

Б.И.Федоров

## Б.БОЛЬЦАНО КАК ПРЕДШЕСТВЕННИК КОНСТРУКТИВИЗМА. I

**Abstract.** *The article provides foundation for the thesis of Bolzano being one of the first in the history of logic and mathematics who asserted the necessity of using only direct proofs in scientific texts. The autor is going to dewelope the foundation of the Bolzano's priority as the founder of constructivism in logic.*

Наука, по мнению Б. Больцано, как известная человечеству часть истин из области «истин в себе» должна характеризоваться двумя основными моментами: методами нахождения или открытия нового знания (эвристика) и методами изложения или отображения знания в соответствующих книгах («учебниках») с целью его наиболее легкого и полного усвоения. Если в понимании эвристики Больцано считал себя продолжателем идей Декарта, Паскаля, логики Пор-Рояля и Лейбница, и здесь у него не было недостатка в предшественниках, то в вопросах изложения науки дело обстояло иначе. Лишь у схоластов и частично в логике Пор-Рояля можно обнаружить использование элементов мнемоники и риторики при изложении наук. По существу систематические исследования в этом направлении были начаты Больцано, которые по глубине обсуждаемых им вопросов до сих пор остаются уникальными.

Больцано обращает внимание на существовавшее со времен Ренессанса понятие «система» и находит в нем смешение двух элементов: науки как таковой и способов ее изложения. Вместо указанного понятия он вводит в «Наукоучении» [1] понятие «учебник», трактуя его в четырех основных аспектах: как последовательность взаимосвязанных высказываний; как целостную систему истин; как описание методов изложения научного содержания; как такое представление истин конкретной науки, которое позволяет обнаружить их «объективные» основания. Последний аспект понимания «учебника» впервые позволяет сделать научное содержание собственно наукой. Историческим примером учебника подобного рода Больцано считал «Топику» Аристотеля, а наиболее близкими себе взглядами в понимании цели научного знания – идеи Спинозы, излагаемые в «Трактате об усовершенствовании разума».

Истины, по мнению Больцано, должны быть отнесены к некоторой науке на основании анализа свойств той области, которую мы ставим своей целью изучить. В своих сочинениях он не приводит классификации наук, но считает необходимым разделить все науки на теоретические (априорные) и эмпирические (опытные). Аналогом подобного разделения служит для Больцано различие между чисто понятийными и наглядными истинами. Первые, согласно Больцано, никогда не могут обосновываться последними, но обратное возможно. Единство различных истин теоретических или эмпирических наук определяется характером их логической связи между собой, позволяющей определять форму и степень зависимости одних истин от других. Без глубокого понимания общих для всех наук логических связей и отношений между истинами, согласно Больцано, наука вообще невозможна. Идею единства научного знания, основанную на «одинаковости» логических связей и отношений для каждой конкретной науки, он и пытается развить путем исследования и описания методов изображения наук в своих «учебниках», ссылаясь при этом на Декарта и Лейбница как на своих предшественников. Идеей единства науки он, по существу, предвосхищает один из главных принципов позитивизма – принцип методологического монизма.

Изложение содержания конкретной науки Больцано предлагает начать с разделения всех предложений учебника (истин) на главные, вспомогательные и случайные в зависимости от отношения их к основному содержанию науки, а также от субъективных целей их использования в построении доказательств. Можно отметить, что главными оказываются чисто понятийные (теоретические) истины. Они должны обладать свойством самоочевидности либо представлены в учебнике таким образом, чтобы читатель был уверен в их истинности. Они являются наиболее общими по объему своего логического субъекта. К числу вспомогательных Больцано относит истины, которые способствуют повышению степени уверенности в истинности основного содержания науки. Виды вспомогательных предложений существенным образом зависят от субъективных целей: на какой класс читателей рассчитан учебник, с какой степенью уверенности должно быть усвоено основное содержание науки и т.п. К случайным у Больцано относятся предложения, с помощью которых устанавливается связь данной науки с другими, описывается история данной науки, способы применения в практике ее результатов, делаются различные ссылки и пояснения и т.п.

Особое место среди методов изложения наук в учебниках занимают у Больцано вопросы, связанные с пониманием сущно-

сти, места и роли доказательств и обоснований. Уже в одной из своих первых работ по математике Больцано выдвигает тезис о том, что научные доказательства должны быть не уверениями (Gewißmachung), но обоснованиями (Begründung), демонстрирующими те «объективные» основания, на которые опирается доказываемая истина [2]. В дальнейшем практически во всех своих работах Больцано настаивает на том, чтобы при изложении науки использовались только *прямые доказательства*, опирающиеся на отношения выводимости (Ableitbarkeit) или точной выводимости (genau Ableitbarkeit), или, еще лучше, на отношение объективного следования (objektive Abfolge) [3].

Впервые об отношении выводимости Больцано говорит в § 155 «Наукоучения»: «Если мы утверждаем, что известные предложения  $A, B, C, \dots$ ,  $M, N, O, \dots$  находятся относительно варьируемых представлений  $i, j, \dots$  в отношении совместимости, то мы тем самым утверждаем, что имеются определенные представления, которые на месте  $i, j, \dots$  превращают все эти предложения вместе в истинные. Но до сих пор оставался нерешенным вопрос: имеются ли кроме представлений, превращающих в истинные все вместе предложения  $A, B, C, \dots$ ,  $M, N, O, \dots$ , еще какие-нибудь другие представления, которые превращают в истинные только одну или другую часть этих предложений отдельно, но не делают все их истинными; и если такие представления имеются, то какие из данных предложений можно сделать истинными чаще, чем остальные. Очевидно этот вопрос имеет важное значение. Мы предположим, что среди совместимых между собой предложений  $A, B, C, \dots$ ,  $M, N, O, \dots$  существует такое отношение, что все представления, которые при замене варьируемых представлений  $i, j, \dots$  делают определенную часть этих предложений, а именно все  $A, B, C, \dots$ , истинными, обладают также свойством делать истинными и другую часть этих предложений, а именно,  $M, N, O, \dots$ . Это особое отношение, которое мы обнаруживаем между предложениями  $A, B, C, \dots$ , с одной стороны, и  $M, N, O, \dots$  – с другой, настолько значительно, что поскольку мы его однажды узнали, оно позволяет нам из известных истин  $A, B, C, \dots$  тотчас же получать истины  $M, N, O, \dots$ . Такому отношению, которое имеет место между предложениями  $A, B, C, \dots$  с одной и  $M, N, O, \dots$  с другой стороны, я даю название отношение *выводимости* и говорю, что предложения  $M, N, O, \dots$  будут выводимы из предложений  $A, B, C, \dots$  относительно варьируемых представлений  $i, j, \dots$ , если каждая совокупность представлений, которая при замене  $i, j, \dots$  делает истинным все  $A, B, C, \dots$ , делает также истинными и все  $M, N, O, \dots$ ».

Данное определение содержит, как мы видим, условие, ограничивающее отношение выводимости требованием совместимости посылок и заключений относительно списка варьируемых представлений. Указанное ограничение влечет за собой сужение числа возможных выводов, поскольку не позволяет, например, выводить заключения из логического противоречия.

В дальнейшем Больцано ослабляет ограничения, наложенные на отношение выводимости, отказываясь от условия совместимости посылок и заключений, и оставляет только требование совместимости посылок. Это ослабленное отношение выводимости Больцано называет тем же словом «выводимость», хотя иногда прибавляет к нему слово «простая».

«Из предложений  $A, B, C, \dots$  относительно варьируемых представлений  $i, j, \dots$  просто выводимы  $M, N, O, \dots$ , если первые совместимы между собой относительно  $i, j, \dots$  и если каждая совокупность представлений, которая при замене  $i, j, \dots$  в предложениях  $A, B, C, \dots, M, N, O, \dots$  делает истинным все  $A, B, C, \dots$ , делает истинными также и все  $M, N, O, \dots$ ».

Одну из главных задач своей «новой логики» Больцано видел в том, чтобы разрабатываемые им логические средства помогли сделать научные доказательства более точными и строгими. Критерию точности и строгости научное доказательство удовлетворяет, согласно Больцано, в том случае, когда выполняются следующие два условия:

- 1) в ходе доказательства не должны использоваться лишние аргументы (посылки);
- 2) в ходе доказательства необходимо использовать все данные аргументы (посылки).

Поскольку основу доказательств, по мнению Больцано, составляет некоторый логический вывод заключения из посылок, а основу самого вывода составляет отношение выводимости между посылками и заключением, то для удовлетворения критерию строгости необходимо снова обратиться к рассмотрению отношения выводимости. Необходимо так определить отношение выводимости, чтобы в число посылок не включались не относящиеся к делу, чтобы все посылки «участвовали в деле». Формулируя задачу в чисто логическом плане, Больцано преследует цель отличить случаи выводимости, при которых между посылками и заключениями имеет место избыточная связь, от выводимости без избыточной связи. Он пишет: «Если посылки  $A, B, C, \dots$ , из которых относительно варьируемых представлений  $i, j, \dots$  выводимо предложение  $M$ , обладают таким свойством, чтобы нельзя было выбросить ни одного предложения  $A, B, C, \dots$  или даже какую-нибудь часть в

отдельном предложении без того, чтобы из них все еще оставалось выводимо предложение М, то отношение выводимости между посылками А, В, С, ... и М в этом случае следовало бы назвать т о ч н ы м, а в противном случае и з б ы т о ч н ы м».

Особое место в логике как наукоучении занимает у Больцано отношение аналогичное понятию выводимости, но выделяемое им не как отношение между предложениями, а как отношение между истинами. Больцано называет его немецким словом - Abfolge, т.е. следование, добавляя (почти всегда) к нему определение - «объективное». Это отношение должно сыграть, по его замыслу, главную роль в наукоучении как методе построения систем научного знания.

Смысл отношения объективного следования Больцано пытается раскрыть с помощью следующего примера. Пусть имеются два истинных предложения: (1) «Летом теплее, чем зимой» и (2) «Летом ртутный столбик термометра стоит выше, чем зимой». В обычной разговорной практике из знания о том, что летом теплее, чем зимой, мы заключаем, что летом ртутный столбик термометра стоит выше, чем зимой. И с равным успехом из знания о том, что летом ртутный столбик термометра стоит выше, чем зимой, мы заключаем, что летом теплее, чем зимой. Но, очевидно, никому не придет в голову утверждать, что именно оттого летом теплее, чем зимой, что ртутный столбик термометра стоит выше, чем зимой. Возникает вопрос: почему при выведении одной истины из другой нам иногда бывает безразлично, какая из них выступает в качестве основания для познания другой? Однако порядок следования не безразличен в том случае, когда мы выясняем, например, является ли высота ртутного столбика действительной причиной того, что летом теплее, чем зимой. Это, по мнению Больцано, происходит потому, что мы сами выбираем, какая из истин должна в данном случае выступать в качестве «основания познания».

Например, основанием для познания истины (1) может служить истина (2), а для познания истины (2) – истина (1). Но если мы хотим определить, какая из этих двух истин является «объективным основанием» или причиной другой истины, то их уже нельзя произвольно менять местами. Порядок истин в этом случае уже не зависит от нас и обусловлен причинной зависимостью между фактами. Если же иметь в виду «основания познания», то порядок истин может не соответствовать последовательности фактов.

«Между истинами, – говорит Больцано, – имеется одно особенно важное отношение, в силу которого одни из них относятся к другим как объективные основания к своим объективным следст-

виям. Можно сказать, что истины, которые относятся к другим истинам, как следствие к своим основаниям, находятся тем самым в отношении следования между собой».

Вышеприведенное объяснение отношения следования является в «Наукоучении» единственным, которое можно принять за его определение.

Хотя исторически, считает Больцано, истина «Земля – круглая» узнается из истины «Силуэт Земли на Луне – кругообразный», однако вторая не является объективным основанием первой. Объективные основания первой истины следует искать совсем в других истинах. Основания познания могут изменяться познающим субъектом, а объективные основания, согласно Больцано, всегда остаются неизменными. Объективное основание некоторого предложения выступает основанием его истинности. Последними объективными основаниями всех истин являются в его логике «основные» чисто понятийные истины, которые не имеют своего объективного основания ни в каких других истинах. Их объективное основание, согласно Больцано, находится в Боге, и в божественном откровении человек получает знание этих истин. Для людей число основных истин всегда конечно.

Больцано уточняет далее понятие следования, сравнивая его со сходными понятиями. Отношение следования необходимо, по его мнению, отличать от отношения причинности или отношения между причиной и действием. В противоположность понятиям «основание» и «следствие», которые относятся к истинам самим по себе, т.е. к чему-то недействительному (не вещному), понятия «причина» и «действие» относятся к вещам, которые есть нечто действительное. Отношение причинности имеет место только между действительными вещами. Но из этого еще не следует, что понятия причины и действия не могут быть включены в смысл понятий основания и следствия. Оба отношения, по мнению Больцано, связаны друг с другом, поскольку каждому истинному предложению о причинной связи соответствует определенное высказывание о следовании. «Так, очень часто употребляются предложения, которые выражают причинные отношения. Это так называемые каузальные предложения, то есть предложения формы: «Х есть причина Y» или «Х производит Y» или «Y есть действие X» должны быть причислены к предложениям, которые определяют отношение следования между другими предложениями. Так как «Х есть причина Y» означает: «истина, что Х есть, относится к истине, что есть Y, как основание (частичное основание) относится к своему следствию (частичному следствию). Так, например, мы говорим, что бог есть причина наличного бытия

мира, а мир есть действие бога, так как в истине, что бог есть, лежит основание истины, что есть мир».

Причинные предложения, согласно этому, оказываются тогда не чем иным, как высказываниями о следовании одной истины из другой.

С другой стороны, не каждое предложение, которое говорит о следовании, можно считать предложением о причинности. В противном случае отношение следования имело бы место только между истинами, говорящими о чем-то действительном, вещном. Но этому, по мнению Больцано, противоречит пример математики, истины которой не говорят о действительных вещах и все же могут находиться между собой в отношении объективных оснований и следствий. Отношение причинности охватывает, таким образом, только часть отношений следования.

Отношение следования нужно отличать также от отношения простой и логической выводимости. Отношение простой и логической выводимости допускает симметричные случаи выводимости. Объективное же основание никогда не может быть одновременно и следствием своего объективного следствия, а объективное следствие не может быть основанием своего объективного основания. Отношение следования обладает свойствами антисимметричности, тогда как отношение выводимости лишь несимметрично.

Наличие отношения выводимости не означает, что между предложениями (истинами) имеет место и отношение следования. Так, в приведенном выше примере из (1) выводимо (2) и из (2) выводимо (1). Однако отношение следования имеет место лишь в первом случае.

Кроме антисимметричности отношение объективного следования обладает еще свойством антирефлексивности, так как «никакое объективное основание не может быть основанием самого себя, так же как и объективное следствие – следствием самого себя». Иначе говоря, любое основание или следствие должны быть самонезависимыми. Указанные свойства, согласно Больцано, должны распространяться и на «основные» истины. «Если основанием каких-либо истин в конечном итоге являются основные истины, то основанием последних не могут быть никакие другие».

Очевидно, что отношение объективного следования обладает свойством транзитивности, поскольку Больцано предполагает восхождение к конечным основаниям любой истины, к «основным» истинам.

Объективное обоснование, опирающееся на отношение следования, Больцано считает высшей формой научного доказательства. Но если каждое объективное обоснование должно быть, согласно его требованию, прямым доказательством, то это не означает обратного: что каждое прямое доказательство должно быть объективным обоснованием. Непрямые доказательства, по мнению Больцано, никогда не могут стать объективными обоснованиями истины, так как не позволяют совершить «восхождение к её объективным основаниям». Из строго научного учебника, адресованного ученым, а не обывателям, Больцано считает необходимым полностью исключить не прямые методы доказательства. Для одного и того же предложения могут существовать несколько прямых доказательств, среди которых может находиться и объективное обоснование. Критикуя древнегреческое толкование науки как чего-то завершенного, где каждая истина обнаруживает собственное обоснование, поскольку относительно каждого научного факта известно не только «что», но и «почему» он есть, Больцано замечал, что вряд ли возможно указать объективные связи всех истин в любом научном сочинении. Он рассматривал это требование скорее как идеал «строго научного» изложения, которое может быть впервые только и делает науку собственно наукой. В то же время Больцано отмечал, что ни одна наука, даже математика, пока ещё этого идеала не достигла.

Требование указать объективные связи истин (типа причинно-следственных связей) является, по существу, первой попыткой исследования гносеологического аспекта процедур доказательства в логике, попыткой преодоления интуитивно-психологической его трактовки, классическим примером которой являлось доказательство теорем в «Началах» Евклида. Именно стремлением к выявлению объективных связей между истинами можно объяснить постоянную неприязнь Больцано к непрямым доказательствам, которая прослеживается в его математических и логических сочинениях. Непрямые доказательства, как отмечал неоднократно сам Больцано, не отвечают на вопрос «почему» относительно доказываемого положения и уж тем более не позволяют проникнуть в его объективные связи с другими истинами излагаемой науки. Они по структуре своей не могут содержать объективных оснований и потому в принципе не могут быть обоснованиями, построенными на отношении объективного следования, но могут быть лишь доказательствами как уверениями, использующими отношение выводимости (в смысле



отношения семантического следования в духе А.Тарского), но не доказательствами как убеждениями (Zuversicht).

Требование единственного прямого доказательства, выступающего в качестве объективного обоснования при «строго научном» изложении, Больцано считал основным и называл его «первым правилом» своего «истинно хорошего метода» изложения науки в собственном учебнике. Оно, как и другие правила, лежит в русле тех требований, которые Больцано обнаруживает у Аристотеля, Петра Рамуса, Декарта и Лейбница. В своих математических работах и в «Наукоучении» он неоднократно ссылается на «Вторую Аналитику», на критику П.Рамусом метода Евклида, на принципы научного изложения в логике Пор-Рояля, на идеи Лейбница и Декарта. Но если «первое правило» метода у предшественников Больцано обозначено лишь в самой общей форме, то у него оно получает впервые логическое завершение в разработке отношения логического следования, лежащего в основе доказательства как объективного обоснования [4].

«Второе правило» метода «строго научного» изложения касается необходимости использования в доказательствах «одного вида» понятий, лежащих в пределах одного (логического) рода. Использование «чужих» понятий приводит к неоправданным «петлям» – окольным путям в доказательствах. Так, при доказательстве теорем Пифагора, по мнению Больцано, нередко смешивают геометрические понятия с понятием движения. Он отвергает, например, определение окружности через аппроксимацию вписанного и описанного многоугольников и считает неправильным выводить истины арифметики, алгебры или анализа из положений геометрии. Использование «чужих» понятий не способствует, в конечном счете, установлению связей доказываемого положения со своими объективными основаниями.

«Третье правило» метода требует, чтобы следствия или заключения не были по своему составу менее сложными (zusammengesetzte) или более общими, чем их объективные основания или посылки. Иначе говоря, при «строго научном» изложении необходимо переходить от простого к сложному и от общего к частному (особенному), но не наоборот. Вопрос о том, какая из истин является более простой, возникает, согласно Больцано, лишь в том случае, когда надо определить, какая из них выступает основанием или частичным основанием другой истины.

«Четвертое правило» является последним в методе «строго научного» изложении знаний и связано у Больцано с пониманием отношения объективного следования в духе отношения точной выводимости. Правило требует, чтобы из возможно меньшего

числа посылок как оснований можно было получить максимальное число заключений как следствий. В этом случае, очевидно, заключения не должны быть проще посылок. Часть истин, в которой господствуют лишь причинно-следственные зависимости, должна быть меньше той части, как полагает Больцано, в которой наряду с отношением объективного следования имеет место еще место и отношение выводимости.

С позиции метода «строго научного» изображения науки лучшей оказывается такая система аксиом (или основных положений), которая не только является минимальной, но и единственно возможной. Критерием выявления подобной системы выступает у Больцано объективная связь между истинами как аналог причинно-следственной их зависимости, т.е. отношение объективного следования. Хотя Больцано не оставил после себя законченного сочинения, в котором полностью были бы реализованы все правила «хорошего метода» изложения наук, он неоднократно в различных своих работах использует указанный метод. Прежде всего, мы находим применение этого метода в его математических сочинениях. Больцано предполагал, что в большей степени этому методу соответствует арифметика натуральных чисел. Но уже в элементарной геометрии он обнаруживает трудности воплощения своего метода изложения науки, поскольку большинство ее доказательств направлено на создание достоверности, основанной на отношении выводимости, но не на создание убежденности, основанной на использовании отношения объективного следования. «Новое» построение математики было для Больцано весьма важным делом, которое он так и не завершил. Но он постоянно подчеркивал, что «первые положения» оснований математики не могут быть названы таковыми до тех пор, пока не будет показана их роль в качестве объективных оснований (причин), на которые опираются сами математические доказательства.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Bolzano B.* Wissenschaftslehre. Bünde, Sulzbach, 1837.
2. *Bolzano B.* Philosophie der Mathematik oder Beitrage zu einer begründeten Darstellung der Mathematik. Prag, 1810.
3. *Федоров Б.И.* Логика Бернарда Больцано. Л., 1980.
4. *Федоров Б.И.* Объективное и субъективное в построении доказательств //Логика и философские категории. Л., 1982. С.112-120.