

А.М. Анисов

ПОНЯТИЕ РЕАЛЬНОСТИ И ЛОГИКА *

Abstract. *This paper discusses a philosophical notion of reality and shows that it was entangled with mysteries. Furthermore it argues that only through employment of methods of logic it becomes possible to overcome delusions and master complexities on the path of analysis of the notion of reality.*

Понятие *реальности* – философское. Ни одна из областей знания, кроме философии, не говорит о реальности как таковой. Наука *логика*, за исключением её чисто технических разделов, – часть философии. Точнее, когда логика выступает как теория рассуждений, – это философия. Когда логика теряет из виду рассуждения (заменяя их, например, изучением алгебр), она переходит в область математики. Логика как теория мышления – тоже философия, только устаревшая. Ибо будучи теорией рассуждений, логика касается не только мышления, но и того, о чём размышляют, т.е. реальности.

Как же рассуждают о реальности? – Согласимся, весьма поразному! И дело здесь не только в философских разногласиях (одни говорят, что реальность – характеристика субъекта; другие считают, что реальность потому и реальность, что существует независимо от субъекта, и т.п.), хотя их следует иметь в виду. Проблема глубже. Когда физик рассуждает об элементарных частицах, физиолог о рефлексах, лингвист о глаголах, математик о числах, историк о феодализме, социолог о безработице, биолог о генах и т.д. и т.п., – все они говорят о реальности. А когда мы объясняем, где что купить, как пройти туда или сюда и каков на самом деле он или какова она, – разве не о реальности мы говорим? Выясняются, таким образом, две вещи. Во-первых, о реальности говорят все, кто вообще способен говорить и рассуждать. Во-вторых, говорят они о ней настолько по-разному, что люди перестают понимать друг друга. Специалист по квантовой механике не понимает астронома, и наоборот (хотя оба физики); математический логик и математик тополог далеки друг от друга, как «да» и «нет»; эволюционист не заменит генетика, а высококлассный генетик может ничего не смыслить в эволюции; вдохновенные разговоры об общих знакомых оставят равнодушными тех, кто с ними не знаком... Продолжать можно до бесконечности. Как после всего ска-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 04-03-00344.

занного понять тех философов, кто утверждает, что реальность *едина* (в любом смысле этого слова)? Особенно любопытно, когда при этом добавляют: «*на самом деле едина*».

Вот это «на самом деле», а также все аналогичные обороты типа: в действительности, в реальности, объективно и проч. и составляет проблему. Каждый, интересующийся философией, так или иначе сталкивался с утверждениями, в построение которых входит пресловутое «на самом деле». Ситуация примерно такова. Вначале говорится, что наши знания о реальности такие-то и такие-то. Затем вдруг следует заявление: но *на самом деле* реальность не такая, а такая. С некоторым ужасом предвижу, что и многие читатели разделяют данный подход. Рассмотрим следующий пример. Лектор-философ объясняет слушателям, что ещё в древности некоторые мыслители пришли к правильному выводу о том, что Земля – шар. Затем он на мгновение задумывается и, тонко улыбнувшись, добавляет: но мы-то знаем, что «шар» – это абстракция, шаров на самом деле не бывает! Возникает законный вопрос: так Земля шар или не шар? Или надо принять диалектическое «и шар, и не шар»? Логика учит, что принятие противоречия вида А и неА ведёт к катастрофе, поскольку становится доказуемым любое утверждение. Это так и в классической логике, и в логике интуиционистской (а других логик в общем-то и нет в том смысле, что по ним либо вообще никто не рассуждает, либо рассуждают, да и то изредка, лишь их создатели). Остаётся выбрать одну из альтернатив. Какую выберем – ту, которая повествует о мудрости древних, догадавшихся, что Земля – шар, или, сурово следуя по пути истины, ту, которая утверждает, что Земля на самом деле не шар?

Если эта работа попадётся на глаза человеку, имеющему геологические познания, то ему весь спор по поводу формы Земли может показаться результатом невежества. Разве в современной геологии не было установлено, что Земля – не шар, а *геоид*. Однако, к сожалению, проблема отнюдь не исчезла. «Геоид» буквально означает «подобный Земле». Получается (включаем элементарную логику), что утверждение «Земля имеет форму геоида» трансформируется в тавтологию «Земля имеет форму, подобную форме Земли». Разумеется, геологи не приняли бы эту тавтологию в качестве ответа на вопрос о форме Земли. Вместо этого геология предлагает *формулу*, описывающую геоид (более сложную, чем формулу, описывающую поверхность шара). Но как только понятие «геоид» получает математически точное определение, вновь обретают силу прежние аргументы: «геоид» – это абстракция, гео-

идов, как и шаров, на самом деле не существует; следовательно, Земля – не геоид.

Теперь мы готовы поставить один из основных вопросов данной работы. Философская проблема заключается, конечно, не в специально-научном вопросе о форме Земли, а в том, *есть ли у нас основания судить о реальности иначе, чем это вытекает из полученных знаний об этой реальности?* Иными словами, правомерны ли выражения следующего вида: *мы имеем знание о том, что A (или неA); однако на самом деле в реальности имеет место неA (или A)*. Выше были приведены два, как нам представляется, показательных примера выражений такого рода. Сформулируем их кратко в общей форме. 1. Знание о реальности вообще и научное знание в особенности явно не образуют никакого единства; тем не менее, *на самом деле* реальность едина (или, если угодно, одна). 2. Все наши абстракции (особенно математические) в той или иной степени искажают реальность; реальность *на самом деле* не такая.

Мы полагаем, что тезисы 1 и 2 являются глубоко укоренёнными заблуждениями. Пролить свет на природу этих заблуждений позволяет современная логика. Вначале о тезисе 1. Логика членит мир по *объектно-предикатной схеме*. Иными словами, первичными сущностями признаются не физические атомы, не элементарные частицы, не идеальные числа, не сознательные личности и т.п., а объекты, которые обладают свойствами и вступают между собой в отношения. Ни сами объекты, ни их предикаты (т.е. свойства и отношения) заранее не предполагаются реальными. Одни из объектов реальны (атомы, элементарные частицы, люди), другие идеальны (числа) и т.д. Но вот интересный итог логического анализа: в логике отсутствует понятие о *совокупности всех возможных объектов*. Более узкая *совокупность всех возможных объектов науки* также отсутствует. В лучшем случае, да и то в весьма проблематичном смысле, можно вести речь о всех объектах какой-либо отдельной науки, например, математики или физики. В общей ситуации логика предлагает использовать структуры вида $\langle U, R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$, где U – ограниченная область объектов (ограниченная в том смысле, что имеются и другие, отличные от U , области объектов), а R_i – предикаты, соотнесённые с объектами из U . Другая совокупность объектов, скажем V ($U \neq V$), породит, вообще говоря, и другие предикаты Q_j , причём связи между структурами $\langle U, R_1, R_2, \dots, R_n \rangle$ и $\langle V, Q_1, Q_2, \dots, Q_m \rangle$ может не быть, независимо от того, реальны ли объекты из U и V .

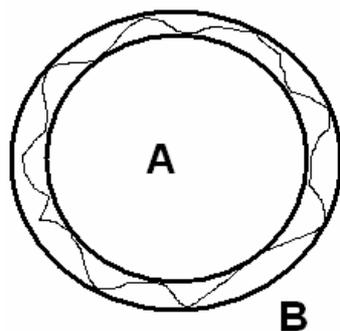
Поэтому на основании логических данных правомерно говорить о плюрализме реальностей, об их множественности,

не сводимости друг к другу и т.п., но нет оснований вести речь об одной реальности или, тем более, о единой реальности.

Против сделанного вывода могут привести притчу о слоне, которого ощупывают слепые и приходят к не согласующимся представлениям об этом животном. А что, если представления слепых рассмотреть как аналог знаний или наук, а слона – как реальность? Разве притча не демонстрирует, как знания не согласуются между собой, в то время как реальность не только одна, но и едина? Но будем последовательны. В основе притчи лежит предпосылка о том, что мы *уже знаем*, что такое слон сам по себе. Применительно к нашей ситуации это означало бы, что кто-то заранее, до получения результатов наук, уже знает, какова реальность на самом деле. Спрашивается, откуда он это знает? Кто ему шепнул, что реальность на самом деле едина и почему мы должны этому невразумительному шепоту верить? Хотя, увы, многие (и даже называющие себя учёными) верят в знание, получаемое каким-либо сверхъестественным путём. Мы не будем с ними спорить. Бесплезно вести дискуссию с людьми, которых уже озарил свет сверхъестественной Истины, возвысивший их над прочими смертными.

Теперь о тезисе 2. Логика требует, чтобы свойства и отношения объектов определялись точно. При этом *никаких степеней точности логика изначально не вводит*. Например, сравним числа 5 и 8. Утверждения «8 больше 5» и «8 больше 5 на 3» имеют логически одинаковую степень точности в теории чисел (как, между прочим, и отрицания этих утверждений, несмотря на их ложность в упомянутой теории). Психологически кажется, что первое утверждение менее точно, чем второе, но, повторим, с логической точки зрения это не так. Другой вопрос, что познающего субъекта интересуют разные аспекты изучаемой области объектов. Мы можем интересоваться качественным порядком чисел ($n > m$?), а можем интересоваться и количественной оценкой этого порядка ($n > m$ на k ?). Применительно к рассуждениям о реальных объектах наблюдается та же самая картина. Если мы желаем всего лишь отличить Землю по форме от плоских, кубических, пирамидальных и конусообразных объектов, то качественная характеристика «Земля – шар» вполне правомерна. Если же мы хотим иметь количественные характеристики формы Земли, то должны ли мы непременно утверждать, что «Земля – геоид»? Вовсе не должны. Дело только за тем, чтобы в соответствующей теории сделать нужные высказывания точными. Решать эту задачу можно по-разному. Например, назовём физическое тело *s* *реальным шаром*, если существуют две идеальные (математиче-

ские) сферы А и В такие, что а) тело s полностью заполняет сферу В; б) s не выходит за границы сферы А; в) разность между диаметрами А и В составляет менее 1% от диаметра В (на рисунке масштаб не соблюден). Для Земли можно указать требуемые сферы



(геологические подробности мы опускаем), так что теперь со всей возможной (если хотите, с математической) точностью мы можем утверждать, что геоид впишется между данными сферами, и что «Земля – реальный шар».

Спросим себя, в каком смысле абстрактные математические сферы А и В, удовлетворяющие приведённым условиям применительно к Земле, дают искажённое представ-

ление о реальности, в данном случае – о реальной форме Земли? Ю.В. Ивлев в частной беседе предложил следующий ответ. Между сферами А и В уместятся поверхности неограниченного множества объектов. Какой же из них Земля? Значит, абстракции искажают реальность, в данном случае – реальную форму Земли. Согласимся, что понятие реального шара, будучи математически точным, не удовлетворяет требованиям точности, предъявляемым геологической наукой по данному вопросу (подобно тому, как школьного учителя может не удовлетворять ответ «8 больше 5», поскольку он хочет услышать, на сколько больше). Конечно, сферы А и В можно было бы заменить идеальными геоидами, но это ничего не изменит по сути. Проблема в том, можно ли требовать неограниченного увеличения точности определения характеристик реальных объектов, в данном случае – формы Земли? Нам представляется, что ответ должен быть отрицательным. Даже если не вспоминать о принципе неопределённости Гейзенберга, достаточно простого здравого смысла, чтобы понять нелепость требования неограниченного увеличения точности. Если на форму Земли будут влиять волны в океане, построенный новый дом, сидящий или стоящий человек, или ямка в песке, выкопанная ребенком – то разве не очевидна абсурдность такой псевдо точности?

Итак, по здравому размышлению следует признать, что абстракции не только не искажают, но только они и дают возможность построения точного определения понятия «реальный шар» посредством установления строгой *идеальной границы* между теми физическими объектами, которые обладают этим свойством, и теми, которые им не обладают. Аналогичным образом работают в

познании и другие идеальные абстракции. **Роль абстракций (в том числе математических) в познании с логических позиций состоит в том, что они идеально ограничивают реальные объекты и тем самым позволяют определять предикаты этих объектов со всей возможной степенью строгости и точности.** Без абстракций наши познавательные способности остались бы на уровне познавательных процессов животных. С этой точки зрения прогресс в познании не сводится только к увеличению строгости (линия *дологическое знание – логически оформленное знание*), но требует логически корректной разработки всё усложняющихся абстрактных теорий описания реальностей (линия *простые теории – сложные теории*).

В числе таких теорий должно найтись место и для логически точно оформленных философских концепций реальности. Один из возможных путей построения подобных теорий предлагается ниже.

Теория ZFAE строится на базе модифицированной теории ZFA – теории множеств с атомами¹. Язык ZFAE содержит два сорта переменных – по *ментальным* объектам (множествам и атомам)² $x, y, z, x_1, y_1, z_1, \dots, x_n, y_n, z_n, \dots$ и по *реальным* объектам $X, Y, Z, X_1, Y_2, Z_3, \dots, X_n, Y_n, Z_n, \dots$. Имеется три символа бинарных отношений: равенства $=$, принадлежности \in и причастности ε . В язык теории ZFAE входят также две индивидные константы ментального уровня \emptyset и A . Условимся вместо формул вида $\neg(x \in y)$ писать $x \notin y$. Чтобы сократить количество аксиом, примем также соглашение, что выделенные полужирным шрифтом переменные $x, y, z, x_1, y_1, z_1, \dots, x_n, y_n, z_n$ могут означать как переменные по ментальным объектам $x, y, z, x_1, y_1, z_1, \dots, x_n, y_n, z_n$, так и переменные по реальным объектам $X, Y, Z, X_1, Y_2, Z_3, \dots, X_n, Y_n, Z_n$. Аксиомами ZFAE будут следующие утверждения.

0. *Аксиомы равенства:*

$$\forall x(x = x);$$

$$(x_1 = y_1 \ \& \ \dots \ \& \ x_n = y_n) \rightarrow (A(x_1, \dots, x_n) \rightarrow A(y_1, \dots, y_n)),$$

где x, x_i и y_i являются переменными *любого* сорта, и формула A также может быть *любой*. Например, A может содержать двухместный предикатный символ ε и переменные по объектам любых

¹ Теория ZFA обсуждается в кн.: *Йех Т. Теория множеств и метод форсинга*. М., 1973.

² Множества представляют *идеальные* объекты, атомы – *темпоральные* объекты ментального мира. Обсуждение понятий ментального мира, идеальных и темпоральных объектов см. в статье: *Анисов А.М. Типы существования // Вопросы философии, 2001, № 7.*

сортов. Так, предположив, что $x = Y$ и что $x \in Z$, моментально получим заключение $Y \in Z$.

1. *Аксиома пустого множества:*

$$\forall x(x \notin \emptyset) \ \& \ \exists y(y = \emptyset).$$

Часть $\exists y(y = \emptyset)$ гарантирует отнесенность \emptyset к ментальным объектам. В полном виде эта аксиома распадается на две: $\forall x(x \notin \emptyset) \ \& \ \exists y(y = \emptyset)$ и $\forall X(X \notin \emptyset) \ \& \ \exists y(y = \emptyset)$. Ниже следующие полужирные сокращения раскрываются аналогичным образом.

2. *Аксиома множества атомов:*

$$\forall x(x \in A \leftrightarrow (x \neq \emptyset \ \& \ \forall y(y \neq x))) \ \& \ \exists y(y = A).$$

Вновь часть $\exists y(y = A)$ нужна для спецификации A как ментального объекта. Будем называть элементы из A *ментальными атомами*, а *множествами* – ментальные объекты, не являющиеся атомами. Иными словами, x – ментальный атом, если и только если $x \in A$, и x – множество, если и только если $x \notin A$. В частности, ментальный объект \emptyset в силу определения является множеством. То, что ментальный объект A также множество, будет установлено ниже. Отметим, что теория ZFAE не запрещает ситуацию $\exists X(X \in A)$ или даже ситуацию полного включения реальных объектов в A : $\forall X(X \in A)$. Те X , для которых верно $X \in A$ (если таковые существуют), также будут ментальными атомами. Но если $X \notin A$, то отсюда не вытекает, что X – множество.

3. *Аксиома экстенциональности для множеств:*

$$(\forall x \notin A)(\forall y \notin A)(x = y \leftrightarrow \forall z(z \in x \leftrightarrow z \in y)).$$

Эта аксиома устанавливает условия равенства множеств, но ничего не сообщает об условиях равенства атомов, реальных объектов или реальных и ментальных объектов. Вполне может случиться, что найдутся X, Y такие, что $\forall z(z \in X \leftrightarrow z \in Y)$, но $X \neq Y$. Или найдутся X, y , для которых верно $\forall z(z \in X \leftrightarrow z \in y)$, но вновь $X \neq y$. Аксиома экстенциональности не выполняется и для атомов из A , если количество таких атомов более одного.

4. *Аксиома пары для множеств и атомов из A :*

$$\forall x \forall y \exists z \forall z_1(z_1 \in z \leftrightarrow z_1 = x \vee z_1 = y).$$

Для любых множеств или атомов x и y , множество, существование которого утверждает эта аксиома, обозначается через $\{x, y\}$. Для данных x и y оно единственно в силу аксиомы экстенциональности.

5. *Аксиома суммы или объединения для множеств и атомов из A :*

$$\forall x(\exists y \notin A) \forall z(z \in y \leftrightarrow \exists z_1(z_1 \in x \ \& \ z \in z_1)).$$

Вновь множество, существование которого утверждается, единственно. Его обозначением является $\cup x$. В частности, $\cup \emptyset = \emptyset$ и если x – атом, то $\cup x = \emptyset$. Если в формулировке аксиомы опустить тре-

бование $y \notin A$, то единственность уже не гарантирована: ничто не мешает для атома a из A положить $\cup \emptyset = a$ и $\cup a = a$.

Чтобы сформулировать аксиому степени, нам понадобится понятие *реального атома*: $PA(X) \leftrightarrow_{\text{Df}} \forall x(x \notin X)$. Таким образом, наряду с ментальными атомами из A в теории ZFAE могут иметься реальные атомы. Причем заранее не предполагается, в каких отношениях находятся реальные и ментальные атомы. Например, может существовать X такой, что $PA(X)$ и при этом $X \in A$. Или же, напротив, $\forall X(PA(X) \rightarrow X \notin A)$.

6. *Аксиома множества степени*:

$$\forall x \exists y \forall z (z \in y \leftrightarrow z \subseteq x),$$

где $z \subseteq x \leftrightarrow_{\text{Df}} z \notin A \ \& \ \neg PA(z) \ \& \ \forall z_1(z_1 \in z \rightarrow z_1 \in x)$. Условие, что всякое подмножество z не является атомом (ни ментальным, ни реальным), обеспечивает верность предложения $\forall x(\emptyset \subseteq x)$, однако предотвращает $a \subseteq x$ для любого x в том случае, если a – атом (реальный или ментальный). Например, $\neg(a \subseteq a)$, но $x \subseteq x$, если x – множество. Единственность множества-степени для всякого x следует из аксиомы экстенциональности, что позволяет ввести для него обозначение $S(x)$. По аксиоме степени $S(\emptyset) = \{\emptyset\}$ и $S(a) = \{\emptyset\}$, если a – атом из A , то есть единственным подмножеством пустого множества и ментальных атомов является пустое множество.

7. *Аксиома бесконечности*:

$$\exists x(\emptyset \in x \ \& \ \forall y(y \in x \rightarrow y \cup \{y\} \in x)),$$

где результат операции $x \cup y$, по определению, удовлетворяет условию $\forall z(z \in x \cup y \leftrightarrow z \in x \vee z \in y)$. Существование множества $x \cup y$ гарантируется аксиомой пары и аксиомой суммы: $x \cup y =_{\text{Df}} \cup \{x, y\}$, а его единственность – аксиомой экстенциональности.

8. *Схема аксиом подстановки*:

$$\forall x(\forall z_1(z_1 \in x \rightarrow \exists! zF(z_1, z)) \rightarrow (\exists y \notin A) \forall z(z \in y \leftrightarrow \exists z_1(z_1 \in x \ \& \ F(z_1, z))))),$$

где $\exists!$ означает «существует и единственный», а $F(z_1, z)$ – любая формула, не содержащая переменную y свободно. Условие $y \notin A$ позволяет предотвратить появление ментальных атомов в качестве результатов применения схемы подстановки при ложности

$$\exists z_1(z_1 \in x \ \& \ F(z_1, z)).$$

8'. *Схема аксиом выделения подмножества* (значок ' указывает, что данная схема аксиом выводится из остальных):

$$\forall x(\exists y \notin A) \forall z(z \in y \leftrightarrow z \in x \ \& \ F(z)),$$

где $F(z)$ – произвольная формула, в которую y не входит свободно. Как обычно, обозначим множество, являющееся результатом выделения, через $\{z \in x \mid F(z)\}$. Вновь условие $y \notin A$ позволяет предотвратить появление ментальных атомов в качестве результатов

применения схемы выделения в тех случаях, когда нет таких \mathbf{z} , что $\mathbf{z} \in x \ \& \ F(\mathbf{z})$, так что будет выполнено $\{\mathbf{z} \in x \mid F(\mathbf{z})\} \subseteq x$ для любого x .

9. *Аксиома регулярности:*

$$\forall x(\exists z(z \in x) \rightarrow \exists y(y \in x \ \& \ y \cap x = \emptyset)).$$

Здесь результат операции $y \cap x$ при помощи схемы выделения определен следующим образом: $y \cap x =_{\text{Df}} \{\mathbf{z} \in x \cup y \mid \mathbf{z} \in x \ \& \ \mathbf{z} \in y\}$.

Теперь можно показать, что A – действительно множество, а не ментальный атом, то есть что $A \notin A$. В противном случае предположим $A \in A$ и возьмем синглетон $\{A\}$ (существующий в силу аксиомы пары: $\{A, A\} =_{\text{Df}} \{A\}$). Этот синглетон содержит единственный элемент A и поэтому по аксиоме регулярности должно быть выполнено $\{A\} \cap A = \emptyset$. Однако $A \in \{A\}$ и $A \in A$ по предположению, что влечет $A \in (\{A\} \cap A)$ и $\{A\} \cap A \neq \emptyset$. Получили противоречие.

Сформулируем аксиому выбора. Чтобы избежать излишних технических деталей, воспользуемся тем известным фактом, что отношение « y есть функция с областью определения x » выразимо на языке теории множеств ZF.

10. *Аксиома выбора:*

$$(\forall x \notin A) \exists y (y \text{ есть функция с областью определения } x \ \& \ \forall z(z \in x \ \& \ \exists z_1(z_1 \in z) \rightarrow y(z) \in z)).$$

На этом список аксиом теории ZFAE завершен. Никаких специфических аксиом для реальных объектов и отношения причастности ε , как мы видели, изначально не предлагается. Можно было бы даже не предполагать и того, что реальные объекты и отношение причастности ε подчиняются аксиомам равенства, но тогда мы лишились бы возможности сравнения реальных и ментальных объектов хотя бы на предмет их совпадения или несовпадения. В любом случае нам не избежать принятия некоторой логики реальных объектов. Можно было бы эту логику сделать неклассической (оставив классику для ментального мира), отрицать применимость равенства для реальных объектов (скажем, не принимать или даже отрицать, что $\forall X(X = X)$) и т.п. Однако, повторим, все равно так или иначе придется что-то принимать. Наша позиция состоит в том, что классическая логика, даже если она появилась и сформировалась скорее из опыта работы с идеальными математическими объектами, через применимость математики к реальному миру также обнаружила свою к нему причастность. В конце концов, любой исследователь реального мира фактически пользуется исключительно классической логикой. Даже в таких экзотических областях, как теория относительности или квантовая физика,

использование какой-либо неклассической логики вовсе не обязательно. Вполне можно обойтись логикой классической, перенося тяжесть теоретических проблем на прикладные (нелогические) постулаты.

Сказанное напрямую касается и предмета данной работы. Мы не считаем проблему статуса реальности и её отношения к ментальному миру проблемой *чистой* логики. Как известно, логика как таковая (будь она классической, модальной, интуиционистской или релевантной) не отличает реально существующее от существующего в мысли или в воображении. Для проведения соответствующего различия вновь не обязательно менять саму логику. Достаточно расширить её принятием подходящих прикладных аксиом. Вопрос в том, что это за аксиомы, каковы наиболее общие свойства ментальных и реальных объектов, которые должны быть в них отражены.

Ментальные объекты принадлежат ментальному миру (сознанию, психике, мыслимому и т.п.). Это *мы* выбираем исходные индивиды (атомы и пустое множество), затем строим из них совокупности (множества) по определённым *нами* же выбранным правилам. Иными словами, ментальный мир хотя бы отчасти нам подконтролен. Вопрос же о свойствах реальных объектов и отношения ε открыт. В зависимости от выбора той или иной философской позиции принимаются соответствующие постулаты о реальности. Два основных вопроса, на которые необходимо ответить в связи с этим, следующие. Во-первых, возникает вопрос о том, как *соотносятся* реальные и ментальные объекты. Во-вторых, это вопрос о *познаваемости* реальных объектов. Основные философские концепции реальности вытекают из определенных ответов на данные вопросы. В отношении первого вопроса существуют три радикальные позиции, которые мы назовем солипсизмом и реализмом (две формы монизма) и дуализмом.

Солипсизм. Существует только ментальный мир. То, что называют реальным миром, – лишь часть мира ментального. Формально этой позиции соответствует постулат

$$\forall X \exists x (X = x) \quad (C).$$

(Всякий называемый реальным объект X является на самом деле некоторым ментальным объектом x .)

Реализм. Существует только реальный мир. В универсуме нет ничего, кроме объективной реальности. Ментальные объекты лишь разновидность реальных объектов:

$$\forall x \exists X (x = X) \quad (P).$$

(Всякий называемый ментальным объект x является на самом деле некоторым реальным объектом X .)

Дуализм. Реальный и ментальный миры различны. Никакой реальный объект не является ментальным, и наоборот. Соответствующий формальный постулат, стало быть, таков:

$$\forall X \neg \exists x (X = x) \quad (Д).$$

Эквивалентной формой постулата (Д) будет аксиома

$$\forall X \forall x (X \neq x) \quad (Д^*),$$

которая наглядно демонстрирует симметрию реального и ментального миров как отделенных друг от друга феноменов.

По поводу таким образом введенных солипсизма и реализма могут возразить, что солипсисты и реалисты в действительности занимали и занимают несовместимые позиции, тогда как (С) и (Р) вполне совместимы между собой. Согласимся, что с исторической точки зрения это замечание верно. Однако формальный анализ позволяет увидеть другое: из растворения реальности в ментальности логически не вытекает запрет на реализм, а из тезиса, что нет ничего, кроме объективной реальности, логически не выводится отрицание солипсизма. Поэтому исторически существовавшим солипсистам и реалистам просто-напросто приходилось отвергать позиции друг друга путем *волевого постулирования* соответствующих отрицаний. Т.е. солипсист наряду с постулатом (С) вынужден будет принять и постулат $\neg(P)$, а реалист, в свою очередь, принять не только постулат (Р), но и постулат $\neg(C)$. Другой вопрос, что они этого не осознавали, ошибочно полагая, что монистическое утверждение психики или, например, материи в качестве единственной реальности автоматически отбрасывает конкурирующую теорию. В любом случае позиции солипсизма и реализма сходятся в пункте признания возможности *совпадения* ментальных и реальных объектов, что формально выражается суждением

$$\exists x \exists X (x = X) \quad (СР).$$

Данное суждение тривиально вытекает как из (С), так и из (Р), но является несовместимым с дуализмом (Д).

Что еще более интересно, нашлись философы, которые, по сути, принимали конъюнкцию (С) & (Р). В качестве примера вспомним позитивистов второй волны, отстаивавших условность деления объектов на физические и психические и утверждавших, что любой объект может быть представлен в познании либо как физический, либо как психический. Недавно мне пришлось услышать от одного физика-теоретика, что физические явления происходят из вещей, которые могут быть названы как материальными, так и идеальными. В общем, дух второго позитивизма еще жив. Однако эта позиция является эклектической и потому не заслуживает места в проводимой классификации. Также нет нужды поме-

щать туда всевозможные метапозиции, например, типа юмовской. Как известно, суть скептической точки зрения Д. Юма на проблему реальности состоял в отказе дать определенный ответ на вопрос о статусе реальности, что в нашей терминологии выражается дизъюнкцией или (С), или (Р), или (Д) $((C) \vee (P) \vee (D))$.

Реализм далее подразделяется на такие формы монизма, как материализм и идеализм (объективный), но обсуждение этого потребовало бы введения весьма сложных понятий пространства и времени, что выходит за границы решаемых в данной работе задач.

Термин «дуализм» используется не в традиционном смысле постулирования существования двух независимых друг от друга субстанций, а в более общем значении, связанном с жестким разделением ментального и реального миров. Разумеется, традиционный дуалист типа Р. Декарта окажется дуалистом и в нашем смысле, но не наоборот. В этом втором значении (но не в первом) дуалистом окажется, например, И. Кант. По видимости он принимал более слабую версию дуализма, связанную с утверждением существования вещей самих по себе³ за пределами ментальных конструкций: $\exists X \forall x (X \neq x)$. Однако вряд ли бы Кант принял суждение (СР), выражающее возможность совпадения некоторой вещи самой по себе и ментального образования. А отсюда следует, что им был бы принят постулат (Д), или, что логически то же самое, постулат (Д*). В то же время Платон, проповедовавший своеобразный дуализм идей и вещей, не был последовательным дуалистом в нашем смысле, поскольку источник ментальности – душа принадлежала миру подлинно реального бытия в качестве эйдоса. Тем самым вроде бы принимается неприемлемое для дуализма суждение $\exists X \exists x (X = x)$ (эквивалентное (СР)).

Используя возможности языка теории ZFAE, уточним позицию дуализма, который назовем ε -дуализмом.

ε -Дуализм. Эта форма дуализма принимает следующие постулаты:

$$\begin{aligned} &D^*; \\ &\forall x \forall X \forall Y ((x \notin X) \& (X \notin Y)); \\ &\forall x \forall y \forall X (\neg(x \varepsilon X) \& \neg(X \varepsilon x) \& \neg(x \varepsilon y)). \end{aligned}$$

³ Ц.Г. Арзаканян отмечает, что данный Н.О. Лосским перевод знаменитого выражения Канта «das Ding an sich» как «вещи в себе» объективно «не передает смысла немецкого термина, в действительности означающего «вещь, существующая сама по себе». Выражение же «вещь в себе» не только искажает кантовское понятие, но в известной мере и мистифицирует его». См.: *Кант И. Критика чистого разума* / Пер. с нем. Н. Лосского сверен и отредактирован Ц.Г. Арзаканяном и М.И. Иткиным; Примеч. Ц.Г. Арзаканяна. М., 1994. С. 547. Аналогичной точки зрения придерживается Н.В. Мотрошилова.

Смысл этих постулатов в том, что предикаты \in и ε как бы разводятся по разным мирам. Но если в отношении предиката ε такое разведение оказывается полным (никакие ментальные образования не могут вступать в отношение ε с объектами любых типов), то в отношении предиката \in не запрещается ситуация $X \in x$ для некоторых X и x . Почему эта ситуация не запрещена – рассматривается ниже. Теорию, получающуюся из ZFAE добавлением трех данных постулатов, обозначим через ZFA ε .

Перейдем теперь к обсуждению вопроса о познаваемости реальности. На этот раз основных позиций окажется много больше, в зависимости от степени признания или отрицания *познаваемости реальности*, а также в зависимости от признания или отрицания *достижимости реальной истины*. Проблема, таким образом, сводится к логически и философски корректному формулированию постулатов о познаваемости реальности и о достижимости реальной истины.

Но что по сути означает познаваемость? Чтобы найти ответ на данный вопрос, обратимся вначале к ментальным объектам. Что такое x ? – Нечто неизвестное, неопределенное, непонятное. Положение дел не изменится, если дать этому x новое имя, обозначив его, скажем, атомом $c \in A$, что формально может быть представлено упорядоченной парой $\langle c, x \rangle$. Значит, проблема познания не решается раздачей имен, вопреки имевшему и имеющему место сейчас заблуждению. А если сказать, что c – натуральное число? Пусть $n \in A$ и y – множество натуральных чисел (существование этого множества доказуемо в ZF). Вновь воспользуемся атомом как именем, на этот раз множества натуральных чисел y , образовав пару $\langle n, y \rangle$. Конструкцию $\langle c, n \rangle$ в этом случае можно рассматривать как внутреннее утверждение (построенное средствами теории ZFA как объект этой теории) о том, что c – натуральное число. Это утверждение будем считать истинным, если $x \in y$, и будем считать ложным, если $x \notin y$.

По-видимому, многие согласятся, что независимо от истинности или ложности внутреннего утверждения $\langle c, n \rangle$ это будет первый познавательный акт в отношении неизвестного x , поименованного посредством c . Это верно при условии, что свойство «*Натуральное число(x)*», представленное множеством y , полагается известным в какой-то степени.

Каков гносеологический смысл этих простых рассуждений? Он заключается в том, что познание объекта осуществляется не непосредственно, а через приписывание ему известных познающему субъекту атрибутов, или, говоря более современным языком, через

установление его предикатов, т.е. свойств и тех отношений, в которые он вступает с другими объектами. Неизвестные объекты обретают все большую познавательную определенность по мере выявления их предикатов, а последние также должны в той или иной мере быть познанными в том смысле, что должно быть частично или полностью известно, какие объекты ими обладают. Сказанное верно как для ментальных, так и для реальных объектов. Таким образом, *в самом общем виде познаваемость объекта состоит в обладании им познанными предикатами.*

Другой вопрос, что, в отличие от ментальных объектов, реальные объекты, если они вообще познаваемы, обладают реальными свойствами и вступают в реальные отношения независимо от того, есть ли на свете тот субъект, который реализует в исследовании эту познаваемость. Да и что может скрываться за реальными предикатами (повторим, если они вообще существуют), и, тем более, за их познанием? В целях простоты и краткости ограничимся в данной работе обсуждением только проблемы *реальных сингулярных предикатов, т.е. реальных свойств.*

Для концепции реальности $ZFAE_C$ ($ZFAE_C = ZFAE + C$) все реальные объекты безусловно познаваемы, поскольку любой реальный X совпадает с некоторым ментальным x , а с этим последним (а, значит, и с X) можно проводить любые операции, устанавливающие его свойства и отношения с другими объектами. Аналогичным образом, в теориях $ZFAE_P$ и $ZFAE_{CP}$ безусловно познаваемыми будут все реальные X , для которых найдется x такой, что $X = x$.

Другое дело дуалистические теории реальности $ZFAE_D$ или $ZFAE_\varepsilon$. Здесь не существует тривиального варианта ответа на вопрос о том, что означает познаваемость реального объекта X , поскольку реальный и ментальный миры на уровне объектов в силу постулатов этих теорий отделены друг от друга. Однако познаваемость реальности предполагает, тем не менее, какую-то связь между реальностью и ментальностью. Так как объекты не могут образовывать эту связь, остается искать ее в их предикатах.

Решающий шаг состоит в принятии тезиса о том, что *субъект познания в состоянии образовывать совокупности или множества хотя бы некоторых реальных объектов.* При этом, поскольку упомянутые множества образует именно субъект, нет никаких причин считать их реальными объектами. Логичнее было бы отнести такие множества к категории ментальных объектов.

Представим себе далекого от цивилизации человека, впервые увидевшего неработающий портативный компьютер. Этот человек совершенно не имеет представления о том, что находится перед

ним, для чего это и т.п. Однако нет сомнений, что он в состоянии идентифицировать компьютер как единичный реальный объект, единственное очевидное свойство которого – быть самим собой. В рассматриваемой теории данной ситуации соответствует образование ментального синглтона $x = \{X\}$, где X – реальный портативный компьютер. Аналогичным образом, увидев настольный компьютер в привычной обстановке (в хижине, например), наш персонаж вряд ли идентифицирует его как один объект. Вместо этого он образует ментальную тройку или множество $y = \{X_1, X_2, X_3\}$, элементы которого соответствуют монитору, системному блоку и клавиатуре. Далее он может объединить все эти незнакомые предметы в ментальную четвёрку $z = \{X\} \cup \{X_1, X_2, X_3\} = \{X, X_1, X_2, X_3\}$, или образовать ментальные пары сходных по величине предметов $z_1 = \{X, X_3\}$ (портативный компьютер и клавиатура) и $z_2 = \{X_1, X_2\}$ (монитор и системный блок). И т.д.

Мы особенно настаиваем на том, что совокупности реальных предметов, коль скоро они образованы субъектом *познания* (речь сейчас не идет о субъекте *действия* – ведь действия субъекта составляют часть объективной реальности) должны быть отнесены к ментальному миру. Если кто-то образовал совокупность ведьм, включив туда самых что ни на есть реальных женщин, от этого множество *Ведьма* и соответствующее ему свойство *Ведьма(x)* не стали реальностью. Даже реальные действия по сжиганию этих самых ведьм не сделали данное множество и свойство более реальными. Так что множество реальных предметов, прежде всего, – это ментальный объект.

Другой вопрос, что во всех построенных выше теориях, за исключением ZFA ϵ , ничто не запрещает существования таких ментальных и реальных объектов z и Z , для которых выполняется формула $\forall X(X \in z \leftrightarrow X \in Z)$. Хотя это логически возможно, но философски мало приемлемо. Отношение \in указывает на принадлежность исходных объектов (пусть любой природы) ментальным совокупностям. Просто не очень понятно, в каком смысле может $X \in Z$ или, что еще более странно, $x \in Z$. Тогда получится, что Z – своего рода множество, и нет никаких препятствий для допускаемых теорией множеств манипуляций с этим объектом: $\cup Z, S(Z), Z \cap X$ и проч. Недаром современные номиналисты отрицают реальное существование множеств. Также возможно, но философски неприемлемо принятие $\forall X(X \varepsilon z \leftrightarrow X \varepsilon Z)$. Отношение причастности ε для того и вводилось, чтобы отличить неподконтрольные познающему субъекту реальные отношения между реальными объектами от контролируемых субъектом отношений на ментальных совокупностях. Эти и им подобные неестественности объяс-

няют, почему понадобилось принятие постулатов ε -дуализма. В связи с этим *дальнейшие построения будут проводиться средствами теории ZFA ε .*

При этом вовсе не требуется, чтобы из любых реальных предметов можно было образовать совокупности или множества. Теория ZFA ε устроена таким образом, что в ней (при условии ее непротиворечивости) не доказуемы, например, утверждения вида $\forall X_1 \forall X_2 \dots \forall X_n \exists y \forall Y (Y \in y \leftrightarrow Y = X_1 \vee Y = X_2 \vee \dots \vee Y = X_n)$. Но так и должно быть. Ведь не все реальные предметы вовлечены в сферу познавательных актов субъекта. Данное обстоятельство не мешает расширять теорию ZFA ε принятием более слабых постулатов типа $\exists X_1 \exists X_2 \dots \exists X_n \exists y \forall Y (Y \in y \leftrightarrow Y = X_1 \vee Y = X_2 \vee \dots \vee Y = X_n)$ или аналогичных.

Следующий шаг состоит в рассмотрении допущения, что существует реальный объект Z , в определенном смысле *соответствующий* ментальному объекту z , содержащему только реальные объекты в качестве элементов (т.е. верно $\neg \exists x (x \in z)$); при этом выполнимость формулы $\neg \exists x (x \in Z)$ для всякого Z гарантируется теорией ZFA ε). Соответствие может принимать разные формы.

Будем говорить, что z *экстенционально включен в Z* (сокращенно $z \angle Z$), если $\neg \exists x (x \in z) \ \& \ \forall X (X \in z \rightarrow X \varepsilon Z)$. Обратным образом, Z *экстенционально включен в z* (сокращенно $Z \angle z$), если $\neg \exists x (x \in z) \ \& \ \forall X (X \varepsilon Z \rightarrow X \in z)$. Назовем z *экстенционально совпадающим с Z* (сокращенно $z \equiv Z$), если $z \angle Z$ и $Z \angle z$. Иными словами, $z \equiv Z \leftrightarrow_{\text{Df}} \neg \exists x (x \in z) \ \& \ \forall X (X \in z \leftrightarrow X \varepsilon Z)$.

Полученные отношения \equiv и \angle не являются ни рефлексивными, ни симметричными, ни транзитивными. В итоге \equiv не будет отношением эквивалентности, а \angle не будет отношением порядка, что несколько неожиданно. Причина в том, что сорта объектов слева и справа от знаков этих отношений различны. Впрочем, нет никаких оснований возражать против принятия эквиваленции $z \equiv Z \leftrightarrow Z \equiv z$, выражающей симметричность отношения \equiv .

Реальный объект Z является *познаваемым свойством* (сокращенно ПС(Z)), если $\exists z \exists X (X \in z \ \& \ z \angle Z)$. Реальный объект Z является *истинно познаваемым свойством* (сокращенно ИПС(Z)), если $\exists z \exists X (X \in z \ \& \ z \equiv Z)$. Наконец, реальный объект Z *познаваем* (сокращенно П(Z)), если $\exists X (\text{ПС}(X) \ \& \ Z \varepsilon X)$ и *истинно познаваем* (сокращенно И(Z)), если $\exists X (\text{ИПС}(X) \ \& \ Z \varepsilon X)$. Разумеется, достижимость истины в отношении Z влечет познаваемость Z : $\text{ИПС}(Z) \vdash \text{ПС}(Z)$ и $\text{И}(Z) \vdash \text{П}(Z)$. Но не наоборот.

Между познаваемостью реального объекта и его истинной познаваемостью с философской точки зрения имеется существенное различие. Из $\text{П}(Z)$ не вытекает, что хотя бы для одного X

такого, что $(\text{ПС}(X) \ \& \ Z \in X)$, найдется ментальное свойство z , для которого верно $Z \in z$. Иными словами, Z может находиться в актуально непознанной области познаваемых свойств. Эта ситуация невозможна в случае истинной познаваемости: из $(\text{ИПС}(X) \ \& \ Z \in X)$ следует, что уже имеется ментальное свойство z , экстенционально совпадающее с X (т.е. $z \equiv X$). Значит, верно $Z \in z$. Тем самым истинное познание, если оно вообще существует, всегда представлено актуально данным знанием. Не может быть нечто истинным, если оно еще не достигнуто. В итоге познаваемость указывает на потенциальное знание, а истинность – на актуально познанное. Познаваемость потенциальна, истинность актуальна.

Далее можно в несколько этапов ввести понятие *реальной истины*, однако это уже проделано нами в 11 выпуске «Логических исследований». Поэтому в заключение ограничимся рассмотрением некоторых основных позиций по вопросу о познаваемости реальности (с учетом, если потребуется, позиции и по вопросу о соотношении реальности и ментальности).

Агностицизм. Реальный мир непознаваем.

$$\neg \exists Z \Pi(Z) \quad (\neg \Pi).$$

По контрапозиции из $\neg \Pi$ вытекает $\neg \text{И}$, так что в агностицизме о достижимости реальной истины и говорить не приходится. Такова, в частности, точка зрения Д. Юма.

Кантианство. Реальные объекты («вещи сами по себе») существуют отдельно от ментального мира, но они принципиально непознаваемы:

$$\begin{array}{ll} \forall X \forall x (X \neq x) & (\text{Д}^*); \\ \neg \exists Z \Pi(Z) & (\neg \Pi). \end{array}$$

Кантианство, таким образом есть соединение дуализма и агностицизма.

Релятивизм. Кое-что о реальном мире мы знаем, но все эти знания относительны, поскольку истина недостижима.

$$\begin{array}{ll} \exists Z \Pi(Z) & (\Pi); \\ \neg \exists Z \text{И}(Z) & (\neg \text{И}). \end{array}$$

Чрезвычайно модная в настоящее время точка зрения в философии. Ее проповедуют с такой убежденностью, что создается впечатление, что одну «Великую Истину» достичь все же удалось – окончательную истину о том, что истина недостижима.

Позиции, признающие познаваемость реальности или достижимость истины, как это ни удивительно, не имеют утвердившихся наименований, так что следующие ниже названия условны.

Эпистемологический оптимизм. Любые реальные объекты доступны познанию, но истина достигнута лишь в отношении некоторых из них.

$$\begin{array}{ll} \forall Z\Pi(Z) & (\text{ОП}); \\ \exists ZИ(Z) & (\text{И}); \\ \exists Z\neg И(Z) & (\sim\text{И}). \end{array}$$

Эпистемологический констативизм. Ограничивается осторожной констатацией достижимости истины о некоторых (но не всех) реальных вещах, не отвечая на вопрос, все ли реальные объекты познаваемы.

$$\begin{array}{ll} \exists ZИ(Z) & (\text{И}); \\ \exists Z\neg И(Z) & (\sim\text{И}). \end{array}$$

Постулат о познаваемости (Π) логически следует из (И), так что (Π) нет нужды помещать в список аксиом для рассматриваемой позиции.

Эпистемологический дуализм. Признает познаваемость некоторых реальных объектов и достижимость истины по отношению к некоторым из них, но считает, что в реальности есть и непознаваемое.

$$\begin{array}{ll} \exists ZИ(Z) & (\text{И}); \\ \exists Z\neg\Pi(Z) & (\sim\Pi). \end{array}$$

Реальность, таким образом, расслаивается на познаваемую (по-скольку, повторим, $\text{И} \vdash \Pi$) и непознаваемую (рассмотренный выше дуализм (в том числе ε -дуализм) теперь логично было бы назвать *онтологическим дуализмом*).

На основе предикатов $\Pi(Z)$ и $\text{И}(Z)$ с использованием логических связок и кванторов можно эксплицировать и другие реально существующие или виртуальные эпистемологические позиции.