
Модификации семантики Фреге и семантики Данна для сентенциональных логик

С.А. ПАВЛОВ

ABSTRACT. We propose some modifications of Frege's and Dunn's semantics by eliminating the denotate falsehood from semantic contexts and using only truth and semantic and syntactical negations for the construction of semantics. A class of T-logics as well as two-, three- and four-valued interpretations determined by this approach, is formulated semantically with the only denotate truth.

В данной работе предлагаются модификации семантики Фреге и семантики Данна, состоящие в изменении семантического статуса денотата ложь и элиминации термина «ложь» из семантических контекстов.

Пусть имеется язык классической сентенциональной логики L с отрицанием ' \sim ' и импликацией \rightarrow . Сентенциальные переменные p, q . Правила построения формул стандартные. Пусть $A, \sim A, B, \sim B$ есть предложения (формулы) этого языка.

Как известно, Фреге предложил рассматривать предложения и высказывания как имена, денотатами (bedeutung, истинностными значениями) которых являются абстрактные предметы истина и ложь [3]. Согласно учению Фреге об истинности и ложности все истинные предложения обозначают истинностное значение истину, а все ложные предложения — истинностное значение ложь. Также принимается принцип бивалентности, согласно которому любые предложения языка классической логики либо истинны, либо ложны. Из этих положений следует ряд семантических утверждений.

В классическом случае имеют место следующие эквивалентности:

' A ' обозначает истину е.т.е. ' $\sim A$ ' не обозначает истину,

‘ A ’ обозначает истину е.т.е. ‘ $\sim A$ ’ обозначает ложь,
 ‘ A ’ обозначает истину е.т.е. ‘ A ’ не обозначает ложь.

И также

‘ $\sim B$ ’ обозначает истину е.т.е. ‘ B ’ не обозначает истину,
 ‘ $\sim B$ ’ обозначает истину е.т.е. ‘ $\sim B$ ’ не обозначает ложь,
 ‘ $\sim B$ ’ обозначает истину е.т.е. ‘ B ’ обозначает ложь.

Принцип бивалентности, в свою очередь, эквивалентен следующим дилеммам:

либо ‘ A ’ обозначает истину, либо ‘ A ’ обозначает ложь;
 либо ‘ A ’ обозначает истину, либо ‘ $\sim A$ ’ обозначает истину;
 либо ‘ A ’ обозначает истину, либо ‘ A ’ не обозначает истину.

Только некоторые из этих семантических утверждений используются в семантических правилах, а большая часть этих тривиальных утверждений обычно не рассматривается. Если посмотреть на них внимательно, то можно увидеть, что некоторые из них можно считать информационно избыточными. В частности, семантические утверждения, в которых встречается термин «ложь», можно заменить утверждениями, в которых этот термин не фигурирует, согласно следующим эквивалентностям:

‘ $\sim A$ ’ обозначает ложь е.т.е. ‘ A ’ обозначает истину,
 ‘ B ’ обозначает ложь е.т.е. ‘ $\sim B$ ’ обозначает истину.

Другая же пара эквивалентностей:

‘ $\sim A$ ’ обозначает ложь е.т.е. ‘ $\sim A$ ’ не обозначает истину,
 ‘ B ’ обозначает ложь е.т.е. ‘ B ’ не обозначает истину —

наводит на идею, что тезис Фреге, приведенный выше, может быть модифицирован следующим образом: все истинные предложения обозначают истину, а все ложные (то есть не истинные) предложения не обозначают истину.

Говоря другими словами, нет необходимости в допущении существования такого абстрактного предмета, как ложь [1], поэтому далее будем исходить из того, что истина существует, а ложь не существует (в качестве денотата).

С учетом того, что семантическое утверждение «‘ A ’ не обозначает истину» тождественно утверждению «неверно, что ‘ A ’ обозначает истину», все семантические утверждения можно привести к единообразному виду: «‘ A ’ обозначает истину» и отрицанию подобных семантических утверждений, имеющих вид «неверно, что ‘ A ’ обозначает истину».

В соответствии с предложенной модификацией все вышеприведенные семантические утверждения вытекают для классического случая из дилеммы: либо предложение 'A' обозначает истину, либо предложение ' $\sim A$ ' обозначает истину, которую назовем дилеммой истины.

Следовательно, на онтологическом уровне имеем только один денотат истина, но на семантическом уровне имеем две оценки предложений, основанные на том, что эти предложения могут либо обозначать, либо не обозначать истину. То есть можно говорить о нарушении симметрии истинности и ложности на онтологическом уровне.

Прежде чем перейти к другим интерпретациям, которых для классической логики имеется немало (среди них выделяют главную), желательно в дальнейшем различать семантические отношения «обозначать» (to denote) и «принимать значение» (to have values), то есть различать семантику в обычном смысле и абстрактные математические интерпретации, которые, подчеркнем, предложенная нефункциональная модификация семантики Фреге не затрагивает.

В теории имен Фреге рассматриваются как собственные (единичные) имена, так и пустые имена. Следствием рассматриваемой модификации семантики Фреге является то, что истинные предложения остаются единичными именами, а ложные предложения рассматриваются как пустые имена. Это позволяет построить еще одну интерпретацию языка логики. Сопоставим истинным предложениям одноэлементные множества, единственным элементом которых будет денотат истина, а ложным предложениям (которые не обозначают истину) — пустое множество. При этом конъюнкции двух предложений будет соответствовать множество, являющееся пересечением множеств, соответствующих этим предложениям, а дизъюнкции двух предложений будет соответствовать объединение. В результате получаем булеву алгебру.

Интерпретация языка сентенциональной логики, основанная на идеях Данна, состоит в отождествлении подмножеств двухэлементного множества {истина, ложь}, которое он в [4] записывает как $\{1, 0\}$, с истинностными значениями T, F, B, N :

$$T = \{1\}, F = \{0\}, B = \{1, 0\}, N = \{\}.$$

Для случая классической логики модифицируем семантику Данна следующим образом. В качестве исходного множества, подмножества которого будут отождествляться с истинностными значениями, вместо двухэлементного возьмем одноэлементное множество {истина}. Тогда два традиционных истинностных значения, которые мы будем символизировать здесь как I , L , будут отождествляться с подмножествами множества {истина} следующим образом:

$$I = \{\text{истина}\}, L = \{\}$$

В этом случае содержательно смысл этих значений можно передать словами «истина» и «пустота» («пустое множество»). Отметим также, что содержательный смысл значений F , N и L различен, так как они фигурируют в разных семантических контекстах.

Перейдем к рассмотрению неклассического случая, для которого принцип бивалентности нарушается. Предложению 'A' поставим в соответствие упорядоченную пару предложений $\langle A, \sim A \rangle$, каждое из которых независимо одно от другого обозначает либо не обозначает истину. Отметим, что у нас есть два разных отрицания: одно (синтаксическое) принадлежит языку логики, другое (семантическое) метаязыку семантики. Тем самым для каждой пары предложений имеем четыре возможных варианта денотации, выражаемых в тетралемме истины: (1) либо 'A' обозначает истину и неверно, что ' $\sim A$ ' обозначает истину, (2) либо неверно, что 'A' обозначает истину, и ' $\sim A$ ' обозначает истину, (3) либо 'A' обозначает истину и ' $\sim A$ ' обозначает истину, (4) либо неверно, что 'A' обозначает истину, и неверно, что ' $\sim A$ ' обозначает истину.

Четырем членам тетралеммы можно сопоставить четыре оценки: истинно и неложно, ложно и неистинно, истинно и ложно, ни истинно, ни ложно соответственно.

Различные ограничения, наложенные на эту тетралемму, или отсутствие этих ограничений ведут к различным семантикам (которые будем называть Т-семантиками) для ряда неклассических логик (которые будем называть Т-логиками), многие из которых рассмотрены в [2].

Примерами таких ограничений могут служить нижеследующие положения.

Неверно, что ‘ A ’ обозначает истину и ‘ $\sim A$ ’ обозначает истину.
 ‘ A ’ обозначает истину или ‘ $\sim A$ ’ обозначает истину.

Либо ‘ A ’ обозначает истину, либо ‘ $\sim A$ ’ обозначает истину.

Эти ограничения ведут к трех- и двухвалентным интерпретациям. Отметим, что об одновалентных интерпретациях речи нет. Таким образом, возможность построения различных семантик, несмотря на наличие только одного денотата истина, имеется за счет наличия двух типов отрицания и различных семантических ограничений.

Модификация идеи Данна для неклассического случая с использованием бисентенциональной семантики приводит к следующим отождествлениям истинностных значений T , F , B , N с парами подмножеств одноэлементного множества {истина}.

$$\begin{aligned} T &= \langle \{\text{истина}\}, \{\} \rangle, \\ F &= \langle \{\}, \{\text{истина}\} \rangle, \\ B &= \langle \{\text{истина}\}, \{\text{истина}\} \rangle, \\ N &= \langle \{\}, \{\} \rangle. \end{aligned}$$

Эти четыре значения подобны оценкам, соответствующим членам тетралеммы.

В заключение отметим, что предложенная бисентенциональная семантика позволяет выделить класс Т-логик, а также математических интерпретаций, семантически основанных только на истине (единственном денотате истина), тем самым исходя из утверждения Фреге, что «логика есть наука о наиболее общих законах бытия истины». При этом необходимо использовать различные возможные зависимости или же их отсутствие между утверждениями о денотации для предложения ‘ A ’ и его отрицания, то есть ‘ $\sim A$ ’. Полученные таким образом семантики с единственным денотатом истина могут быть согласованы с двух-, трех- и четырехвалентными интерпретациями логик из вышеупомянутого класса Т-логик.

Литература

- [1] Павлов С.А. Термины «истинность» и «ложность» в языке // IV Российский философский конгресс: Философия и будущее цивилизации. Тезисы докладов и выступлений IV Российского философского конгресса. Том I. М., 2005. С. 525.
- [2] Павлов С.А. Логика с операторами истинности и ложности. М., 2004.
- [3] Фреге Г. О смысле и значении // Логика и логическая семантика. М., 2000. С. 230–246.
- [4] Dunn J.M. Partiality and its Dual // Studia Logica. 2000. Vol. 65. P. 5–40.