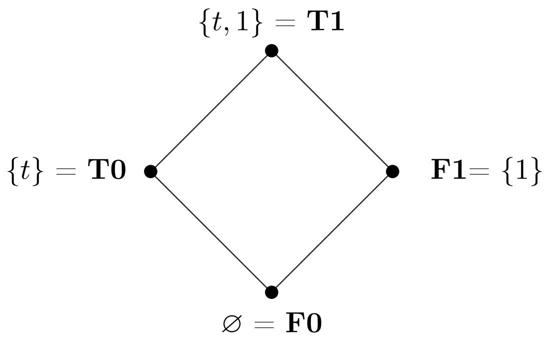

Рис. 3. Решетка A4

$\wedge$ или $\vee$. Для этого выпишем стандартные равенства:

$$v(A \wedge B) = v(A) \cap v(B),$$
$$v(A \vee B) = v(A) \cup v(B).$$

Следующий вопрос — какие одноместные операции на множестве $P(\mathbf{II})$ будут интересны и какого типа отрицания будут им соответствовать в нашем пропозициональном языке?

Рассмотрим ситуацию с точки зрения референциальной истинности t. Естественно определить на множестве $P(\mathbf{II})$ такую унарную операцию $\smile_t$, которая при отображении не затрагивает инференциальный компонент истинностного значения, т. е. не приводит к его появлению или исчезновению внутри всего полученного истинностного значения. А референциальный компонент, напротив, меняется. Например, возьмем значение $\mathbf{T1}$. Образом этого элемента является, в соответствии со сказанным, элемент $\mathbf{F1}$.

Аналогичные рассуждения можно провести и в отношении инференциальной истины, вводя на множестве $P(\mathbf{II})$ унарную операцию $\smile_1$. Табличное определение описанных операций приведено на рис. 4.

Продолжая построение пропозиционального языка L_{TV}, добавим к набору его исходных символов знаки операций отрицания: $\neg_t$ и $\neg_1$. Ясно, что расширенная оценка для формул с внешними отрицаниями задается выражением $v(\neg_i A) = \smile_i v(A)$, где

$X \in P(\mathbf{II})$	$\smile_t X$
T1	**F1**
T0	**F0**
F1	**T1**
F0	**T0**

$X \in P(\mathbf{II})$	$\smile_1 X$
T1	**T0**
T0	**T1**
F1	**F0**
F0	**F1**

Рис. 4. Определение операций $\smile_t$ и $\smile_1$.

$i \in \{t, 1\}$. Отношение следования определяется через теоретико-множественное включение:

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Для всяких формул языка L_{TV}, $A \models B \Leftrightarrow v(A) \subseteq v(B)$.

Заметим, что было бы правильнее называть эти отрицания «полуотрицаниями» в силу некоторых свойств этих логических связок, отличающих их от «полноценного» классического отрицания. В то же время, сравнивая свойства полуотрицаний, обнаруживаем их удивительный параллелизм:

1.	$\neg_t\neg_t A \models A$ и $A \models \neg_t\neg_t A$	$\neg_1\neg_1 A \models A$ и $A \models \neg_1\neg_1 A$
2.	$\neg_t(A \wedge B) \models \neg_t A \vee \neg_t B$	$\neg_1(A \wedge B) \models \neg_1 A \vee \neg_1 B$
3.	$\neg_t A \wedge \neg_t B \models \neg_t(A \wedge B)$	$\neg_1 A \wedge \neg_1 B \models \neg_1(A \wedge B)$
4.	$\neg_t A \wedge \neg_t B \models \neg_t(A \vee B)$	$\neg_1 A \wedge \neg_1 B \models \neg_1(A \vee B)$
5.	$\neg_t(A \vee B) \models \neg_t A \vee \neg_t B$	$\neg_1(A \vee B) \models \neg_1 A \vee \neg_1 B$

В то же время композиция полуотрицаний обладает всеми свойствами обычного булева отрицания:

6. $\neg_t A \models \neg_t B \ / \ \neg_1 B \models \neg_1 A$;
7. $\neg_1 A \models \neg_1 B \ / \ \neg_t B \models \neg_t A$.
8. $\neg_t\neg_1 A \models \neg_1\neg_t A$ и $\neg_1\neg_t A \models \neg_t\neg_1 A$;
9. $\neg_1\neg_t A \models \neg_t\neg_1 A$ и $\neg_t\neg_1 A \models \neg_1\neg_t A$;
10. $\neg_t\neg_1\neg_t\neg_1 A \models A$ и $A \models \neg_t\neg_1\neg_t\neg_1 A$;
11. $\neg_t\neg_1(A \wedge B) \models \neg_t\neg_1 A \vee \neg_t\neg_1 B$ и $\neg_t\neg_1 A \vee \neg_t\neg_1 B \models \neg_t\neg_1(A \wedge B)$;
12. $\neg_t\neg_1(A \vee B) \models \neg_t\neg_1 A \wedge \neg_t\neg_1 B$ и $\neg_t\neg_1 A \wedge \neg_t\neg_1 B \models \neg_t\neg_1(A \vee B)$;
13. $B \models \neg_t\neg_1 A \vee A$;
14. $\neg_t\neg_1 A \wedge A \models B$;

R. $A \models B \ / \ \neg_t\neg_1 B \models \neg_t\neg_1 A$.

4 «Гомогенные» и «гетерогенные» унарные операторы

Выделение унарных операторов полуотрицания открывает интересные перспективы для дальнейших исследований. Очевидно, что кроме этих двух связок существует множество других унарных операторов, достойных внимания. В рамках данной статьи представляется уместным предложить их обобщенную классификацию.

Сформулируем ряд условий, характеризующих наличие или отсутствие элементов обобщенного множества значений $\{t, 1\}$ в множестве, представляющем собой оценку для произвольного оператора $\sharp$. При этом естественно развести эти условия в две группы. К первой группе будут относиться «гомогенные» условия, т. е. такие, которые выражают зависимость наличия или отсутствия данного значения в оценке оператора от наличия или отсутствия того же значения в оценке подоператорной формулы. Пример «гомогенного» условия представляет следующее выражение: $1 \in v(A) \Leftrightarrow 1 \in v(\sharp A)$. К другой, «гетерогенной» группе, будут относиться условия, выражающие смешанные характеристики, когда наличие или отсутствие одного значения связывается с наличием или отсутствием другого, например, $t \in v(A) \Leftrightarrow 1 \in v(\sharp A)$.

«Гомогенные» условия:		**«Гетерогенные» условия**:	
(1)	$1 \in v(A) \Leftrightarrow 1 \in v(\sharp A)$	(3)	$t \in v(A) \Leftrightarrow 1 \in v(\sharp A)$
$(\bar{1})$	$1 \in v(A) \Leftrightarrow 1 \notin v(\sharp A)$	$(\bar{3})$	$t \in v(A) \Leftrightarrow 1 \notin v(\sharp A)$
(2)	$t \in v(A) \Leftrightarrow t \in v(\sharp A)$	(4)	$1 \in v(A) \Leftrightarrow t \in v(\sharp A)$
$(\bar{2})$	$t \in v(A) \Leftrightarrow t \notin v(\sharp A)$	$(\bar{4})$	$1 \in v(A) \Leftrightarrow t \notin v(\sharp A)$

Хорошо видно, что некоторые из приведенных условий являются попарно несовместимыми. В «гомогенной группе» это условия (1) и $(\bar{1})$, (2) и $(\bar{2})$. А в «гетерогенной» — (3) и $(\bar{3})$, (4) и $(\bar{4})$. Теперь рассмотри возможные сочетания условий внутри каждой группы. Очевидно, что непротиворечивое совмещение условий внутри группы возможно только попарно. Это позволяет рассмотреть два семейства унарных операторов.

Гомогенные» унарные связки:
$(\bar{1})$ и (2) — полуотрицание$_1$ $(\neg_1)$;
(1) и $(\bar{2})$ — полуотрицание$_2$ $(\neg_2)$;

A	$\neg_1 A$	$\neg_2 A$	$\neg_r A$	$\sim A$	iA	$\star A$	$\Lsh A$	$\Rsh A$
T1	**T0**	**F1**	**F0**	**F0**	**T1**	**T1**	**T0**	**F1**
T0	**T1**	**F0**	**T0**	**F1**	**T0**	**F1**	**F0**	**T1**
F1	**F0**	**T1**	**F1**	**T0**	**F1**	**T0**	**T1**	**F0**
F0	**F1**	**T0**	**T1**	**T1**	**F0**	**T1**	**F1**	**T0**

Рис. 5. Сводная таблица унарных операторов

$(\bar{1})$ и $(\bar{2})$ — булево отрицание ($\sim$);
(1) и (2) — тождественное преобразование (i).

В этой группе вместе с двумя полуотрицаниями оказывается булево отрицание и оператор тождественного преобразования. А вот отрицание Де Моргана относится уже к «гетерогенной» группе.

«Гетерогенные» унарные связки:
$(\bar{3})$ и (4) — «левый поворот» ($\Lsh$);
(3) и $(\bar{4})$ — «правый поворот» ($\Rsh$);
$(\bar{3})$ и $(\bar{4})$ — отрицание Де Моргана ($\neg_r$);
(3) и (4) — семантический сдвиг ($\star$).

Примечательно, что к этой группе относится оператор «звезды», представляющий собой синтаксический аналог известной по семантикам релевантной логики функции «звезды» — star-function. Взаимоотношения между этим операторами внутри самих групп удобно представить с помощью сводной таблицы истинности (см. рис. 5).

Совместить условия из разных групп чисто механически не представляется возможным. Однако ничто не мешает рассмотреть суперпозиции различных одноместных операторов. Вообще говоря, каждая из групп оказывается замкнутой относительно суперпозиции одноместных операторов. Но стоит допустить суперпозицию операторов из разных групп, и некоторые одноместные операторы получают новое, интересное выражение. Так, странные связки левого и правого поворотов из «гетерогенной группы» оказываются выразимы через полуотрицания «гомогенной группы» и оператор «звезды» из «гетерогенной» группы: левый поворот $\Lsh$ равносилен сочетанию $\neg_1\star$ или $\star\neg_2$. А булево отрицание из «гомогенной» группы вполне предсказуемо выражается через тот же оператор «звезды» и отрицание Де Моргана: $\sim$ есть не что иное, как $\star\neg_r$ или $\neg_r\star$.

Можно предположить, что набор $\langle\star,\ \neg_1,\ \neg_2\rangle$ является функционально полным относительно описываемого множества унарных связок, т. е. с его помощью выражаются все остальные связки из обеих групп. Тождественное преобразование равносильно сочетанию левого и правого поворотов, как выражаются повороты, мы уже видели выше, выражение булева и деморганова отрицаний также уже встречались в тексте статьи. Точно также функционально полным в указанном выше смысле будет набор, включающий отрицание Де Моргана и два полуотрицания. Правдоподобным представляется утверждение, что для выражения любых унарных связок из двух групп необходимо иметь хотя бы один оператор с неподвижной точкой (оператор «звезды» или деморганово отрицание).

5 Заключение

Итак, подводя итоги нашего исследования, следует отметить, что предложена новая трактовка истинностных значений как комплексных молекулярных образований. Редукция этих комплексов, двойственная процедуре обобщения, позволяет выявить в их составе референциальную (онтологическую) и инференциальную (эпистемолгическую) составляющие, что находит свои подтверждения в истории философии. Формализация пространства комплексных истинностных значений и построение соответствующей системы значений привели к обнаружению двух унарных операторов, названных в статье «полуотрицаниями». Каждое из таких полуотрицаний обладает ровно половиной свойств обычного отрицания, а их суперпозиция равносильна классическому булеву отрицанию.

На очереди формализация получившейся системы значений (семантической логики). Кроме того, дополнительный интерес представляет рассмотрение возможности построения логик только с одним из полуотрицаний и логик с несколькими «гомогенными» или «гетерогенными» унарными связками.

Литература

[1] *Belnap N. D.* A useful four-valued logic // Dunn J. M. and Epstein G.(eds.), Modern Uses of Multiple-Valued Logic. Reidel Publishing Company. Dordrecht, 1977. P. 8–37.

[2] *Belnap N. D.* How a computer should think // Ryle G. (ed.). Contemporary Aspects of Philosophy. Oriel Press. 1977. P. 30–55.

[3] *Chang-Qing Shih.* The two truths in Chinese Buddhism. Delhi, 2004.

[4] *Dunn J. M.* The Algebra of Intensional Logics. Doctoral Dissertation. University of Pittsburgh, Ann Arbor, 1966 (University Microfilms).

[5] *Dunn J. M.* An intuitive semantics for first degree relevant implications (abstract) // Journal of Symbolic Logic. 1971. Vol. 36. P. 362–363.

[6] *Dunn J. M.* Intuitive semantics for first-degree entailment and coupled trees // Philosophical Studies. 1976. Vol. 29. P. 149–168.

[7] *Ellis B.* Constructing an Ontology // Valore P. (ed.), Topics on General and Formal Ontology. Polimetrica. International Scientific Publisher. 2005. P. 15–26.

[8] *Ellis B.* An Epistemological Concept of Truth // Brown R., Rollins C. D. (eds.), Contemporary Philosophy in Australia. 1969. Vol. 6. P. 52–72.

[9] *Shramko Y., Dunn J. M. and Takenaka T.* The trilattice of constructive truth values // Journal of Logic and Computation. 2001. Vol. 11. P. 761–788.

[10] *Shramko Y., Wansing H.* Some useful sixteen-valued logics: How a computer network should think // Journal of Philosophical Logic. 2005. Vol. 34. P. 121–153.

[11] *Thakchoe S.* The relationship between the two truths: a comparative analysis of two Tibetan accounts // Contemporary Buddhism. 2003. Vol. 4. P. 111–127,

[12] *Zaitsev D.* A few more useful 8-valued logics for reasoning with tetralattice $EIGHT_4$ // Studia Logica. 2009. Vol. 92. P. 265–280.

[13] Аналитическая философия: становление и развитие. М., 1998.

[14] *Ансельм Кентерберийский.* Об истине // Антология средневековой мысли. СПб., 2001. С. 203–230.

[15] *Бочаров В. А., Маркин В. И.* Введение в логику. М., 2007.

[16] *Ванзинг Г., Шрамко Я. В.* Логика компьютерных сетей // Логические исследования. Вып. 12, М., 2005.

[17] *Мендельсон Э.* Введение в математическую логику. М., 1971.

[18] *Шрамко Я. В.* Обобщенные истинностные значения: решетки и мультирешетки // Логические исследования. Вып. 9. М., 2002. С. 264–291.