

Е.Е. Ледников

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПЕРВОПОРЯДКОВОЙ КВАНТОРНОЙ ЛОГИКИ ЗНАНИЯ И МНЕНИЯ*

Abstract. *In the paper some general traits of First-order Logic of knowledge and belief are discussed. As soon as such Logic is built as specific modal logic with epistemic and doxastic modal operators, rules of universal instantiation, existential generalization and substitutivity of identity must be modified with order to avoid well-known modal paradoxes. It is proposed in the paper to consider as genuine singular terms only individual descriptions for which epistemic (or doxastic) existence is proved. Such descriptions are used with appropriate contextual definitions that differ from definitions of Russel's theory. No modal paradoxes arise under approach proposed.*

При построении логики знания и мнения мы руководствуемся рекомендацией Я. Хинтикки [1] рассматривать понятия знания и мнения в качестве модальных операторов, действующих на предложения. Нами в [2] была предложена аксиоматическая формулировка минимальной пропозициональной логики знания и мнения (KB_{\min} -логики) и семантика для нее. Главная семантическая идея заключается в том, чтобы в качестве эпистемических альтернатив рассматривать неполные описания состояний, а в качестве доксатических альтернатив – еще и противоречивые описания состояний. Эта идея приводит к тому, что в KB_{\min} -логике не будут корректными ни эпистемический, ни доксатический аналоги правила Гёделя, то есть правила: если $\vdash A$, то $\vdash (K_a)A$; если $\vdash A$, то $\vdash (B_a)A$. (Здесь K_a – это личностный эпистемический модальный оператор «субъект α знает, что...», B_a – личностный доксатический модальный оператор «субъект α полагает, что»).

В данной работе мы наметим пути построения кванторной первопорядковой логики знания и мнения. Прежде всего, требуется решить, по каким объектам будет происходить квантификация (какой смысл будут иметь *de re* модальности), то есть отвести давно известные возражения У. Куайна против квантификации в модальных контекстах. Нами ранее указывалось [3], что объектами квантификации в эпистемических контекстах должны быть «известные» индивиды. Соответственно, объектами квантификации в

* Работа выполнена при поддержке РФНФ, грант № 04-03-00144а.

доксатических контекстах должны быть, так сказать, «полагаемые» индивиды. Подобные индивиды задаются в языке логики знания и мнения индивидуными дескрипциями, понимаемыми в духе Рассела как «неполные» символы, но с контекстуальными определениями, отличающимися от расселовских с учетом специфики эпистемических и доксатических контекстов. «Известный» индивид характеризуется дескрипцией вида

$$E_k!(ix)A =_{df} (\exists y)[K_a(\forall z)(A \equiv z = y)],$$

контекстуально элиминируемой с помощью определения

$$[(ix)A]D(ix)A =_{df} (\exists y)[K_a(\forall z)(A \equiv z = y) \& D(y)],$$

а «полагаемый» индивид – дескрипцией вида

$$E_b!(ix)A =_{df} (\exists y)[B_a^n(\forall z)(A \equiv z = y)],$$

контекстуально элиминируемой с помощью определения

$$[(ix)A]G(ix)A =_{df} (\exists y)[B_a^n(\forall z)(A \equiv z = y) \& G(y)].$$

В приведенных определениях выражение $[(ix)A]D(ix)A$ обозначает формулу D из эпистемического контекста, содержащую на аргументном месте индивидуальную дескрипцию $(ix)A$, причем область действия этой дескрипции максимальна, выражение $[(ix)A]G(ix)A$ обозначает формулу G из доксатического контекста, содержащую на аргументном месте индивидуальную дескрипцию $(ix)A$, причем область действия дескрипции максимальна, а B_a^n – это модальный профиль формулы G , вычисляемый по правилам, зависящим от дедуктивных особенностей выбранной доксатической логики. Дело в том, что логика знания, по-видимому, по своим дедуктивным свойствам такова, что пропозициональная ее часть должна быть изоморфна алетической модальной логике $S4$, а логика мнения, соответственно, в своей пропозициональной части изоморфна алетической системе $C2$, самой слабой из систем, для которых еще существует семантика Крипке.

Исходя из сказанного, формулировка кванторных правил \forall -удаления и \exists -введения в эпистемических контекстах приобретает следующий вид:

(\forall -удаление) если формула D_2 отличается от формулы D_1 только вхождением индивидуальной дескрипции $(ix)A$ на месте свободного вхождения индивидуальной переменной w , то

$$\vdash (\exists y)[K_a(\forall z)(A \equiv z = y)] \supset (\forall w)D_1 \supset D_2$$

(\exists -введение) если формула D_2 отличается от формулы D_1 только вхождением индивидуальной дескрипции $(ix)A$ на месте свободного вхождения индивидуальной переменной w , то

$$\vdash D_2 \supset (\exists w)D_1.$$

Особенность последнего правила состоит в том, что контекстуальное определение формулы D_2 предполагает ее истинность

только при эпистемическом существовании и единственности дескрипции $(ix)A$. Поэтому дополнительная посылка существования последней была бы излишней. Для доксатических контекстов правила будут выглядеть аналогично, только на месте эпистемологического оператора личностного знания K_a в формулах будет стоять модальный профиль B_a^n .

Еще одна проблема квантификации в эпистемических и доксатических контекстах связана с поведением тождества. Так, хотя высказывание «Утренняя Звезда = Вечерняя Звезда» является истинным, подстановка этих тождественных имен друг вместо друга не всегда возможна в эпистемических и доксатических контекстах. (Например, школьник Иван знает, что Утренняя Звезда – это планета Венера, но не знает, что она же является Вечерней Звездой). Однако, если принять во внимание предлагаемые нами контекстуальные определения индивидуальных дескрипций, то ни в эпистемических, ни в доксатических контекстах нарушение правила подставимости тождественного не будет иметь места. В эпистемических контекстах для этого достаточно принять следующие правила подстановки индивидуальной дескрипции на место свободного вхождения сингулярного термина (индивидуальной переменной):

(= - подставимость) если формула D_2 отличается от формулы D_1 только вхождением индивидуальной дескрипции $(ix)A$ на месте свободного вхождения индивидуальной переменной w , то

$$\vdash (\exists y)[K_a(\forall z)(A \equiv z = y)] \supset: (ix)A = w. \supset. D_1 \equiv D_2,$$

и правило подстановки одной индивидуальной дескрипции вместо другой:

(= - подставимость) если формула D_2 отличается от формулы D_1 только вхождением индивидуальной дескрипции $(ix_2)A_2$ на месте вхождения индивидуальной дескрипции $(ix_1)A_1$, то

$$\vdash (\exists z_1)[K_a(\forall x_1)(A_1 \equiv x_1 = z_1)] \ \& \ (\exists z_2)[K_a(\forall x_2)(A_2 \equiv x_2 = z_2)] \supset: (ix_1)A_1 = (ix_2)A_2. \supset. D_1 \equiv D_2$$

Аналогичные правила могут быть сформулированы для доксатических контекстов (опять на месте эпистемического оператора личностного знания K_a будет стоять модальный профиль B_a^n). С учетом приведенных правил подставимости тождественного становится ясно, что, скажем, формула $[a = b \supset K_a(a = b)]$ или формула $[a = b \supset B_a^n(a = b)]$ (где a, b - индивидуальные константы экстенционального языка) не являются общезначимыми, хотя общезначимой будет формула $(\forall x)(\forall y)[x = y \supset K_a(x = y)]$ (и, соответственно, формула $(\forall x)(\forall y)[x = y \supset B_a^n(x = y)]$). Поскольку в предлагаемой нами логике удаление квантора общности осуществляется по индивидуальным дескрипциям, для которых доказано эпистемическое (доксатическое) существование и единственность в соответ-

ствии с правилами \forall -удаления для соответствующих контекстов, в ней никакие парадоксы «эпистемически (доксатически) необходимого тождества» возникать не будут.

Следующий вопрос, требующий предварительного выяснения, касается «возможных миров» в семантике для кванторной перво-порядковой логики знания и мнения. Как нами уже указывалось [2], область мнений шире области знаний, включает в себя последнюю. А раз так, то должна существовать общая часть эпистемических альтернатив, входящая в любую доксатическую альтернативу. Эта общая часть состоит из атомарных формул (высказываний), некоторого множества предикатных формул со свободными и связанными переменными, а также некоторого множества формул, не содержащих свободных вхождений индивидуальных переменных. В таком случае знание по-прежнему будет имплицировать мнение (но не наоборот), как это имело место в пропозициональной логике знания и мнения. Но формулировка кванторной перво-порядковой логики знания и мнения в законченном виде, как и ее семантики – дело дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хинтиikka Я. Семантика пропозициональных установок // Логико-эпистемологические исследования. М., 1980. С. 68-101.
2. Ледников Е.Е. О семантике знания и мнения // Логико-философские штудии-3. Санкт-Петербург, 2005. С. 460-463.
3. Ледников Е.Е. Существование и индивидуальные дескрипции // Логические исследования. М., 2002. Вып. 9. С. 113-118.